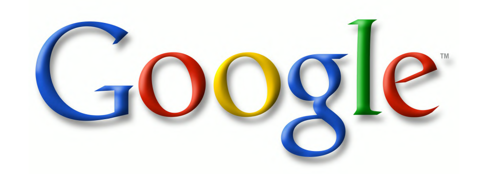
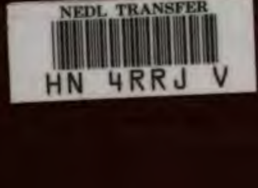
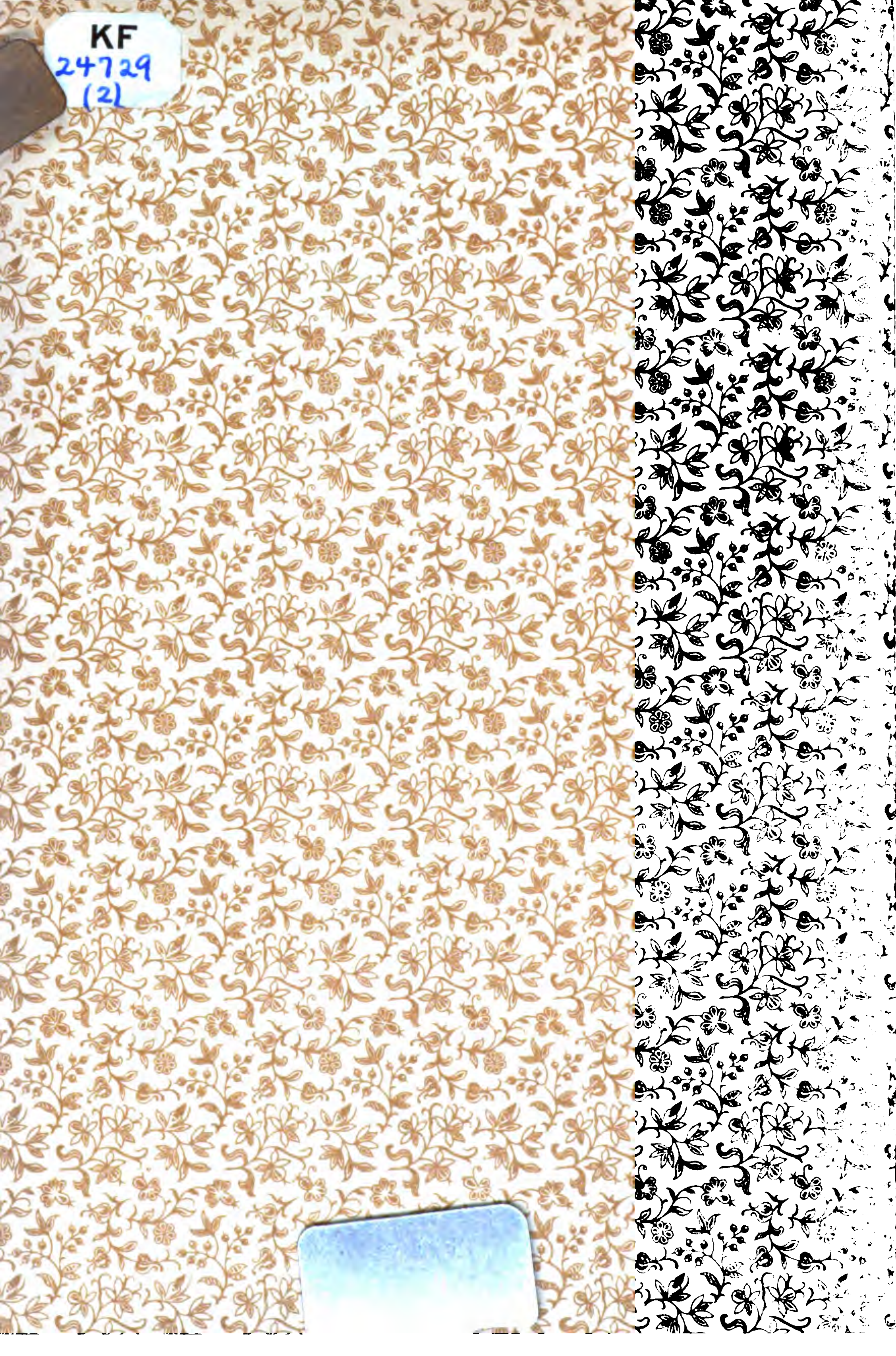

Google




NEDL TRANSFER
HN 4RRJ V



Edgar Buckingham,
Bryn Mawr, Oct. 27, '96.

LEHRBUCH

DER

EXPERIMENTAL-PHYSIK

ZU EIGENEM STUDIUM UND ZUM GEBRAUCHE BEI VORLESUNGEN

VON

EDUARD RIECKE,

O. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK IN GÖTTINGEN.

ZWEITER BAND.

MAGNETISMUS, ELEKTRIZITÄT, WÄRME.

MIT 247 FIGUREN IM TEXT.



LEIPZIG,

VERLAG VON VEIT & COMP.

1896.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Inhalt.

Dritter Teil. Magnetismus und Elektrizität.

Erstes Buch. Magnetismus.

Zweites Buch. Elektrostatik.

Drittes Buch. Elektromagnetismus.

Viertes Buch. Paramagnetismus und Diamagnetismus.

Fünftes Buch. Magnetelektrizität oder Magnetinduktion.

Sechstes Buch. Galvanismus.

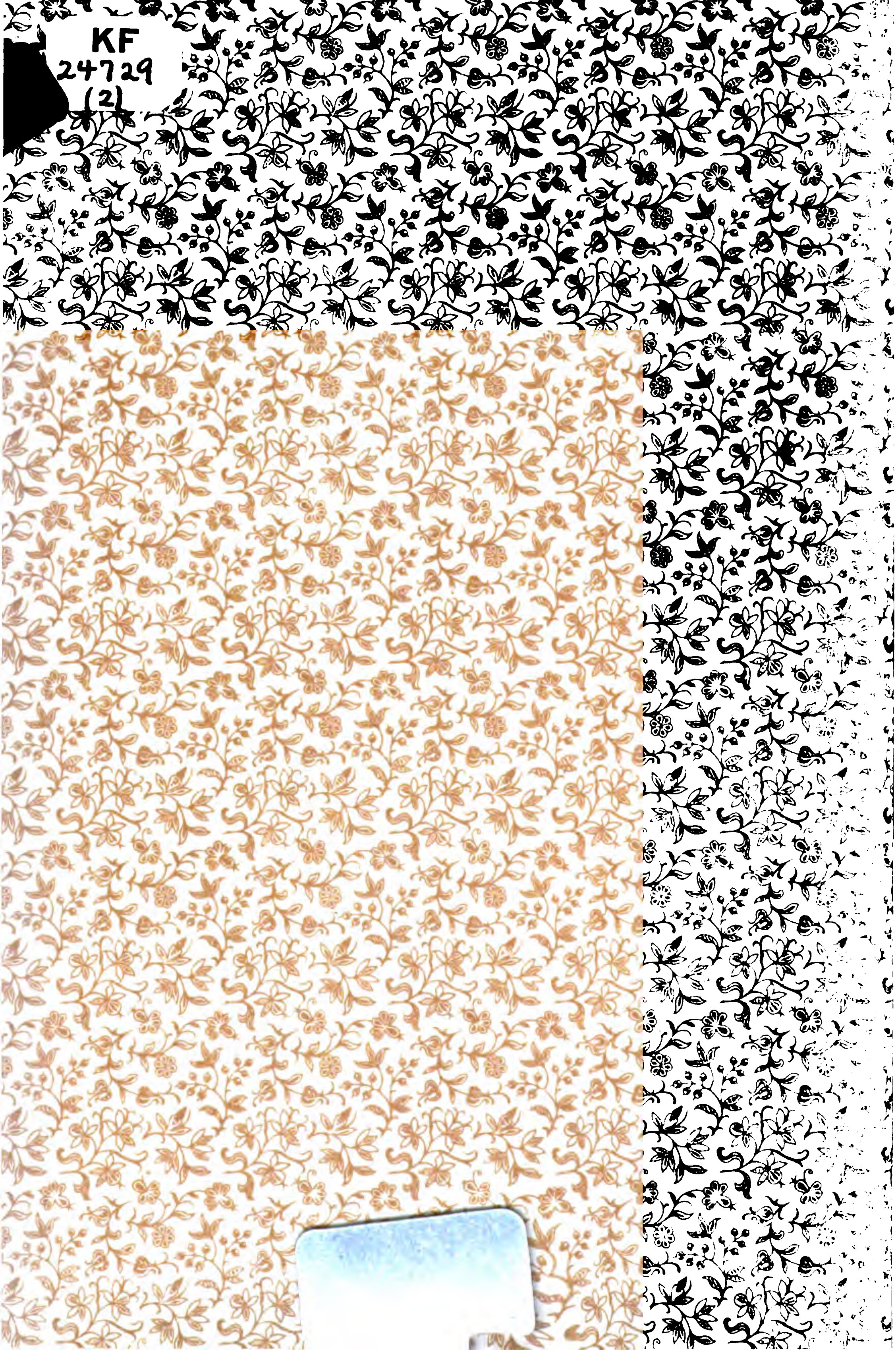
Siebentes Buch. Elektrodynamik.

Achtes Buch. Dynamoelektrische Maschinen.

Neuntes Buch. Elektrooptik.

Zehntes Buch. Thermoelektrizität.

Elftes Buch. Elektrochemie.


KF
24729
(2)

Edgar Buckingham,
Bryn Mawr, Oct. 27, '96.

Anmerkungen.

Mechanik.

Optik.

Elektrizität.

Einleitung.

§ 303. Imponderable Körper. Es kann darüber kein Zweifel bestehen, daß die Gültigkeit physikalischer Gesetze lediglich auf der Beobachtung beruht; zwar sind nicht alle diese Gesetze unmittelbar auf dem Wege der Beobachtung gewonnen, nicht wenige davon sind ein Ergebnis physikalischer Theorieen, die einen zweiten, von einer schon gemachten Beobachtung unabhängigen Weg zur Aufstellung physikalischer Gesetze bieten. Aber was wir so finden, erlangt Gültigkeit doch nur dadurch, daß die Ergebnisse der Theorie der nachträglichen experimentellen Prüfung unterworfen, daß sie durch Beobachtungen bestätigt werden. Diese ihrerseits gründen sich auf sinnliche Empfindungen, auf Eindrücke, welche von außen her auf Ohr und Auge ausgeübt werden. Es wird daher schon durch ein praktisches Interesse gefordert, daß die Physik über die Art und Weise, wie Schall und Licht auf unsere Organe von den entfernten tönenden oder leuchtenden Körpern her wirken, Aufschluß zu erlangen, daß sie die Gesetze, auf welchen die Ausbreitung von Schall und Licht beruht, zu ermitteln sucht. Dabei tritt nun auf dem Gebiete der Lichtwirkungen etwas neues in den Kreis der physikalischen Vorstellungen ein; die theoretischen Untersuchungen der Optik gipfeln in dem Resultate, daß außer den Körpern, welche wir unmittelbar wahrnehmen und fühlen, noch ein Medium existieren muß, der Äther, welches den ganzen Weltraum erfüllt und alle sichtbaren Körper durchdringt, ein Medium, welches sich kleinen Erschütterungen gegenüber wie ein fester elastischer, aber zugleich inkompressibler Körper verhält, in welchem daher nur transversale Wellen sich ausbreiten können. Diese Wellen empfinden wir als Licht. Die uns umgebenden Körper, von deren Existenz wir durch unsere Sinne ein unmittelbares Zeugnis erhalten, mit deren allgemeinen physikalischen Eigenschaften der mechanische Teil der Physik sich beschäftigt, werden beherrscht von dem Gesetz der Newtonschen Gravitation, und wir bezeichnen sie daher als ponderable Körper. Man hat angenommen, daß der Äther dieser Wirkung nicht unterworfen sei, und nennt ihn daher imponderabel.

Nun sind seit langer Zeit Erscheinungen bekannt, welche mit diesen Ergebnissen der Optik in einem gewissen Zusammenhange stehen; die

Erscheinungen des Magnetismus, der Elektrizität und der Wärme. Bei allen hat sich gezeigt, daß selbst die vollkommenste Beherrschung der Gesetze, welche für die mechanischen Eigenschaften der ponderabeln Körper gelten, zu ihrer Erklärung nicht hinreicht; bei allen hat man daher frühzeitig seine Zuflucht zu der Annahme von imponderabeln Körpern genommen, auf deren Bewegung jene Erscheinungen beruhen sollten. So zerfiel die Physik in eine Physik der ponderabeln Körper und eine Physik der Imponderabilien, des Äthers, der magnetischen, der elektrischen Fluida, des Kalorikums. Es leuchtet ein, daß ein solches Verfahren, bei dem für jede neue Gruppe von Erscheinungen ein neues Prinzip aufgestellt, ein neues Agens zu Hilfe gerufen wurde, wenig geeignet war, den Zusammenhang der Erscheinungen hervortreten zu lassen; seine Unvollkommenheit mußte um so fühlbarer werden, je zahlreichere Beziehungen zwischen den verschiedenen Gebieten entdeckt wurden. Mehr und mehr mußte sich die Frage erheben, ob nicht ein System von Vorstellungen möglich ist, von dem aus die ganze Summe der Erscheinungen in einheitlicher Weise dargestellt werden kann.

Wir haben damit den Kreis der Untersuchungen angedeutet, mit welchen wir uns in diesem Bande zu befassen haben. Es handelt sich einmal um die Darstellung und Betrachtung der Erscheinungen selbst, dann aber um die Entwickelung von Vorstellungen, mit Hilfe deren eine einheitliche Erklärung möglich wird; dabei wird sich ergeben, daß zwar die Annahme von der Existenz eines imponderabeln Mediums nicht zu umgehen ist, daß aber die Annahme eines einzigen zur Erklärung der Erscheinungen ausreicht, welche man der Existenz von ebenso viel verschiedenen Imponderabilien zugeschrieben hatte.

§ 304. Fundamentalerscheinungen. Ehe wir zu dem Gegenstande unserer Untersuchung selbst übergehen, möge noch eine Bemerkung über ihren allgemeinen Charakter hinzugefügt werden. Die Physik begann mit der Untersuchung der Erscheinungen und Eigenschaften der ponderabeln Körper, Erscheinungen, die wir täglich wahrnehmen, Eigenschaften, mit denen wir bei jeder praktischen Bethätigung zu rechnen haben. Dabei war ihre Aufgabe, aus der Fülle komplizierter und verwirrender Vorgänge Einfaches zu isolieren, um so Schritt für Schritt zu den Gesetzen zu gelangen, mit Hilfe deren wir auch Erscheinungen zu beherrschen vermögen, in denen die mannigfachsten Wirkungen sich durchkreuzen. Ähnlich lagen die Verhältnisse auf dem Gebiete des Lichtes, wo den äußeren Vorgängen ein empfindliches Organ entgegenkommt, welches in jedem Augenblick die größte Mannigfaltigkeit von Eindrücken uns zuführt. Anders stellen sich uns die Gebiete der Elektrizität, des Magnetismus und, wenigstens zu einem großen Teile, das der Wärme dar. Zwar ist auch hier die Zahl der bekannten Erscheinungen eine ungemein große, aber sie sind zum größten Teile das eigenste Werk der Wissenschaft. Gehen wir zurück in der Geschichte ihrer Entwickelung, so finden wir, daß sie in planmäßiger Arbeit ge-

funden sind auf Grund von wenigen unscheinbaren Thatsachen, welche das Dasein eines neuen Gebietes von ungeheurer Ausdehnung und vielfachster Bedeutung kaum ahnen ließen. Von den Erscheinungen der Elektrizität kannte noch das 17. Jahrhundert im Grunde genommen nur zwei, und erst das Ende des 18. und die erste Hälfte des 19. brachte eine überraschende Menge neuer Entdeckungen, von denen eine große Zahl dem Genie eines einzigen Mannes, Faradays, zu verdanken ist; dabei handelte es sich aber immer um Dinge, welche in keiner Weise dem Auge sich aufdrängten, sondern um schwache und unbedeutende Wirkungen, welche meist mühsam gesucht und gefunden wurden. Wir werden solche Erscheinungen, durch welche ein neues Gebiet der physikalischen Forschung eröffnet, neue Vorstellungen über die Kräfte der Natur begründet werden, als Fundamentalerscheinungen bezeichnen.

DRITTER TEIL.

MAGNETISMUS UND ELEKTRIZITÄT.

ERSTES BUCH.

MAGNETISMUS.

I. Kapitel. Fundamentalversuche und Magnetkraftlinien.

§ 305. I. Fundamentalversuch. Natürliche Magnete. Schon den Alten war bekannt, daß gewisse Steine, Magnete, Magneteisensteine, die Eigenschaft haben, weiches Eisen anzuziehen und von ihm angezogen zu werden. Drehen wir einen solchen Stein in Eisenfeilspänen um, so beobachten wir, daß diese vorzugsweise an zwei entgegengesetzten Endflächen des Steines haften bleiben, welche wir seine Polflächen nennen; dieselben werden getrennt durch eine von anhaftenden Feilspänen ganz freie Zone, die indifferente oder neutrale Zone.

§ 306. II. Fundamentalversuch. Armierte Magnete. Legen wir an eine Polfläche eines natürlichen Magnets ein Stück weichen Eisens, so erlangt dieses an dem abgewandten Ende selbst die Eigenschaft, weiches Eisen anzuziehen. Wir benützen diese Beobachtung zu der Herstellung der sogenannten armierten Magnete. An die beiden Polflächen eines natürlichen Magnets (Fig. 369) werden einander parallel zwei Stäbe von weichem Eisen angelegt, so daß ihre in neue Polflächen verwandelten Enden in einer zu ihrer Länge senkrechten Ebene liegen. Wir können dann die von ihnen ausgehenden Anziehungskräfte zugleich benützen, indem wir einen Anker aus weichem Eisen von solcher Länge nehmen, daß er mit seinen Enden beide Polflächen

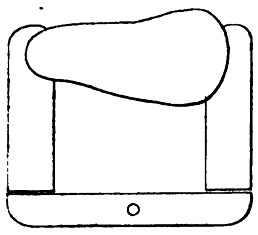


Fig. 369.

des armierten Magnets berührt. Der Anker wird dann mit beträchtlicher Kraft festgehalten und ist im stande, ziemlich erhebliche Gewichte zu tragen.

§ 307. Temporärer Magnetismus. Die im vorhergehenden geschilderte Beobachtung können wir erweitern, wenn wir einen kleinen Cylinder von weichem Eisen einer Polfläche eines natürlichen oder armierten Magnets nicht anlegen, sondern nur nähern. Wir finden, daß beide Enden des Cylinders weiches Eisen anziehen, daß also der Cylinder durch die bloße Annäherung in einen Magnet verwandelt worden ist. Aber zwischen seinem Magnetismus und dem eines natürlichen Magnets besteht eine wesentliche Verschiedenheit. Der Magnetismus des letzteren ist eine bleibende, nur durch ganz besondere Einwirkungen zu ändernde Eigenschaft, er ist ein permanenter oder beharrlicher Magnet. Unser Eisencylinder ist magnetisch nur so lange er in der Nähe des natürlichen Magnets, oder, wie man sagt, in seinem magnetischen Felde sich befindet; er ist ein vergänglicher oder temporärer Magnet.

Bei der Ausführung des Versuches benützt man am besten einen armierten Magnet, da bei diesem über die Lage der Polflächen kein Zweifel sein kann. Man wird dann das vorhergehende noch durch die folgende Beobachtung ergänzen. Der Magnetismus des Eisencylinders, d. h. die Kraft, mit welcher er an seinen Enden Stückchen von weichem Eisen trägt, ist am größten, wenn seine Axe nach der Polfläche hin gerichtet ist. Dreht man den Cylinder, so nimmt der Magnetismus rasch ab, so daß er mit den angewandten Mitteln bald nicht mehr sicher zu erkennen ist.

§ 308. Magnetismus der Erde. Wir wenden die letzte Beobachtung endlich noch an auf die Erde. Da diese das Reservoir aller natürlichen Magnete ist, so scheint es von vornherein nicht unwahrscheinlich, daß sie selbst auch als Ganzes magnetische Eigenschaften besitzt. Nun zeigt sich, daß ein langer Stab von Eisen in der That in gewissen Lagen magnetisch wird, während sein Magnetismus in anderen Lagen verschwindet. Aus dieser Beobachtung schließen wir, daß die Erde selbst ein Magnet ist; die Stellung des Stabes, bei der er den stärksten Magnetismus annimmt, zeigt die Richtung, in welcher die eine der Erdpolflächen zu suchen ist. Sie bildet für Göttingen als Ort der Beobachtung gegen den Horizont einen Winkel von etwa 66°; die vertikale Ebene, welche durch sie hindurchgeht, nennen wir die Ebene des magnetischen Meridians; seine Richtung weicht von der dem Nordpol zugehenden Richtung des astronomischen Meridians um einen Winkel von etwa 12° nach Westen ab.

§ 309. III. Fundamentalversuch. Magnetische Anziehung und Abstoßung. Nach den vorhergehenden Versuchen übt ein Magnet auf ein Stück weichen Eisens eine doppelte Wirkung aus; er verwandelt es in einen Magnet und er zieht es an. Nun liegt die Vermutung nahe, daß

zwischen den beiden Wirkungen ein Zusammenhang besteht, so zwar, daß wir die Anziehung als eine Folge der Magnetisierung betrachten können. Diese Vermutung wird bestätigt durch den dritten Fundamentalversuch, demzufolge aber nicht allein anziehende, sondern auch abstoßende Wirkungen zwischen verschiedenen magnetischen Polflächen existieren.

Wenn es sich darum handelt, Wechselwirkungen zwischen magnetischen Polflächen zu konstatieren, so wird man zweckmäßigerweise mit der Aufsuchung der Wirkungen beginnen, welche von der Erde herrühren. Denn wir sind bei keiner Beobachtung in der Lage, den Erdmagnet auszuschließen; seine Wirkungen werden stets zu den übrigen hinzutreten und die Verhältnisse der Beobachtung verwickeln. Um nun die Wirkung der Erde auf einen unserer Magnete zu studieren, hängen wir diesen in seiner Mitte an einem vertikal herabhängenden Faden nach Art einer Drehwage auf. Die Polflächen können sich dann in horizontalem Sinne mit großer Leichtigkeit drehen. Wir beobachten nun, daß eine die Polflächen verbindende Linie sich stets in die Ebene des magnetischen Meridians einstellt, so daß die eine der Polflächen nahezu nach Norden, die andere ebenso nach Süden weist. Der Faden, an welchem der Magnet aufgehängt ist, bleibt dabei vertikal. Diese Beobachtung kann nur erklärt werden durch die Annahme zweier Kräfte, welche beide der Ebene des magnetischen Meridians parallel sind und welche, einander parallel aber entgegengesetzt, die eine Polfläche ebenso stark nach Norden ziehen, wie die andere nach Süden. Man könnte also sagen, daß die im Norden liegende Polfläche der Erde die eine Polfläche des Magnets anziehe, die andere abstoße. Um diese Vermutung zu prüfen, werden wir nun die Wechselwirkungen verschiedener natürlicher oder armierter Magnete zu untersuchen haben.

§ 310. Nord- und Süd-Polflächen. Ehe wir hierzu übergehen, müssen wir aus dem zuvor beschriebenen Versuche noch eine weitere wichtige Konsequenz ziehen. Derselbe giebt Veranlassung zu einer Klassifikation der Polflächen der Magnete; wir bezeichnen die Polflächen, welche bei ihm nach Norden weisen, als Nordpolflächen, die anderen als Südpolflächen.

§ 311. Wechselwirkung der Polflächen. Wir setzen voraus, daß bei einer Reihe von natürlichen oder armierten Magneten der Charakter der Polflächen mit Hilfe des Drehversuches bestimmt sei. Um die zwischen ihnen bestehenden Wechselwirkungen zu untersuchen, hängen wir wieder einen der Magnete als Drehwage auf, so daß seine Polflächen sich in die Ebene des magnetischen Meridians stellen; nähern wir nun der Nordpolfläche die Nordpolfläche, oder der Südpolfläche die Südpolfläche eines anderen Magnets, so findet Abstoßung statt; nähern wir der Nordpolfläche eine Südpolfläche oder umgekehrt, so beobachten wir Anziehung. Wir erhalten somit die Beobachtungsregel: Gleichnamige Polflächen stoßen sich ab, ungleichnamige ziehen sich an.

§ 312. Zusammenhang des ersten und zweiten Fundamentalversuches. Mit Hilfe dieses Satzes läßt sich nun in der That leicht der Zusammenhang der beiden ersten Fundamentalversuche begründen. Es müssen zu diesem Behufe die zwei Bedingungen erfüllt sein: 1. daß bei der temporären Magnetisierung eines Eisenstückes das der Polfläche benachbarte Ende mit ihr ungleichnamig, das abgewandte Ende gleichnamig magnetisch sei; 2. daß die Anziehung der benachbarten Fläche größer sei, als die Abstoßung der entfernten. Die Richtigkeit des ersten Satzes kann leicht durch einen direkten Versuch bestätigt werden; der zweite wird seine weitere Begründung durch die später zu schildernden Maßbestimmungen der magnetischen Kräfte finden.

§ 313. IV. Fundamentalversuch. Magnetismus des Stahles. Wenn man einen Stahlstab in Berührung bringt mit einer magnetischen Polfläche, so erhält er ebenso wie ein Stück weichen Eisens am abgewandten Ende einen gleichnamigen, am zugewandten, berührenden Ende einen ungleichnamigen Pol. Aber während der so erzeugte Magnetismus des weichen Eisens ein temporärer ist, erweist sich der des Stahls als ein permanenter, d. h. die Polflächen bleiben, auch wenn der Stahlstab aus dem magnetischen Felde entfernt wird. Man beschreibt diese Thatsache, indem man dem Stahle Koërcitivkraft für den Magnetismus zuschreibt.

Stärkere Polarität als durch bloßes Anlegen erreicht man durch Streichen des Stabes mit den Polflächen eines armierten Magnets; hat man auf diesem Wege einen möglichst kräftigen Stahlmagnet hergestellt, so kann man diesen benützen, um andere Stäbe zu magnetisieren. Mehrere Magnetstäbe kann man mit gleichgerichteten Polflächen hinter, neben oder übereinandergelegt zu einem Bündel vereinigen, welches dann so wirkt, wie ein einziger größerer Stab, und wie ein solcher zu der Herstellung anderer Magnete durch Streichen benützt werden kann. Auf eine genauere Beschreibung des Verfahrens, nach welchem man auf diesem Wege zu einer kräftigen Magnetisierung auch größerer Stahlstäbe gelangt, können wir verzichten, umsomehr, als wir jetzt in den elektromagnetischen Kräften ein viel wirksameres Mittel zur Erzeugung starker Magnete besitzen.

§ 314. Form der Magnete. Durch den vierten Fundamentalversuch hat sich den natürlichen und armierten Magneten eine dritte Art permanenter Magnete hinzugesellt, die Stahlmagnete. Diese besitzen den Vorzug, daß wir sie in großem Maßstabe anfertigen und daß wir ihnen jede beliebige Form geben können. In den Anfängen der magnetischen Forschung interessierte man sich vorzugsweise für die von Magneten ausgeübten Tragkräfte, man gab ihnen daher die Form eines Hufeisens, um so die Anziehung beider Polflächen auf den vorgelegten Anker nutzbar zu machen. Ein Hufeisenmagnet übt insbesondere in dem zwischen den Enden der beiden Schenkel liegenden Raum sehr starke magnetische

Wirkungen aus, aber diese Wirkungen verschwinden schnell mit der Entfernung von dem Magnet: es rührt dies daher, daß die Wirkungen der Nordpolfläche denen der Südpolfläche entgegengesetzt sind. Wollen wir also Magnete herstellen, welche möglichst weit in die Ferne wirken, so müssen wir ihnen eine Form geben, bei welcher die beiden Polflächen möglichst weit auseinander liegen, die Form eines geradlinigen Stabes. Wir benützen danach Hufeisenmagnete für starke Wirkungen in der Nähe, Stabmagnete für Fernwirkungen.

§ 315. Größe und Tragkraft der Magnete. Die Größe der Magnete beurteilt man im allgemeinen nach ihrem Gewicht; für die Stärke ergiebt sich ein erster roher Maßstab in der Tragkraft, d. h. in dem Gewichte, welches ein der Polfläche eines Stabmagnets angelegter, oder die beiden Polflächen eines Hufeisenmagnets verbindender Anker von weichem Eisen zu tragen vermag. Bei geometrisch ähnlichen Magneten verhalten sich die Tragkräfte ungefähr wie die Inhalte der Polflächen.

§ 316. Magnetkraftlinien. Um über die von einem Magnet in seiner Umgebung, in seinem Felde ausgeübten magnetischen Kräfte eine gewisse Übersicht zu bekommen, legen wir ihn auf eine horizontale Tischplatte und stellen an verschiedenen Punkten seiner Umgebung und möglichst in derselben horizontalen Ebene mit ihm eine Kompaßnadel auf, welche mit einem in ihrer Mitte befestigten Achathütchen auf einer feinen stählernen Spitze ruht und in einer horizontalen Ebene vollkommen leicht drehbar ist. Die Nadel kommt nach einigen Oscillationen in einer bestimmten Stellung zur Ruhe. Betrachten wir die auf sie wirkenden Kräfte, wobei wir ihre Polflächen in zwei Punkten, dem Nord- und Südpol, uns konzentriert denken. Der Nordpol wird abgestoßen von der Nordpolfläche, angezogen von der Südpolfläche des Magnets; beide Kräfte vereinigen sich zu einer Resultante, welche wir die an der Stelle des Nordpols wirkende magnetische Kraft nennen; ebenso geben die auf den Südpol wirkenden Kräfte eine einzige Resultante. Richtung und Größe der magnetischen Kraft werden sich von Ort zu Ort ändern. Wir können aber die Dimensionen der Nadel so klein machen, daß jene Änderung für die Distanz ihrer Pole praktisch zu vernachlässigen ist, und dann giebt die Richtung der Nadel die Richtung der magnetischen Kraft ebenso an, wie eine um einen vertikalen Suspensionsfaden oder um eine Spitze horizontal drehbare Magnetnadel die Richtung des magnetischen Meridians. Solche kleine und leicht drehbare Magnetnadeln können wir uns nun auch dadurch verschaffen, daß wir Eisenfeilspäne in der Umgebung des Magnets frei herabfallen lassen. Diese sind ja nicht von Hause aus magnetisch, aber sie werden durch die Annäherung an den Magnet in kleine Magnetnadeln verwandelt und dann ebenso gerichtet wie diese. Fangen wir die Späne auf einem den Magnet überdeckenden Papierbogen auf, so ordnen sie sich auf diesem zu regelmäßigen Ketten an, welche die eine Polfläche des Magnets mit der anderen verbinden, den Magnetkraftlinien.

§ 317. Kraftlinien eines Stabmagnets; Pole. Wenn wir die Kraftlinien betrachten, die von einem geradlinigen Magnetstabe erzeugt werden, so wird es schwer sein, an ihrer Ursprungsstelle, da wo sie die Oberfläche des Magnets verlassen, ein bestimmtes Gesetz für ihre Bildung zu entdecken. Gehen wir aber etwas von der Oberfläche des Magnets weg, so kommen wir zu der Überzeugung, daß ihre Richtungen hier nach zwei Punkten konvergieren, von denen der eine auf der Seite der

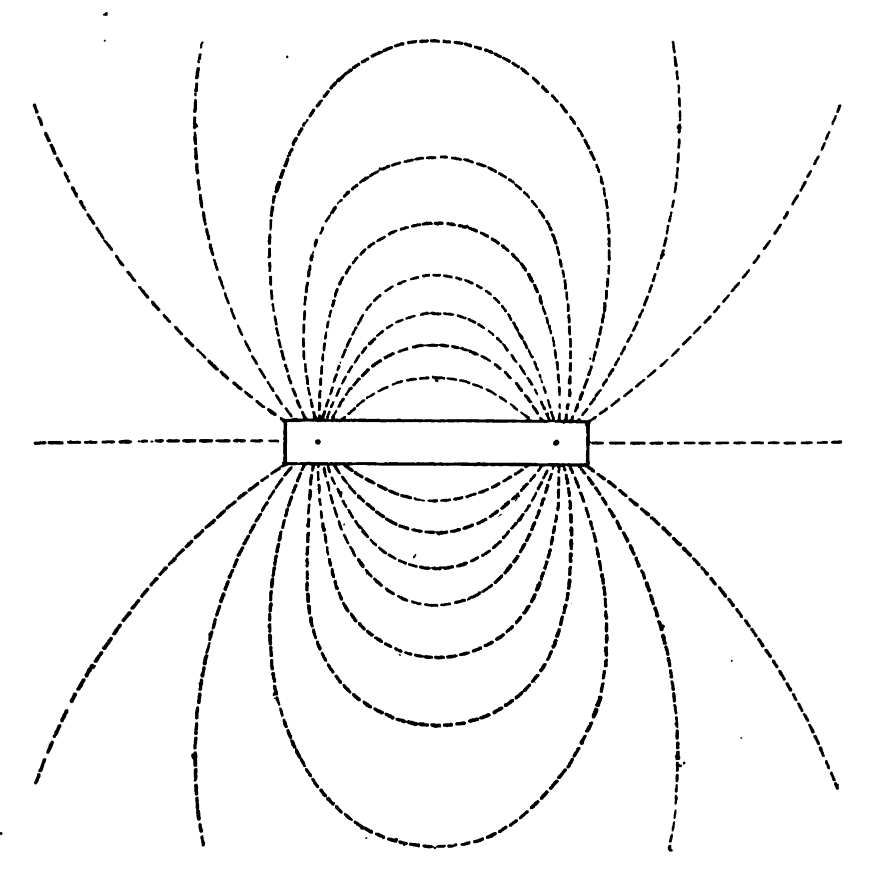


Fig. 370. Kraftlinien eines Stabmagnets.

Nordpol-, der andere auf der Seite der Südpolfläche im Inneren des Magnets gelegen ist (Fig. 370). Wenigstens in einer gewissen Entfernung kann man sich danach die Wirkungen des Magnets von zwei Punkten an Stelle von zwei Flächen ausgehend denken, einem Nordpol an Stelle der Nordpol-, einem Südpol an Stelle der Südpolfläche; für die Behandlung der Fernwirkungen ist damit eine wesentliche Vereinfachung gewonnen.

§ 318. Kraftlinien eines Hufeisenmagnets; homogenes Magnetfeld. In dem Raume zwischen den beiden Schenkeln eines Hufeisenmagnets verlaufen die Kraftlinien in paralleler Richtung. Jeden Raum, der von parallelen Kraftlinien erfüllt ist, bezeichnen wir als ein homogenes magnetisches Feld.

§ 319. Die Kraftlinien als dynamisches System. Wenn wir eine Kraftlinie in ihrem Verlaufe vom Nord- zum Südpol verfolgen, so bemerken wir, daß sie durch lauter kleine Magnete gebildet wird, von welchen je zwei aufeinander folgende die freundlichen Pole sich zukehren. Betrachten wir die Magnete als Glieder einer den Nord- und Südpol verbindenden Kette, so werden je zwei aufeinander folgende Glieder der Länge nach sich anziehen; die ganze Kette befindet sich daher in einem Zustand longitudinaler Spannung, sie hat die Tendenz, sich zu verkürzen und die beiden Pole zu einander zu ziehen, wenn die Enden der Kette an den Polflächen haften. Nun verlaufen Kraftlinien nicht allein zwischen den Polen eines und desselben Magnets, sondern ebenso zwischen den Polen verschiedener, und in diesem Falle würde die Spannung der einen Nord- und Südpol verbindenden Kraftlinien (Fig. 371) einen wirklichen Bewegungsantrieb erzeugen können.

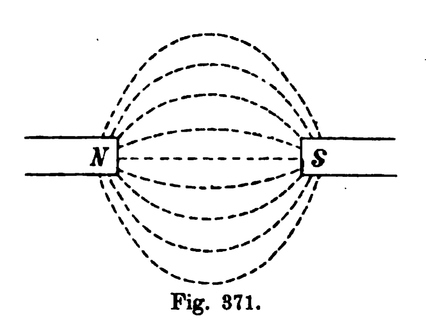


Fig. 371.

Gehen wir über zu der Betrachtung zweier benachbarter Kraftlinien. Zwei Magnetnadeln, welche parallel nebeneinander liegen, so daß die benachbarten Pole gleichnamige sind, stoßen sich ab; wir übertragen diese Bemerkung auf zwei parallele Kraftlinien, in welchen die einzelnen Magnete gleich gerichtet sind, und erhalten dann den Satz: Zwischen benachbarten Kraftlinien findet Abstoßung statt. Hiernach verhält sich das ganze System unserer Linien wie ein elastischer Körper, der in der Richtung der Kraftlinien eine Dehnung, in jeder dazu senkrechten Richtung eine Kompression erlitten hat, und welcher sich demzufolge in der ersteren Richtung zusammenzuziehen, in der letzteren auszudehnen sucht.

§ 320. Physische Natur der Kraftlinien. Von hier aus gelingt nun die Entwickelung einer ersten Vorstellung über die Natur der magnetischen Kräfte. Wir werden zu diesem Zwecke die Annahme machen, daß die physische Existenz der Kraftlinien nicht daran gebunden ist, daß wir sie mit Hilfe der Eisenfeilspäne uns direkt vors Auge führen. Wo immer Magnete sich befinden, strahlen Kraftlinien von den Polen aus, die einander freundlichen Pole verbindend. Im luftleeren Raum so gut wie in irgend einem anderen Mittel kann ein Äther verbreitet sein, welcher im magnetischen Felde genau in jenem Spannungszustand sich befindet,

wie wir ihn oben geschildert haben: Spannung längs der Kraftlinien, Pressung in der Richtung senkrecht zu ihnen. Die Wechselwirkungen magnetischer Polflächen würden dann die Folge dieser eigentümlichen elastischen Kräfte in dem die Magnete umgebenden Mittel sein. Daß auf diese Weise die Anziehung befreundeter Pole erklärt werden kann, ist nach dem Früheren klar. Was die Abstoßung gleichnamiger Pole anbelangt, so würde diese das Resultat der senkrecht zu den Kraftlinien wirkenden Pressung sein. Legen wir nämlich zwei Magnetstäbe mit gleichnamigen Polen zusammen, den einen in die Verlängerung des anderen, so beobachten wir mit Hilfe des Feilspänversuches, wie die von den Polflächen in den Raum zwischen den Magneten eindringenden Kraftlinien umbiegen und in gleichem Sinne, nach außen divergierend, weiter gehen (Fig. 342). Es entsteht hierdurch in der That eine Pressung in der Richtung der die Pole verbindenden Linie, welche sie auseinander zu treiben sucht.

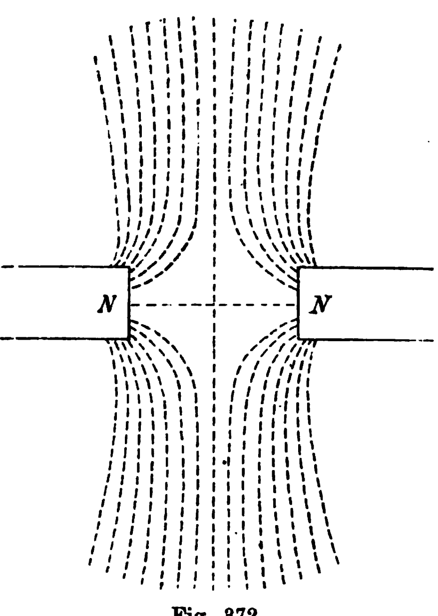
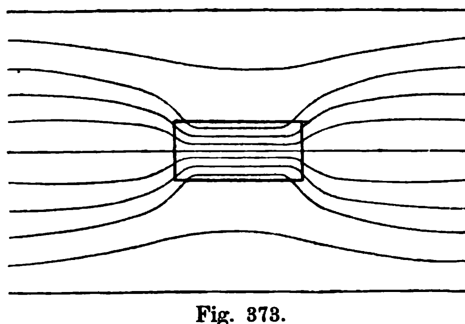


Fig. 372.

§ 321. Weiches Eisen im Magnetfelde. Wenn wir in das Feld eines permanenten Magneten einen Stab von weichem Eisen legen, so sehen wir, daß die Kraftlinien, welche zuvor von den Polen des Magneten aus sich in regelmäßiger Weise zerstreuten, nun nach den Enden des Eisenstabes konvergieren. Es entspricht dies der im zweiten Fundamentalversuche gefundenen Thatsache, daß die Enden des Eisenstabes im Magnetfelde in Polflächen sich verwandeln. Wiederum werden wir die Anziehung, welche der Eisenstab von dem Magnet erleidet, durch Spannung und Druck in dem System der Kraftlinien erklären können.

§ 322. Das Eisen als Leiter der Kraftlinien. Wir betrachten den Fall eines homogenen, von parallelen Kraftlinien durchzogenen Feldes, in welches wir einen Eisencylinder so hineinbringen, daß seine Axe parallel der Richtung der Kraftlinien ist. Wir bemerken dann, daß sich die in der Nähe des Cylinders verlaufenden Linien nach seinen Endflächen hinziehen, während die dem Cylinder fernen Linien kaum eine Störung erfahren. Denken wir uns die Kraftlinien ursprünglich in gleichen Abständen gezogen, so werden sich ihre Abstände in der Nähe der Cylinderaxe verkleinern, seitlich vom Cylindermantel vergrößern. Zu diesem Verhalten giebt es nun ein Analogon auf dem Gebiete der Hydrodynamik. Wir

denken uns einen porösen Körper *A*, etwa in Form eines Cylinders, dicht umschlossen von einer Röhre, welche wir uns über seine Enden beliebig verlängert und mit Wasser gefüllt denken. Durch einen auf die Wassersäule ausgeübten Druck werden wir imstande sein, Wasser durch den Cylinder hindurchzutreiben, und wenn die Porosität überall dieselbe ist, so wird das Wasser in dem Cylinder in parallelen Strömungslinien sich bewegen. Die Menge des durch eine Pore fließenden Wassers ist nach dem POISEUILLEschen Gesetze von ihrer Weite und der inneren Reibung des Wassers abhängig. Das Bild, welches unter den vorausgesetzten Verhältnissen von den Strömungslinien geboten wird, würde dem Bilde eines homogenen magnetischen Feldes entsprechen. Nun wollen wir im Innern des größeren Cylinders, etwa koaxial mit ihm, einen kleineren Cylinder *B* abgrenzen und annehmen, daß in ihm die Poren einen größeren Querschnitt besitzen, als in der übrigen Masse. Die weiteren Poren werden dann eine bessere Leitung für das durch den Cylinder strömende Wasser abgeben, und dieses wird in dem Raume *B* mit größerer Geschwindigkeit strömen, als außerhalb. Die in größerer Entfernung von *B* nach wie vor parallelen Strömungslinien des Wassers werden daher gegen das ihnen zugewandte Ende des Cylinders *B* konvergieren und von dem abgewandten Ende divergieren; ähnlich den Kraftlinien des homogenen magnetischen Feldes, welches durch Einlegen eines Eisencylinders gestört wurde (Fig. 373).


Fig. 373.

Man hat auch dieser Analogie eine physische Bedeutung gegeben, indem man die Kraftlinien als etwas betrachtet, was durch das umgebende Mittel hindurch von einem Pole zum andern geleitet wird. Die Erscheinungen, welche das weiche Eisen in dem magnetischen Felde darbietet, erklärt man dann durch ein gutes Leitungsvermögen für die magnetischen Kraftlinien. Wenn die von einem Nordpol ausgehenden Linien ein Stück weichen Eisens treffen, so treten sie konvergierend in dasselbe ein und erzeugen an der Eintrittsstelle eine Südpolfläche, sie durchlaufen das Eisen und treten auf der anderen Seite, in der Nordpolfläche, divergierend aus. Diese Anschauung zeichnet sich aus durch ihre geometrische Anschaulichkeit und führt zu einer graphischen Behandlung magnetischer Probleme, welche für die Beurteilung von magnetischen Eigenschaften der dynamo-elektrischen Maschinen von Bedeutung geworden ist.

§ 323. Eiserne Hohlkugel im homogenen Magnetfelde. Die Leitung der Kraftlinien eines homogenes Feldes, wie es beispielsweise durch

den Erdmagnetismus erzeugt wird, in einer Hohlkugel von weichem Eisen wird durch Figur 374 erläutert, die einen Meridianschnitt der Kugel darstellt. Man sieht, wie die Kraftlinien beim Eindringen in das Eisen um die innere Höhlung sich herumbiegen, so daß diese beinahe ganz von

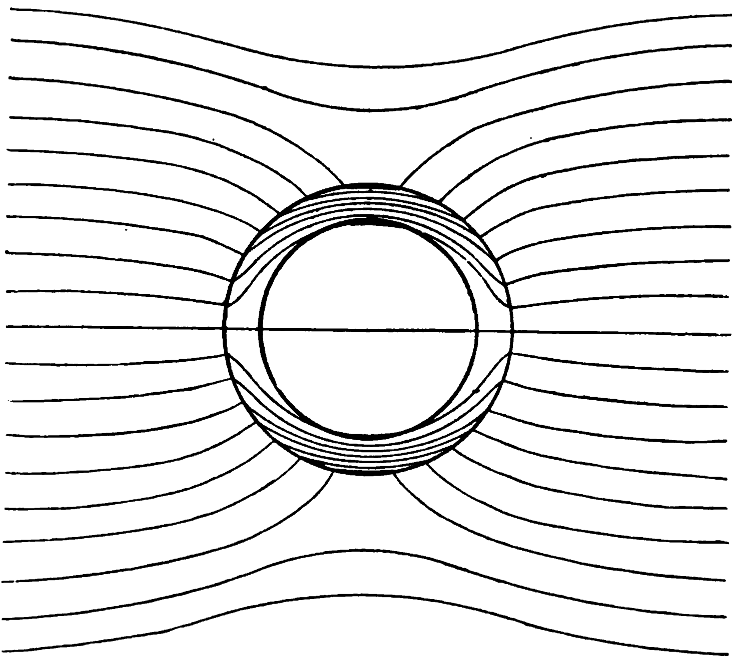


Fig. 374. Eiserne Hohlkugel im homogenen Magnetfeld.

Linien entblößt ist. Das heißt aber, daß in dem Hohlraum überhaupt keine merkliche magnetische Kraft vorhanden ist. Wir gewinnen sonach ein Mittel, um einen abgeschlossenen Raum gegen die Wirkungen des Erdmagnetismus oder eines anderen homogenen Feldes zu schützen.

§ 324. V. Fundamentalversuch; Elementarmagnete. Man kann auf den Gedanken kommen, Nord- und Südpolfläche eines Magnetstabes zu trennen, indem man ihn in der Mitte durchbricht. Der Versuch zeigt, daß an der Trennungsfläche zwei neue Polflächen entstehen, so daß jede Hälfte des ursprünglichen Stabes wieder ein vollständiger Magnet ist. Man kann den Versuch beliebig weit fortsetzen, indem man die erhaltenen Bruchstücke weiter und weiter zerteilt; es ergiebt sich, daß auch die kleinsten so erhaltenen Stückchen noch vollständige Magnete sind. So kommt man zu der Vorstellung, daß der Stahlmagnet aus Elementarmagneten von unbestimmtem Grade der Kleinheit besteht, welche im Innern mit den ungleichnamigen Polen sich kettenförmig aneinander legen. Alle von den inneren Polflächen ausgehenden Wirkungen zerstören sich dann wechselseitig, und nur die an die Oberfläche heraus-

tretenden Polflächen kommen nach außen hin zur Geltung. Schließt man sich der Annahme von einer molekularen Konstitution der Körper an, so wird man die kleinsten Teilchen, welche für sich genommen noch vollständige Magnete darstellen, mit den Molekülen des Stahles identifizieren, und man spricht in diesem Sinne auch von Molekularmagneten.

II. Kapitel. Die Hypothese der magnetischen Fluida und die magnetischen Maßbestimmungen.

§ 325. Die Hypothese des positiven und negativen magnetischen Fluidums. Mit dem vorhergehenden fünften Fundamentalversuch haben wir die qualitative Forschung zu einem gewissen Abschluß gebracht. Die weitere Aufgabe besteht in der Maßbestimmung der magnetischen Kräfte und der Stärke der Magnete. Bei ihrer Lösung hat man eine Vorstellung benützt, welche mit dem zuletzt besprochenen Ideenkreise in einen gewissen Gegensatz tritt, welche sich aber durch die Einfachheit der aus ihr folgenden rechnerischen Ansätze auszeichnet. Es ist dies die Vorstellung von der Existenz zweier imponderabler magnetischer Fluida. Die letzteren denkt man sich in den Molekülen des Eisens und Stahls je in gleicher Menge vorhanden und in ihrem Innern beweglich. Aber der die Moleküle trennende Raum gestattet den magnetischen Teilchen keinen Durchgang, so daß diese ein für allemal an die Moleküle gebunden bleiben. Von den beiden Flüssigkeiten erzeugt die eine, die nordmagnetische, die Nordpolflächen, die andere, die südmagnetische, die Südpolflächen. Für die fernwirkenden Kräfte, welche die Teilchen der magnetischen Fluida aufeinander ausüben, gelten dieselben Regeln, wie für die Wechselwirkungen der Polflächen. Gleichnamige Teilchen, Teilchen derselben Flüssigkeit, stoßen sich ab, ungleichnamige ziehen sich an. Die beiden Fluida treten hierdurch in einen Gegensatz, welcher ähnlich ist dem der positiven und negativen Größen. Ist an den Stellen A und B des Raumes nordmagnetisches Fluidum, so übt A auf B eine abstoßende Wirkung aus; bringt man nach A eine kleinere Menge südmagnetischen Fluidums, so wird die Abstoßung in derselben Weise verkleinert, wie eine positive Größe durch Hinzufügung einer negativen. Mit Beziehung auf diese Analogie bezeichnet man das eine Fluidum, und zwar das nordmagnetische, auch als das positive, das südmagnetische als das negative.

Im nichtmagnetischen Zustand denkt man sich die beiden Fluida im Innern der Moleküle gleichmäßig gemischt. Wenn wir einen Stahl- oder Eisenstab in das Feld eines permanenten Magneten bringen, dessen Nordpolfläche mit positiven, dessen Südpolfläche mit negativen magnetischen Teilchen beladen ist, so werden die positiven Teilchen von der Nordpolfläche abgestoßen, die negativen angezogen. Da die Teilchen im Innern der Moleküle beweglich sind, so tritt eine Scheidung

der magnetischen Fluida ein, die Moleküle werden zu Elementarmagneten, welche ihre Südpole alle nach der Seite der erregenden Nordpolfläche, ihre Nordpole nach der entgegengesetzten Seite wenden. Wir kommen damit im wesentlichen auf die Vorstellung zurück, welche wir uns nach dem fünften Fundamentalversuch von der Konstitution eines Magnets gebildet hatten. Die Elementarmagnete ordnen sich zu Ketten, in welchen stets die freundlichen Pole einander benachbart sind. Die Wirkungen aller im Innern des Magnets liegenden Pole zerstören sich daher wechselseitig, nur die Wirkung der an die Oberfläche hervortretenden bleibt übrig. Die so mit freien positiven und negativen magnetischen Teilchen bedeckten Teile der Oberfläche sind unsere Nord- und Südpolflächen.

Die Koërcitivkraft des Stahles erklärt man durch eine statische Reibung, welcher die magnetischen Fluida in seinen Molekülen unterworfen sind. Diese Reibung erschwert zunächst die magnetische Scheidung; der Stahl wird unter gleichen Umständen in der That weniger stark magnetisch als das weiche Eisen. Ist die Scheidung aber einmal vollzogen, so verhindert die Reibung nun umgekehrt die Wiedervereinigung der Fluida, sie macht den Magnetismus zu einem permanenten.

§ 326. Coulombs Gesetz der magnetischen Fernwirkung. Versuche von Coulomb legen die Hypothese nahe, daß zwei Teilchen desselben magnetischen Fluidums sich mit einer Kraft abstoßen, welche dem Produkt ihrer magnetischen Massen proportional, dem Quadrat der Entfernung umgekehrt proportional ist. Dasselbe Gesetz gilt dann auch für die Anziehung ungleichnamiger Massen.

§ 327. Absolutes Maß magnetischer Massen oder Mengen; Polstärke. Magnetische Massen, oder, wie wir zur Unterscheidung von ponderabeln Massen lieber sagen wollen, magnetische Mengen kann man nicht wägen oder zählen. Es bleibt daher kein anderes Mittel übrig, ihre Größe zu bestimmen, als die Messung ihrer Wirkung. Zu einer Bestimmung magnetischer Mengen gelangt man auf diesem Wege durch die Festsetzung, daß die Wechselwirkung derselben gleich sein soll ihrem Produkt, dividiert durch das Quadrat ihrer Entfernung. Nehmen wir dann zwei gleiche positive magnetische Mengen $\mathfrak{m}$, so ist in der Entfernung r die zwischen ihnen vorhandene abstoßende Kraft

$$F = \frac{\mathfrak{m}^2}{r^2}, \text{ und daher } \mathfrak{m} = r\sqrt{F}.$$

Die Definition der Einheit der magnetischen Menge ist hiernach folgende: Zwei unter sich gleiche magnetische Pole besitzen je die Einheit der magnetischen Menge, oder der Polstärke, wenn sie in der Entfernung von 1 cm mit der Krafteinheit von 1 Dyne aufeinander wirken.

Wenn man andererseits irgendwie durch Versuche ermittelt hat, mit wieviel Dynen zwei gleiche magnetische Pole in der Entfernung

von r cm einander abstoßen oder anziehen, so erhält man ihre magnetische Menge oder ihre Polstärke, wenn man die Quadratwurzel der Kraft mit der Entfernung multipliziert. Nun ist eine Dyne die Kraft, welche einem g die Beschleunigung von 1 cm sec^{-2} erteilt. Man sieht also, daß die zur Berechnung der magnetischen Menge dienenden Größen nur die Bestimmung von Längen, ponderablen Massen, Zeiten erfordern. Die für die magnetische Menge gefundene Zahl hängt also auch nur ab von der Wahl der Grundmaße für die Länge, die ponderable Masse, die Zeit. Eine Maßbestimmung, bei welcher außer diesen drei Grundmaßen kein weiteres spezifisches Maßelement benutzt wird, nennt man, der in § 66 eingeführten Bezeichnung entsprechend, eine absolute. Wählt man als Einheiten das Centimeter, das Gramm, die Sekunde, so sagt man, die betreffende Größe sei im cm · g · sec-System ausgedrückt. Bezeichnen wir, wie früher, die Länge durch l, die ponderable Masse durch m, die Zeit durch t, so ist die Art, wie diese drei Größen bei der Berechnung magnetischer Mengen zu kombinieren sind, gegeben durch das Symbol $l^{\frac{3}{2}}\, m^{\frac{1}{2}}\, t^{-1}$; dieses Produkt von Potenzen der Länge, der Masse, der Zeit nennen wir nach § 49 die Dimension der magnetischen Menge. Für das cm · g · sec-System ist die Dimension durch die Gleichung

$$[\mathfrak{m}] = \mathrm{cm}^{\frac{3}{2}} \cdot \mathrm{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}^{-1}$$

gegeben.

Die Einführung der absoluten Maße in die Lehre von Magnetismus und von Elektrizität, welche wir Gauss und Weber verdanken, bezeichnet eine wichtige Epoche in der Entwickelung der Physik; sie gab unmittelbare Veranlassung zu Experimentaluntersuchungen von fundamentaler Bedeutung; sie brachte in ein Gebiet, welches an Mannigfaltigkeit der Erscheinungen, an Zahl der verschiedenen der Messung sich darbietenden Größen die anderen Teile der Physik weit übertrifft, eine bewundernswerte Übersicht und Einheit. Die Bekanntschaft mit den Prinzipien des absoluten Maßsystems ist um so nützlicher, weil auch die jetzt so häufig gebrauchten Maße der Elektrotechnik in ihm ihre Wurzel haben.

§ 328. Bedeutung des Coulombschen Gesetzes. Die Anschauungen, welche wir in § 325 über die Natur der Magnete entwickelt haben, müssen als ideale bezeichnet werden. Das letzte Glied, zu dessen Kenntnis wir auf dem Wege des Versuches gelangen, sind die Elementarmagnete; es ist eine reine Fiktion, wenn wir diese wieder in einen Nord- und Südpol zerlegen. Die Bedeutung des Coulombschen Gesetzes muß also darin gesucht werden, daß es uns einen Weg eröffnet, um zu dem Gesetz für die Wechselwirkung der Magnete zu gelangen, denn dies allein kann Gegenstand der Beobachtung sein, und zu seiner genaueren Erforschung werden wir uns in den folgenden Paragraphen wenden.

§ 329. Magnetische Axe. Ebenso wie bei den qualitativen Versuchen von § 309 beginnen wir auch jetzt mit der Untersuchung der Wirkung, die der Erdmagnetismus auf eine Magnetnadel ausübt. Wir

hängen eine Nadel von der Form eines längeren prismatischen Stabes an einem vertikalen Faden in ihrer Mitte auf, so daß sie in einer horizontalen Ebene sich frei drehen kann. Machen wir von der in § 317 besprochenen vereinfachenden Vorstellung Gebrauch, nach der wir den ganzen Nordmagnetismus in einem Punkte, dem Nordpole, den ganzen Südmagnetismus in dem Südpole vereinigt denken können, so wirken auf die Nadel nur zwei Kräfte, von welchen die eine den Nordpol nach Norden, die andere den Südpol in entgegengesetzter Richtung nach Süden treibt; beide liegen in der Ebene des magnetischen Meridians, gegen die Horizontale unter 66° geneigt. Wir zerlegen die Kräfte in eine horizontale und eine vertikale Komponente; die vertikalen Komponenten werden bei einer kleinen Verschiebung des Schwerpunktes gegen den Suspensionsfaden durch das Gewicht der Magnetnadel kompensiert, die horizontalen bedingen die Einstellung der Nadel in den magnetischen Meridian; sie ist im Gleichgewicht, wenn die Verbindungslinie von Süd- und Nordpol, die magnetische Axe, im Meridiane liegt.

§ 330. Horizontalintensität des Erdmagnetismus, magnetisches Moment einer Nadel. Lenken wir die horizontal drehbare Nadel von dem magnetischen Meridian ab, so wird sie nach diesem zurückgezogen und führt freigelassen um ihre Gleichgewichtslage Schwingungen aus, ähnlich den Schwingungen eines Pendels um seine Ruhelage. Die Kraft aber, mit der die Nadel in den magnetischen Meridian gerichtet wird, hängt von zwei Dingen ab; einmal von der Beschaffenheit der Nadel, d. h. von der Menge positiven und negativen Fluidums, welche in ihren Polen angehäuft ist, von der Polstärke, und von der Entfernung der Pole von dem Mittelpunkt der Nadel, beziehungsweise der Poldistanz. Zweitens aber hängt jene Kraft ab von der horizontalen Komponente des Erdmagnetismus, d. h. von der Kraft, welche der Erdmagnet in horizontaler Richtung auf die Einheit der positiven magnetischen Menge ausübt. Wir setzen voraus, daß unsere Nadel nur um einen kleinen Winkel φ aus dem magnetischen Meridiane herausgedreht wird; dann kann der Sinus des Ablenkungswinkels dem Winkel selbst gleichgesetzt werden (§ 10), und das vom Erdmagnetismus auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment wird proportional mit φ. Bezeichnen wir mit μ die Stärke der Pole ($+\mu$ für den Nordpol, $-\mu$ für den Südpol), mit λ ihren Abstand von der Mitte der Nadel, mit 2λ demnach die Poldistanz, mit H die Horizontalintensität des Erdmagnetismus, so er-

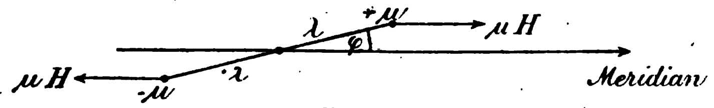


Fig. 375.

ergiebt sich aus Figur 375 für das Drehungsmoment der Ausdruck $2\lambda\mu H \sin\varphi$, oder mit Rücksicht auf die oben gemachte Voraussetzung:

$$2\lambda\mu H\cdot\varphi.$$

Der letztere Ausdruck ist aber nur dann richtig, wenn der Winkel φ in Bogenmaß ausgedrückt wird und nicht in Graden, Minuten und Sekunden. Ebenso wie bei einem in kleinem Bogen schwingenden Pendel ist das von Erd- und Nadelmagnetismus abhängende Verhältnis zwischen Drehungsmoment und Ablenkungswinkel konstant; wir bezeichnen es, in Übereinstimmung mit § 74, als die auf die Nadel ausgeübte **Direktionskraft** und haben also:

$$\text{Direktionskraft } D = 2\,\lambda\,\mu\,H.$$

Der vom Nadelmagnetismus abhängende Teil der Direktionskraft ist gleich dem **Produkte aus Polstärke und Poldistanz.** Dieses Produkt nennen wir das **magnetische Moment.** Die von der horizontalen Komponente des Erdmagnetismus auf die Nadel ausgeübte Direktionskraft ist dann gleich dem Produkte aus der Horizontalintensität und aus dem magnetischen Moment. Wir bezeichnen dieses durch $\mathfrak{M}$ und haben daher $\mathfrak{M} = 2\,\lambda\,\mu$, $D = \mathfrak{M}\,H$; die Dimension des magnetischen Momentes ist mit Rücksicht auf § 327:

$$[\mathfrak{M}] = l^{\frac{5}{2}} \cdot m^{\frac{1}{2}} \cdot t^{-1};$$

im cm-, g-, sec-System: $\text{cm}^{\frac{5}{2}}\ \text{g}^{\frac{1}{2}}\ \text{sec}^{-1}$. Das magnetische Moment ist nach dem obigen gleich dem Quotienten aus der auf einen Magnetstab ausgeübten Direktionskraft und aus der Horizontalkomponente des Erdmagnetismus; in dieser Bestimmung ist nichts mehr enthalten, was einem einzelnen Magnetpole für sich zugehörte; wir dürfen daher vermuten, daß wir in dem magnetischen Moment etwas gefunden haben, wodurch der magnetische Zustand eines Stahl- oder Eisenstabes charakterisiert wird, ganz unabhängig von irgendwelcher Vorstellung über das Wesen des Magnetismus. In der That wird sich diese Vermutung bestätigen.

Ehe wir aber weitergehen, wollen wir noch zwei wichtige Eigenschaften des magnetischen Momentes hervorheben. Vereinigen wir mehrere Magnete mit den Polstärken $\mu, \mu', \mu'' \ldots$, den Poldistanzen $2\lambda, 2\lambda', 2\lambda'' \ldots$, den magnetischen Momenten $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{M}'$, $\mathfrak{M}''$ ... zu einem magnetischen Bündel, so daß die Axen der Stäbe alle parallel und horizontal gerichtet sind, so sehen wir leicht, daß die Direktionskraft des Erdmagnetismus auf das um eine vertikale Axe drehbare Bündel gegeben ist durch:

$$2\lambda\mu H + 2\lambda'\mu' H + 2\lambda''\mu'' H + \ldots = (\mathfrak{M} + \mathfrak{M}' + \mathfrak{M}'' + \ldots)\cdot H;$$

die Direktionskraft ist dieselbe, wie die auf einen einzigen Magnet, dessen Moment gleich der Summe der Momente aller parallel gerichteter Magnete ist. Das magnetische Moment hat also unter dieser Voraussetzung die Eigenschaft einer additiven Größe.

Eine zweite Eigenschaft ergiebt sich aus der Betrachtung zweier kreuzweis verbundener Magnete von gleicher Polstärke μ. Der gemeinsame Mittelpunkt der Stäbe sei O, die Nordpole liegen in P und Q, die Südpole in P' und Q' (Fig. 376a). Wir stellen das magnetische Kreuz so, daß die Axe QQ' des einen Stabes mit dem magnetischen Meridian

zusammenfällt, die des anderen zu ihm senkrecht steht. Dann ist das von der horizontalen Komponente des Erdmagnetismus auf die verbundenen Stäbe ausgeübte Drehungsmoment gleich $2\mu H \times OP = \mu H \times PP'$. Wir konstruieren nun ein Rechteck, dessen Seiten parallel mit PP' und QQ' durch die Pole hindurchgehen, dessen Diagonale RR' ist. Betrachten wir R und R' als Pole eines Magnets, wieder mit der Stärke μ, so ist das von der Horizontalintensität auf diesen einen Stab ausgeübte Drehungsmoment, wie man leicht sieht, ebenfalls gleich

$$\mu H \times PP'.$$

Man kann hiernach das magnetische Kreuz ersetzen durch einen einzigen Magnet, der dieselbe Polstärke hat, wie die gegebenen Stäbe, dessen Axe die Diagonale des aus den Axen der gegebenen Stäbe konstruierten Rechteckes ist. Dies gilt, wie man durch eine Erweiterung der Betrachtung leicht zeigen kann, nicht bloß für die angenommene spezielle, sondern ebenso für eine beliebige Lage des Kreuzes.

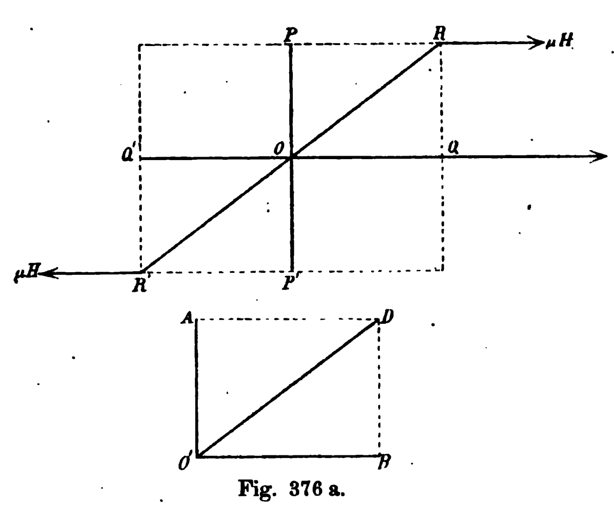


Fig. 376 a.

Wir können nun magnetische Momente graphisch durch Linien darstellen, die ihnen numerisch gleich und den Richtungen der magnetischen Axen parallel sind. Repräsentiert in dieser Weise $O'A$ (Fig. 376 a) das Moment des einen Stabes, $\mu \times PP'$, $O'B$ das des anderen, $\mu \times QQ'$, so ist ebenso $O'D$ numerisch gleich und gleichgerichtet mit dem Moment, beziehungsweise mit der magnetischen Axe des fingierten Stabes. Das Moment $\mu \times RR'$ des einen an Stelle von PP' und QQ' gesetzten Stabes ergiebt sich somit aus den Repräsentanten der gegebenen Momente nach dem Satz vom Parallelogramm. Umgekehrt kann man auch das magne-

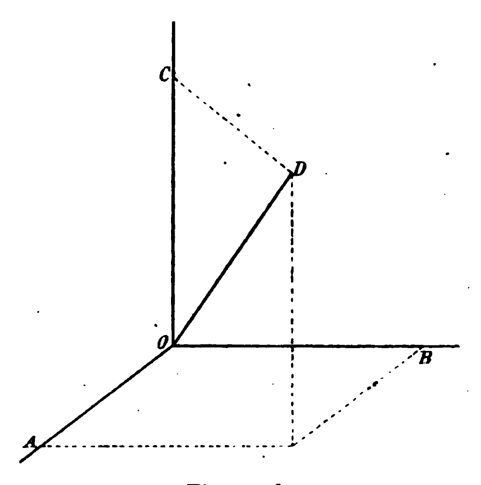


Fig. 376 b.
Komponenten eines magnetischen Moments.

tische Moment eines einzigen Stabes ersetzen durch die Momente zweier zu einander senkrechter, fingierter Stäbe, durch seine Komponenten nach zwei zu einander senkrechten Axen.

Der gefundene Satz kann, was mit Rücksicht auf eine spätere Anwendung hervorgehoben werden möge, noch allgemeiner gefaßt werden. Es sei ein Stabmagnet gegeben; von seinem Mittelpunkte aus ziehen wir parallel mit seiner Axe die Linie *OD* (Fig. 376b), durch die sein Moment graphisch dargestellt wird, außerdem drei zu einander senkrechte, mit dem Magnet fest verbundene Axen. Wir projizieren die Linie *OD* senkrecht auf diese Axen nach *OA*, *OB* und *OC*. Betrachten wir diese Linien als die Repräsentanten dreier neuer, mit dem Stab verbundener magnetischer Momente, so ergiebt sich, daß sie, zusammengenommen, genau dieselben Wirkungen erleiden und üben, wie das eine gegebene Moment des Stabes. Man bezeichnet die durch *OA*, *OB*, *OC* dargestellten Momente als die rechtwinkligen Komponenten von *OD* und hat dann den Satz, daß man an Stelle eines gegebenen magnetischen Momentes seine Komponenten nach drei zu einander senkrechten Richtungen setzen kann.

§ 331. Schwingungsdauer einer Magnetnadel. Wir haben schon gesehen, daß eine in horizontaler Ebene frei drehbare Magnetnadel um ihre Gleichgewichtslage schwingt. Die Schwingungsdauer t, die Zeit, welche sie von der äußersten Lage auf der einen Seite des Meridians zum Hingange nach der entsprechenden auf der anderen Seite gebraucht, wird durch das allgemeine Gesetz der Pendelschwingungen gegeben (§ 74):

$$\frac{t^2}{\pi^2} = \frac{\text{Trägheitsmoment}}{\text{Direktionskraft}}.$$

Benützen wir für die Direktionskraft den aus dem vorhergehenden Paragraphen zu entnehmenden Wert, so ergiebt sich:

$$\mathfrak{M} \cdot H = \frac{\pi^2}{t^2} \times \text{Trägheitsmoment.}$$

Das Trägheitsmoment einer prismatischen Nadel berechnet sich aus Länge, a, Breite, b, und Masse m nach der Formel:

$$\text{Trägheitsmoment} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}.$$

Eine Wägung, eine Längen- und eine Zeitmessung geben alles, was zu der Berechnung der rechten Seite der obigen Gleichung nötig ist; wir finden dann eine bestimmte Zahl, durch welche das Produkt aus magnetischem Moment und Horizontalintensität ausgedrückt wird,

$$\mathfrak{M} \cdot H = A.$$

§ 332. Prüfung des Coulombschen Gesetzes durch Gauss. Wir untersuchen nun die Wechselwirkung zweier Nadeln, beschränken uns aber dabei auf den Fall, daß ihre Entfernung groß ist gegenüber ihren Dimensionen. Die eine von ihnen, wir bezeichnen sie mit Rücksicht auf eine nachher zu besprechende Anwendung als die Hauptnadel, legen wir mit horizontaler Axe fest auf; die andere, die Hilfsnadel,

bringen wir mit ihrer Axe in dieselbe Horizontalebene, aber so, daß sie sich um ihren Mittelpunkt im horizontalen Sinne frei drehen kann, sei es auf einer Spitze, wie eine Kompaßnadel, oder um einen vertikalen Suspensionsfaden. Entfernen wir zuerst die Hauptnadel, so stellt sich die Hilfsnadel in den Meridian. Wir ziehen durch ihren Mittelpunkt zwei horizontale Linien, die eine mit dem Meridian zusammenfallend, die andere zu ihm senkrecht. Die gegenseitige Lage der Nadeln ordnen wir dann in folgender Weise. Die Axe des Hauptmagnets richten wir ein für allemal senkrecht zum Meridian. Seinen Mittelpunkt aber legen wir entweder auf die senkrecht zum Meridian gezogene Linie: erste Hauptlage, oder in die Meridianlinie selbst: zweite Hauptlage.

Wir betrachten zunächst die Wirkung in der ersten Hauptlage (Fig. 377a). Die vom Nord- und Südpol der Hauptnadel auf den Nordpol der Hilfsnadel ausgeübten Kräfte vereinigen sich zu einer Resultanten, von der wir bei großer Entfernung der beiden Nadeln annehmen können,

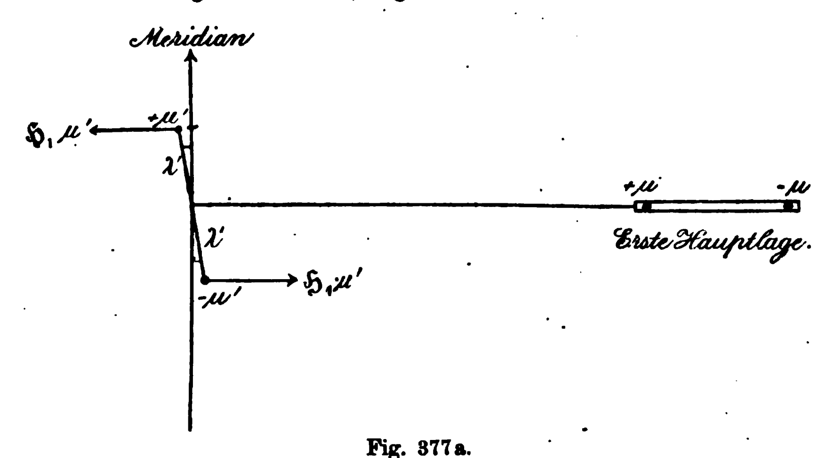


Fig. 377a.

daß sie mit der Axe der Hauptnadel parallel ist. Unter derselben Voraussetzung wird dann die auf den Südpol ausgeübte Kraft der auf den Nordpol wirkenden gleich und entgegengesetzt sein. Wird die Hilfsnadel hierdurch um den Winkel φ_1 aus dem magnetischen Meridian abgelenkt, so ist das vom Erdmagnetismus auf sie ausgeübte Drehungsmoment:

$$2\lambda'\mu'\mathfrak{H}_1 \cos\varphi_1 = \mathfrak{M}'\mathfrak{H}_1 \cos\varphi_1 .$$

Hier bezeichnet $2\lambda'$ die Poldistanz, μ' die Polstärke der Hilfsnadel, $\mathfrak{M}'$ ihr magnetisches Moment, $\mathfrak{H}_1$ die von der Hauptnadel auf einen positiven Pol von der Stärke 1 an der Stelle der Hilfsnadel ausgeübte Kraft. Ist die Ablenkung eine sehr kleine, was man durch Vergrößerung der Entfernung stets erreichen kann, so ist das Drehungsmoment mit großer Annäherung gegeben durch

$$2\lambda'\mu'\mathfrak{H}_1 = \mathfrak{M}'\mathfrak{H}_1 .$$

Gleichzeitig wird aber die Nadel nach dem magnetischen Meridian zurück-

getrieben durch ein Drehungsmoment, welches nach § 330 bei einer kleinen Ablenkung gleich $\mathfrak{M}' H \varphi_1$ ist. Da die Nadel bei der kleinen Ablenkung φ_1 sich im Gleichgewicht befindet, so müssen die entgegengesetzten Drehungsmomente gleich sein, und man hat:

$$\mathfrak{M}' H \varphi_1 = \mathfrak{M}' \mathfrak{H}_1.$$

Gehen wir über zu der zweiten Hauptlage (Fig. 377b). Die Resultante der Kräfte, welche von den Polen der Hauptnadel auf einen positiven Pol von der Stärke 1 an der Stelle der Hilfsnadel ausgeübt werden, bezeichnen wir durch $\mathfrak{H}_2$. Es ergiebt sich, daß auch sie bei großer Entfernung der beiden Nadeln in der ganzen Ausdehnung der Hilfsnadel zu dem magnetischen Meridian senkrecht bleibt; das Drehungsmoment, welches von der Hauptnadel ausgeübt wird, ist bei kleiner Ablenkung $\mathfrak{M}' \mathfrak{H}_2$, und wenn der Ablenkungswinkel gleich φ_2, so ist:

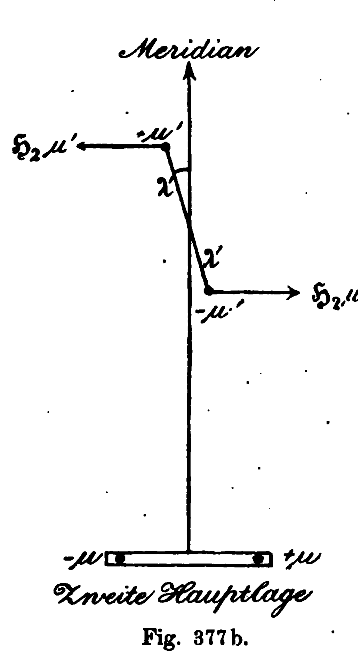


Fig. 377b.

$$\mathfrak{M}' H \varphi_2 = \mathfrak{M}' \mathfrak{H}_2.$$

Die mit $\mathfrak{H}_1$ und $\mathfrak{H}_2$ bezeichneten Kräfte kann man nun mit Hilfe des Coulombschen Gesetzes berechnen, wenn man die Polstärke μ und Poldistanz 2λ der Hauptnadel, sowie die Entfernung R der Mittelpunkte der beiden Nadeln als bekannt betrachtet. Es ergiebt sich:

$$\mathfrak{H}_1 = \frac{2 \cdot 2\lambda\mu}{R^3} = \frac{2\mathfrak{M}}{R^3}, \quad \mathfrak{H}_2 = \frac{2\lambda\mu}{R^3} = \frac{\mathfrak{M}}{R^3}.$$

Hierin liegt das wichtige Resultat, daß auch die Kräfte $\mathfrak{H}_1$ und $\mathfrak{H}_2$ nur abhängig sind von der Größe $\mathfrak{M}$, dem magnetischen Momente der Hauptnadel. Für das Gleichgewicht der Hilfsnadel in der ersten und zweiten Hauptlage ergeben sich jetzt die Gleichungen:

$$\mathfrak{M}' H \varphi_1 = \frac{2\mathfrak{M}'\mathfrak{M}}{R^3}, \qquad \mathfrak{M}' H \varphi_2 = \frac{\mathfrak{M}'\mathfrak{M}}{R^3}.$$

Ist die Entfernung R in beiden Fällen dieselbe, so ist $\varphi_1 = 2\varphi_2$; diese Konsequenz des Coulombschen Gesetzes hat Gauss geprüft; er fand bei verschiedenen Entfernungen R die folgenden Werte von φ_1 und φ_2:[1]

R (Meter)	φ_1	φ_2
3	11′ 0,7″	5′ 33,7″
3,5	6′ 56,9″	3′ 28,9″
4	4′ 35,9″	2′ 22,2″

[1] Gauss, Intensitas vis magneticae terrestris ad mensuram absolutam revocata. C. F. Gauss Werke. Bd. V. p. 109.

In der That ist hier φ_1 nahe doppelt so groß, wie das derselben Entfernung R entsprechende φ_2.

Für die bei der ersten Hauptlage in verschiedenen Entfernungen gemachten Beobachtungen gilt die Gleichung:

$$\frac{\mathfrak{M}}{H} = \tfrac{1}{2} R^3 \varphi_1.$$

Tritt während der Beobachtungen keine Veränderung des Erd- und Stabmagnetismus ein, so bleiben die auf der linken Seite stehenden Größen $\mathfrak{M}$ und H konstant; es muß daher auch $R^3 \varphi_1$ bei den verschiedenen Beobachtungen denselben Wert behalten. Nun wird für

R	=	300 cm	350 cm	400 cm
$R^3 \varphi_1$	=	86 490 „	86 650 „	85 600 „

Das letztere Produkt ist also in der That nahezu konstant, und dadurch ist eine weitere Bestätigung des Coulombschen Gesetzes gewonnen. Bei der Berechnung ist die Entfernung in Centimeter ausgedrückt und für φ_1 an Stelle des Winkelmaßes Bogenmaß eingeführt; man erhält dann $\frac{\mathfrak{M}}{H} = \frac{1}{2} R^3 \varphi_1$ in dem absoluten Maße des cm-, g-, sec-Systemes, und zwar im Mittel:

$$\frac{\mathfrak{M}}{H} = 43\,120.$$

§ 333. Allgemeine Gesetze für die Fernwirkung eines Magnets. In dem vorhergehenden Paragraphen sind die Gesetze der Fernwirkung eines Magnets für die speziellen Fälle der ersten und zweiten Hauptlage gegeben. Man kann jene Gesetze auf Grund der Vorstellung von den magnetischen Polen und ihrer Wechselwirkung nach dem Coulombschen Gesetz in allgemeinerer Weise entwickeln, und das Resultat der Untersuchung ist folgendes.

1. Richtung der von einem Magnete in die Ferne auf einen positiven Pol ausgeübten Kraft.

Gegeben sei der Mittelpunkt C des Magnetstabes und seine Axe, die Verbindungslinie vom Südpol zum Nordpol; gegeben der Punkt A, für welchen die Richtung der magnetischen Kraft bestimmt werden soll (Fig. 378). Wir ziehen die Linie CA und teilen sie in drei gleiche Teile; der C zunächst liegende Teilpunkt sei B; ein in B auf AC errichtetes Lot treffe die magnetische Axe in D. Die Linie DA giebt dann die Richtung der auf A ausgeübten Kraft, beziehungsweise der durch diesen Punkt hindurchgehenden Kraftlinie. Wir können die angegebene Konstruktion weiter verwerten, um die den Magnet umgebenden Kraftlinien zu zeichnen. Zu diesem Zwecke nehmen wir auf der Richtung DA in der Nähe von A einen zweiten Punkt A'

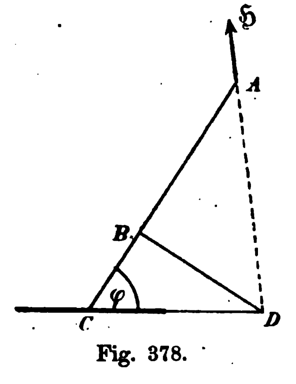


Fig. 378.

und bestimmen durch Wiederholung der Konstruktion die Richtung der auf ihn ausgeübten Kraft. Setzen wir die Operation in derselben Weise fort, so erhalten wir Schritt für Schritt die aufeinanderfolgenden Elemente der durch A gehenden Kraftlinie. Besonders bemerkenswert ist, daß die Konstruktion von der Lage der einzelnen Magnetpole gar keinen Gebrauch macht; sie setzt nur die Kenntnis der magnetischen Axe voraus, aber sie giebt den Verlauf der Kraftlinien auch nur in großer Entfernung von dem wirkenden Stabe richtig wieder; sobald wir uns seiner Oberfläche über eine gewisse Grenze hinaus nähern, tritt die in § 317 geschilderte Beziehung auf die Pole zu Tage.

2. Größe der von einem Magnete in die Ferne ausgeübten magnetischen Kraft.

Für die Größe der von dem Magnete auf einen positiven magnetischen Pol von der Stärke 1 an der Stelle A ausgeübten Kraft ergiebt sich der Ausdruck:

$$\mathfrak{H} = \frac{\mathfrak{M}}{R^3}\sqrt{1 + 3\cos^2\varphi}.$$

Hier bezeichnet $\mathfrak{M}$ das magnetische Moment des Magnets, R die Entfernung AC seines Mittelpunktes von dem Pole A, φ den Winkel der magnetischen Axe mit der Entfernung R. Auch diese Kraft hängt nur ab von dem Momente $\mathfrak{M}$, nicht von den einzelnen Polen. Der Wert von $\mathfrak{H}$ giebt ein Maß für die Stärke des Magnetfeldes an der Stelle A; man bezeichnet daher $\mathfrak{H}$ geradezu als Feldstärke.

3. Direktionskraft eines festliegenden Magnets auf eine drehbare Magnetnadel.

In dem Punkte A denken wir uns eine Hilfsnadel aufgestellt, von der Polstärke μ', der Poldistanz $2\lambda'$. Die Dimensionen der Nadel seien so klein, daß die auf Nord- und Südpol ausgeübten Kräfte parallel und gleich groß sind. Es wird dann auf die Nadel eine Direktionskraft ausgeübt, welche gegeben ist durch:

$$2\lambda'\mu'\mathfrak{H} \quad \text{oder} \quad \frac{\mathfrak{M}'\mathfrak{M}}{R^3}\sqrt{1 + 3\cos^2\varphi},$$

einen Ausdruck, der wieder nur die magnetischen Momente enthält. Gegenstand der Beobachtung und Messung kann nun nur sein: 1. die Richtung der magnetischen Kraft, wie sie bei Entfernung aller störenden Einflüsse durch die Richtung einer in A befindlichen Nadel gegeben wird; 2. die Größe der von der Hauptnadel auf die Hilfsnadel ausgeübten Direktionskraft. Die auf einen einzelnen Magnetpol ausgeübte Wirkung dagegen kann nicht unmittelbar beobachtet werden, da dem einzelnen Pol keine reale Existenz, sondern nur die Bedeutung einer idealen Hilfsvorstellung zukommt.

Die in § 332 für Richtung und Größe der ausgeübten Direktionskräfte gefundenen und durch die Gauss'schen Versuche bestätigten Resultate erweisen sich als spezielle Fälle der in diesem Paragraphen

gegebenen allgemeinen Gesetze. Es haben also auch diese durch eine Prüfung in speziellen Fällen ihre experimentelle Bestätigung gefunden.

§ 334. Stabmagnetismus und Horizontalintensität in absolutem Maße. Wir haben in § 331 gesehen, daß die Bestimmung der Schwingungsdauer eines Magnetstabes zu der Kenntnis des Produktes aus Stabmagnetismus und Horizontalintensität führt:

$$\mathfrak{M} H = A.$$

Benützen wir nun denselben Stab als Hauptnadel, und messen wir den Winkel φ_1, um welchen er in der ersten Hauptlage eine kleine Hilfsnadel aus dem magnetischen Meridian ablenkt, so ist nach § 332:

$$\frac{\mathfrak{M}}{H} = \tfrac{1}{2} R^3 \varphi_1.$$

Die Kombination beider Beobachtungen führt zu der gesonderten Bestimmung von $\mathfrak{M}$ und H auf Grund von Längen-, Massen- und Zeitmessungen, d. h. in absolutem Maße. Aus den Gaussschen Beobachtungen hatte sich ergeben:

$$\frac{\mathfrak{M}}{H} = 43\,120.$$

Gauss hat nun denselben Stab, mit Hilfe dessen er die angegebenen Ablenkungen erzeugte, auch schwingen lassen, und fand so:

$$\mathfrak{M} H = 1354.$$

Die Kombination der beiden Gleichungen giebt in Einheiten des cm, g, sec-Systemes:

$$\mathfrak{M} = 7641 \text{ cm}^{\frac{5}{2}} \text{ g}^{\frac{1}{2}} \text{ sec}^{-1},$$

$H = 0{,}1772$ ($\text{cm}^{-\frac{1}{2}} \text{ g}^{\frac{1}{2}} \text{ sec}^{-1}$ nach der zweiten der folgenden Bemerkungen).

Wir fügen zu diesen Zahlen noch einige ergänzende Bemerkungen hinzu.

1. Unter spezifischem Magnetismus versteht man das magnetische Moment eines Stahl- oder Eisenstabes dividiert durch sein Gewicht. In absolutem Maße hat hiernach der spezifische Magnetismus die Dimension: $\frac{\text{Magnetisches Moment}}{\text{Masse}}$, oder mit Rücksicht auf § 330 $l^{\frac{5}{2}} \cdot m^{-\frac{1}{2}} \cdot t^{-1}$. Bei sehr gestreckten guten Stahlnadeln erreicht der spezifische Magnetismus den Wert 100 $\text{cm}^{\frac{5}{2}} \text{ g}^{-\frac{1}{2}} \text{ sec}^{-1}$, d. h. auf 1 g Stahl kommt das magnetische Moment 100. Der spezifische Magnetismus des Eisens ist größer als der des Stahls, er erreicht bei Schmiedeeisen in einem sehr starken magnetischen Felde den Werth 220.

2. Die Horizontalintensität wurde definiert als die horizontale Komponente der Kraft, welche vom Erdmagnetismus auf einen positiven Pol von der Stärke 1 ausgeübt wird. Im absoluten Maße (d. h. mit

Benützung der Dyne als der Einheit der Kraft) ist daher die Dimension der Horizontalintensität

$$[H] = \frac{\text{Kraft}}{\text{Magnetische Menge}} = l^{-\frac{1}{2}} \cdot m^{\frac{1}{2}} \cdot t^{-1},$$

beziehungsweise im cm, g, sec-System

$$[H] = \text{cm}^{-\frac{1}{2}}\ \text{g}^{\frac{1}{2}}\ \text{sec}^{-1}.$$

3. Unter ganzer Intensität des Erdmagnetismus an irgend einer Stelle der Erdoberfläche verstehen wir die ganze Kraft, welche der Erdmagnet daselbst auf einen Nordpol von der Stärke 1 ausübt. Ebenso messen wir die Intensität eines beliebigen Magnetfeldes durch die ganze in ihm auf einen Nordpol von der Stärke 1 ausgeübte Kraft.

§ 335. Die magnetische Wage. An die vorhergehenden Bemerkungen schließen wir noch die Lösung einer Aufgabe, welche von Interesse ist, weil sie einen gewissen Vergleich zwischen den Wirkungen gestattet, die ein Stabmagnet von der Gravitation und von dem Erdmagnetismus erleidet. Die Aufgabe giebt zugleich ein Beispiel von der Anwendung unserer absoluten Maße bei numerischen Rechnungen. Ein Stahlstab (Fig. 379), dessen Nordpol N, dessen Südpol S sei, wird mit einer horizontalen Axe D versehen, so daß er wie ein Wagebalken in einer vertikalen Ebene auf und ab schwingen kann. Wir fragen, wie der Schwerpunkt C des Magnets gegen den Drehungspunkt D liegen muß, damit die magnetische Axe NS horizontal steht. Der Einfachheit halber nehmen wir an, daß der Stahlstab vollkommen homogen sei, so daß der Schwerpunkt C gerade in der Mitte von N und S liegt, auf dieselbe Linie bringen wir dann auch die Drehungsaxe D. Stellen wir die letztere senkrecht zum magnetischen Meridian, so schwingt der Magnet in der Meridianebene, und der Erdmagnetismus sucht den Nordpol nach unten, den Südpol nach oben zu ziehen. Soll die hierdurch bedingte Drehung des Stabes durch sein Gewicht aufgehoben, die Axe NS horizontal gestellt werden, so muß vor allem die Axe D auf der nördlichen Hälfte der Linie NS liegen, und wir erhalten also die in der Figur angenommenen Verhältnisse. Zerlegen wir die ganze Kraft des Erdmagnetismus in die horizontale Komponente H und die vertikale V, so kommt die Wirkung der ersteren nicht in Betracht; die letztere übt auf den Stab ein Drehungsmoment $\mathfrak{M}\,V$ aus, wo $\mathfrak{M}$ das magnetische Moment bezeichnet. Ist andererseits m die Masse, also mg das Gewicht des Stabes, so ist das Drehungsmoment der Gravitation $mg \times DC$, und die Bedingung für das Gleichgewicht bei horizontaler Lage der Axe NS ist daher:

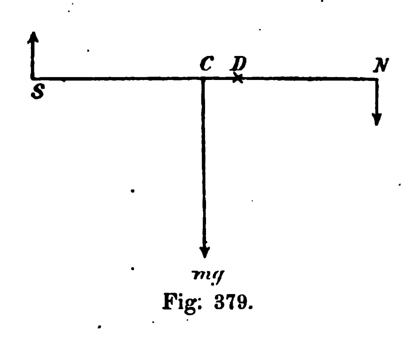


Fig. 379.

$$mg \times DC = \mathfrak{M}\, V,$$

oder

$$DC = \frac{\mathfrak{M}}{m} \cdot \frac{V}{g} \cdot$$

$\frac{\mathfrak{M}}{m}$ ist nichts anderes als der spezifische Magnetismus, den wir nach § 334 gleich 100 $\mathrm{cm}^{\frac{5}{2}} \cdot \mathrm{g}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}^{-1}$ setzen können; die Vertikalkomponente des Erdmagnetismus bildet die vertikale Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen andere Kathete die Horizontalkomponente ist, und dessen Hypotenuse Richtung und Größe der ganzen erdmagnetischen Kraft darstellt. Der Winkel der letzteren gegen den Horizont ist aber nach § 308 näherungsweise gleich 66°, die Horizontalkomponente selbst näherungsweise gleich 0,2; man erhält somit $V = 0{,}2 \times \operatorname{tang} 66^0 = 0{,}45$ $\mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}}\, \mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\, \mathrm{sec}^{-2}$; endlich ist g, die Beschleunigung der Schwere, gleich 981 $\mathrm{cm} \cdot \mathrm{sec}^{-2}$. Mit diesen Werten wird also:

$$DC = 100 \times \frac{0{,}45}{981} = 0{,}046\,\mathrm{cm}.$$

Es genügt somit eine Verschiebung des Schwerpunktes gegen den Drehungspunkt von noch nicht einem halben Millimeter, um die Neigung des Stabes gegen den Horizont aufzuheben.

III. Kapitel. Der Magnetismus der Erde.

§ 336. Die Elemente des Erdmagnetismus. „Zwei große Naturkräfte sind auf der Erde allerorten und in jedem Augenblick gegenwärtig: die Schwere und die erdmagnetische Kraft. Die Wirkungen der Schwerkraft sehen wir auf jedem unserer Schritte uns begegnen. Die Wirkungen der erdmagnetischen Kraft fallen nicht von selbst in die Augen, sondern wollen gesucht sein: Jahrtausende vergingen, ohne daß man nur von der Existenz dieser Kraft wußte. Von der ersten Kraft werden alle Verhältnisse des physischen Lebens durchdrungen, von der anderen unmittelbar wenig oder gar nicht berührt.“[1] In der That ist nur eine Wirkung des Erdmagnetismus schon im Anfange des 12. Jahrhunderts in beschränktem Kreise von praktischer Bedeutung geworden, die Einstellung einer mit einem Hütchen auf einer Spitze drehbaren Magnetnadel in eine bestimmte Richtung, den magnetischen Meridian. Der Kompaß des Schiffers hat dann auch bei den Arbeiten der Geodäten, insbesondere der Festlegung der Stollenrichtungen eines Bergwerkes durch den Markscheider Anwendung gefunden. Eine auf sicheren Prinzipien fußende wissenschaftliche Erforschung der erdmagnetischen Kraft begann erst im Jahre 1832 mit der berühmten Abhandlung von Gauss: „Intensitas vis magneticae terrestris ad mensuram absolutam revocata.“ Einen kurzen Bericht über dieselbe wollen wir im folgenden geben.

[1] Gauss, Erdmagnetismus und Magnetometer. C. F. Gauss Werke. Bd. V. p. 315.

An einer bestimmten Stelle der Erdoberfläche werden wir die erdmagnetische Kraft vollständig bestimmen durch Angabe dreier Größen. Ihre Richtung wird gegeben durch zwei Winkel: den Winkel des magnetischen Meridians gegen den astronomischen, welchen man den Deklinationswinkel nennt; den Winkel, unter welchem die erdmagnetische Kraft gegen den Horizont geneigt ist, den Inklinationswinkel. Die Größe der erdmagnetischen Kraft ist dann vollkommen bestimmt, wenn wir eine ihrer Komponenten kennen, und als solche wählen wir die horizontale Intensität.

Deklination, Inklination, Horizontalintensität nennt man die drei Elemente des Erdmagnetismus.

Die Deklination bestimmen wir nach § 329 mit Hilfe einer in horizontaler Ebene um ihren Mittelpunkt leicht drehbaren Magnetnadel; der Winkel, welchen ihre Axe mit dem astronomischen Meridian bildet,

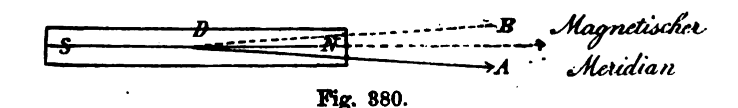


Fig. 380.

ist der Deklinationswinkel. Die Orientierung der Axe aber erkennen wir eben an ihrer Eigenschaft, unveränderlich in die Richtung des Meridians sich einzustellen. Wir verbinden mit der Nadel einen Zeiger DA, der mit der magnetischen Axe den Winkel ADN einschließt (Fig. 380). Legen wir die Nadel um, so daß die untere Seite nach oben kommt, so bleibt die Lage von DN unverändert, während der Zeiger durch seine Drehung um DN in die symmetrische Lage DB kommt. Die Richtung des magnetischen Meridians ist daher durch die Halbierungslinie des Winkels ADB gegeben.

Zur Bestimmung der Inklination bedienen wir uns einer Nadel, welche, ähnlich wie die in § 335 betrachtete, um eine horizontale, zu der Meridianebene senkrechte Axe leicht drehbar ist. Sorgt man dafür, daß der Schwerpunkt der Nadel auf das genaueste mit der Drehungsaxe zusammenfällt, so giebt die Neigung der magnetischen Axe gegen die Horizontale den Inklinationswinkel. Das zu der Ausführung der Messung dienende Instrument, das Inklinatorium, ist durch Figur 381 dargestellt.

Das Prinzip für die Messung der horizontalen Intensität ist in § 334 gegeben. Wir lassen eine Magnetnadel, die „Hauptnadel“, in horizontaler Ebene schwingen. Aus Schwingungsdauer und Trägheitsmoment ergiebt sich das Produkt aus Horizontalintensität und Stabmagnetismus

$$\mathfrak{M} H = \frac{\pi^2}{t^2} \cdot \text{Trägheitsmoment} = A.$$

Dieselbe Nadel benützen wir in der ersten Hauptlage zu der Ablenkung

einer „Hilfsnadel“ aus der Entfernung R; ist der Ablenkungswinkel gleich φ, so gilt allgemein, auch für große Ablenkungen:

$$\frac{\mathfrak{M}}{H} = \frac{1}{2} R^3 \operatorname{tg} \varphi = B.$$

(Die in § 332 benützte Formel folgt hieraus, sobald φ sehr klein ist.)

Die Kombination beider Gleichungen giebt den Wert der Horizontalintensität:

$$H = \sqrt{\frac{A}{B}}.$$

Die Beobachtung zeigt nun, daß die Elemente des Erdmagnetismus von Ort zu Ort variieren; eine Übersicht über die Ausbeute der an verschiedenen Stellen der Erdoberfläche angestellten Beobachtungen erhält man, wenn man die Orte gleicher Deklination durch die „isogonischen“, die Orte gleicher Inklination durch die „isoklinischen“, die Orte gleicher Intensität durch die „isodynamischen“ Linien verbindet. Es ist begreiflich, daß man am frühzeitigsten mit dem System der Isogonen bekannt wurde, da dieses für den Seefahrer eine große praktische Bedeutung besitzt. Es zeigt sich aber, daß die Gestalt und Lage der Isogonen bedeutenden zeitlichen Änderungen unterworfen ist; die Linien auf Halleys Deklinationskarte weichen sehr stark von der gegenwärtigen Lage der Isogonen ab; dasselbe gilt von den beiden anderen Liniensystemen, wenn wir auch ihre Veränderungen nicht durch einen so langen Zeitraum zu verfolgen vermögen. Würde es nun auch möglich sein, durch Beobachtungen zu einer vollständigen Kenntnis der drei Liniensysteme wenigstens für eine bestimmte Epoche zu gelangen, so würde das wissenschaftliche Interesse damit doch ebensowenig erschöpft sein, als das Interesse der Astronomie durch die Entdeckung der Keplerschen Gesetze befriedigt war. Es erhebt sich die Aufgabe, die verwickelten Erscheinungen einem einheitlichen Prinzip zu unterwerfen, welches dann gestattet, die erdmagnetischen Wirkungen auch für solche Stellen der Erdoberfläche im voraus zu berechnen, welche der Beobachtung bisher unzugänglich waren.

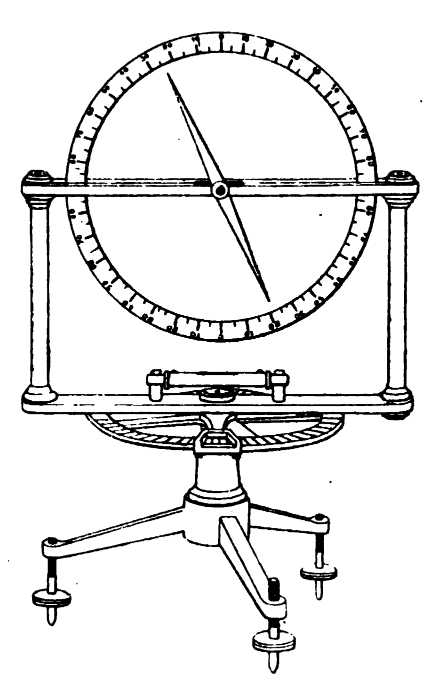


Fig. 381. Inklinatorium.

§ 337. Hypothese eines Centralmagnets. Die einfachste Hypothese, die man über die Ursache der erdmagnetischen Wirkungen machen kann, ist, im Mittelpunkt der Erde nur einen einzigen Magnet anzunehmen. Zu der Bestimmung seiner Lage und seines magnetischen Momentes reicht dann die Bestimmung der Elemente des Erdmagnetismus an einer einzigen Stelle der Erdoberfläche aus. In der That, es sei A (Fig. 382) der Beobachtungsort, als welchen wir Göttingen wählen; der Kreis repräsentiere die Ebene des durch A und den Erdmittelpunkt C hindurchgehenden magnetischen Meridians; eine in A an ihn gelegte Tangente repräsentiert den Horizont von Göttingen; ziehen wir eine Linie AD, welche gegen den Horizont nach Norden zu unter einem Winkel von 66^0 geneigt ist, so stellt diese die Richtung der erdmagnetischen Kraft dar. Um nun die Richtung der Axe für den sie erzeugenden Centralmagnet zu erhalten, teilen wir, entsprechend der in § 333 enthaltenen Regel, AC in drei gleiche Teile, errichten in dem C zunächstliegenden Teilpunkte ein Lot bis zu seinem Schnittpunkt D mit der Richtung der Inklination. Die Richtung der magnetischen Axe ist dann gegeben durch die Verbindungslinie CD.

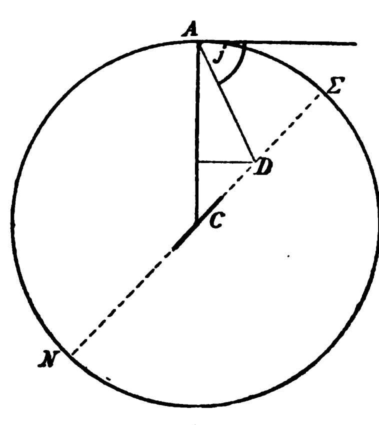


Fig. 382.

Zwischen dem Winkel φ, welchen CD mit der Richtung des Erdhalbmessers $CA = R$ einschließt, und der Inklination j besteht die Gleichung:

$$\text{tang}\,\varphi \times \text{tang}\,j = 2.$$

Die gesamte Intensität der erdmagnetischen Kraft in A ist nach § 333 gegeben durch

$$\mathfrak{H} = \frac{\mathfrak{M}}{R^3}\sqrt{1 + 3\cos^2\varphi},$$

ihre horizontale Komponente durch

$$H = \mathfrak{H}\cos j.$$

Setzt man für $\mathfrak{H}$ seinen Wert und drückt man gleichzeitig $\cos j$ durch den Winkel φ aus, so kommt man zu der Gleichung:

$$\mathfrak{M} = \frac{HR^3}{\sin\varphi},$$

aus welcher das magnetische Moment des Centralmagnets berechnet werden kann.

Mit $j = 66^0$ findet man $\varphi = 41{,}7^0$, und mit $H = 0{,}189$:

$$\mathfrak{M} = 0{,}284 \times R^3,$$

wo R in Centimeter auszudrücken ist, um $\mathfrak{M}$ in Einheiten des cm, g, sec-Systemes zu erhalten. Der gefundene Wert weicht von dem genauen, später (in § 342) anzugebenden nicht übermäßig ab.

Da der positive Pol einer drehbar aufgehängten Nadel vom Erdmagnetismus nach Norden gezogen wird, so muß der Centralmagnet umgekehrt seinen negativen oder südmagnetischen Pol der nördlichen Halbkugel zuwenden. Verlängern wir seine Axe CD, so schneidet sie die Oberfläche der Erde in einem Punkte Σ der nördlichen, einem diametral gegenüberliegenden N der südlichen Halbkugel. In diesen beiden Punkten müßte die Magnetnadel sich senkrecht zu der Erdoberfläche stellen, sie würden die sogenannten magnetischen Pole der Erde repräsentieren; alle Punkte der Parallelkreise, deren Ebenen zu der Axe des Centralmagnets senkrecht stehen, müßten die gleiche Inklination besitzen, d. h. die Isoklinen müßten durch ein System von Parallelkreisen dargestellt sein. Zugleich müßten die Isogonen mit den zugehörigen Meridiankreisen zusammenfallen.

Von diesen Folgerungen wird durch die Erfahrung keine bestätigt; die magnetischen Pole, die Punkte, in welchen die horizontale Komponente des Erdmagnetismus verschwindet, liegen nicht an den Stellen N und Σ unserer Zeichnung, die Isoklinen sind keineswegs durch ein System von Parallelkreisen, die Isogonen nicht durch die Meridiane gegeben.

Man hat die Sache zu verbessern gesucht, indem man dem Magnet, den man als die Ursache der erdmagnetischen Kräfte ansah, eine exzentrische Lage im Innern des Erdkörpers gab. Da auch hierdurch keine große Verbesserung erreicht wurde, so versuchte man die Hypothese zweier Magnete von verschiedener Länge und Größe im Erdinnern, aber wiederum ohne zu einer irgendwie genügenden Übereinstimmung mit den Beobachtungen zu gelangen. Man kann nicht umhin, hieraus den Schluß zu ziehen, daß die Verteilung des Magnetismus im Innern der Erde überhaupt nicht der Art ist, daß sie sich durch eine Konzentrierung in einen oder ein paar Magnete ersetzen ließe, und man wird also dazu gedrängt, eine Theorie des Erdmagnetismus zu suchen, welche unabhängig ist von jeder speziellen Annahme über die Verteilung des Magnetismus im Erdinnern.

§ 338. Gauss allgemeine Theorie des Erdmagnetismus. Der Vorteil, welcher mit der Annahme eines oder mehrerer kleiner Magnete im Innern der Erde verbunden ist, besteht in der Möglichkeit einer unmittelbaren Anwendung des von uns für die Fernwirkung eines Magnets gefundenen Gesetzes. Wenn wir uns aber das ganze Innere der Erde mit irgendwie verteilten magnetischen Massen erfüllt denken, so fällt diese Möglichkeit fort, denn die Punkte der Erdoberfläche verhalten sich dann ganz so wie Punkte, die unmittelbar an der Oberfläche eines Magnets gelegen sind. Man gewinnt aber jene Möglichkeit wieder, wenn man die Erde zerlegt in lauter Volumelemente, deren Größe so gewählt

ist, daß alle als klein betrachtet werden können, gegenüber ihrer Entfernung von dem betrachteten Punkte der Erdoberfläche. Dann kann man die Wirkung jedes einzelnen Volumelementes berechnen mit Hilfe des für die Fernwirkung gefundenen Gesetzes. Die von dem ganzen Erdmagnet ausgeübte Kraft ergiebt sich als Resultante von all jenen elementaren Wirkungen; sie wird also abhängen einmal von dem allgemeinen Gesetz der Fernwirkung, sodann von der individuellen Beschaffenheit aller einzelnen Elementarmagnete, d. h. von der speziellen Verteilung des Magnetismus im Innern der Erde. Zwischen den Wirkungen des Erdmagnetismus an verschiedenen Stellen der Erdoberfläche muß ein Zusammenhang bestehen, welcher ihrer gemeinsamen Ursache entspringt. Nun ergiebt sich, daß jener Zusammenhang nur abhängig ist von den allgemeinen Gesetzen der Fernwirkung, während natürlich jede einzelne Wirkung außerdem noch von der Individualität der einzelnen Elementarmagnete abhängig ist. Hiernach zerfallen die Gesetze der erdmagnetischen Wirkungen in zwei Klassen:

1. Solche, welche abhängen von dem Gesetz der Fernwirkung und von der Individualität des Erdmagnets.

2. Solche, welche nur von dem allgemeinen Gesetz der Fernwirkung abhängen.

Die Gesetze der zweiten Art hat Gauss die allgemeinen Gesetze des Erdmagnetismus genannt; sie bilden den Schlüssel zu einer wirklichen Kenntnis des Erdmagnets.

Die wichtigsten Resultate, zu denen die allgemeine Theorie geführt hat, werden wir in den folgenden Paragraphen anführen.

§ 339. Gesetz der Potentiallinien. Wir wollen an irgend einem Punkt A der Erdoberfläche die Deklination beobachten, hierauf senkrecht zu ihrer Richtung zu einem benachbarten Punkt B fortschreiten, dort wieder die Deklination bestimmen, abermals an der Oberfläche der Erde ein zu der neuen Deklinationsrichtung senkrechtes Linien-Element BC ziehen, u. s. f. Setzen wir dieses Verfahren weiter und weiter fort, so erhalten wir eine über die Oberfläche der Erde sich hinziehende Linie, und es zeigt sich, daß wir auf unserem Wege schließlich an den Ausgangspunkt zurückkommen, d. h. daß jene Linie eine geschlossene, die Erdkugel einmal umlaufende, ist. Indem wir dasselbe Verfahren, von anderen Punkten ausgehend, wiederholen, bedecken wir die Erdoberfläche mit einem System von Linien, den sogenannten Potentiallinien, die überall senkrecht zur Deklinationsrichtung stehen. Die Potentiallinien können sich nirgends durchkreuzen, denn sonst würde ja an der Kreuzungsstelle die Deklination gleichzeitig zwei verschiedene Werte haben. In der Nähe des Äquators folgen die Potentiallinien bis zu einem gewissen Grade den Parallelkreisen, indem sie in Form von Wellen mit langem Berg und Thal an ihnen hinlaufen. Sie ziehen sich schließlich in Ovale zusammen, welche zwei auf der nördlichen und südlichen Halbkugel liegende Punkte umgeben. Es sind dies die Punkte, in

denen die horizontale magnetische Kraft verschwindet, die Inklination also gleich 90° wird, die magnetischen Pole der Erde. Die horizontale Intensität der erdmagnetischen Kraft ist um so größer, je kleiner an der betreffenden Stelle der Erdoberfläche der Abstand zweier benachbarter Potentiallinien ist. So ersetzt also das System der Potentiallinien die Isogonen und die Isodynamen, und giebt zugleich eine viel anschaulichere Darstellung der Verhältnisse als jene.

§ 340. Gesetz der Äquivalenz. Von großem Interesse ist noch ein zweites Resultat der Gaussschen Theorie. Nach ihr ist es nicht möglich, aus den Wirkungen auf den umgebenden Raum eine Kenntnis von der wahren Verteilung des Magnetismus im Erdinnern abzuleiten. Man kann nur eine Verteilung positiver und negativer magnetischer Massen an der Oberfläche der Erde angeben, welche auf jeden Punkt des umgebenden Raumes genau die Wirkung ausübt, wie die unbekannte Verteilung im Innern. Wir bezeichnen diese fingierte Oberflächenschicht als die ideale Verteilung des Erdmagnetismus. Sie ist in ihrer Wirkung auf den umgebenden Raum mit der wahren Verteilung äquivalent.

§ 341. Spezielle Ergebnisse. Magnetische Axe, magnetische Pole der Erde. Gauss hat aus den vorliegenden Beobachtungen die ideale Verteilung des Erdmagnetismus berechnet. Ihre Kenntnis setzt uns in den Stand, für jeden Punkt der Erdoberfläche die magnetischen Elemente a priori zu berechnen, wenn auch auf Grund von ziemlich komplizierten Formeln. Sie führt damit auch zu einer vollständigen Kenntnis der Potentiallinien, die auf Grund der Beobachtungen allein nur bruchstückweise gezeichnet werden können. Die Figuren 383—385 geben die von Gauss auf Grund seiner Theorie entworfenen Zeichnungen der Potentiallinien wieder. In großen Entfernungen von der Erde, z. B. in der Entfernung des Mondes, müssen aber die für die Nahewirkung geltenden Gesetze wieder übergehen in das Gesetz der Fernwirkung, wie es in § 333 ausgesprochen wurde. Die Nahewirkungen hängen ab von der idealen Verteilung des Erdmagnetismus, die Fernwirkungen nur von magnetischer Axe und magnetischem Moment; vermöge des Zusammenhanges der Wirkungen muß es möglich sein, die beiden letzteren Elemente aus der idealen Verteilung zu bestimmen. Besitzen sie auch für die Wirkungen an der Erdoberfläche keine maßgebende Bedeutung, so charakterisieren sie doch die magnetische Natur der Erde im großen und sind von unmittelbarer praktischer Bedeutung in allen Fragen der Fernwirkung. Wenn es sich beispielsweise darum handelt, die magnetische Wirkung der Erde auf den Mond zu berechnen, so können wir auf einem Durchmesser der Erde zwei entgegengesetzte magnetische Pole annehmen von der Stärke m und der Distanz $2\,\mathsf{l}$, den negativen Pol in der nördlichen, den positiven in der südlichen Halbkugel. Die Fernwirkung hängt dann nur ab von dem Produkt $2\,\mathsf{l}\,\mathsf{m} = \mathfrak{M}$, von dem magnetischen Moment. Die Lage der Pole bleibt willkürlich; man kann sie von einander entfernen oder einander nähern, wenn man nur ihre Stärke dementsprechend ändert. Wenn

man aber von den magnetischen Polen der Erde spricht, so meint man nicht diese fingierten, auf der magnetischen Axe liegenden Punkte, sondern

Potentiallinien des Erdmagnetismus.

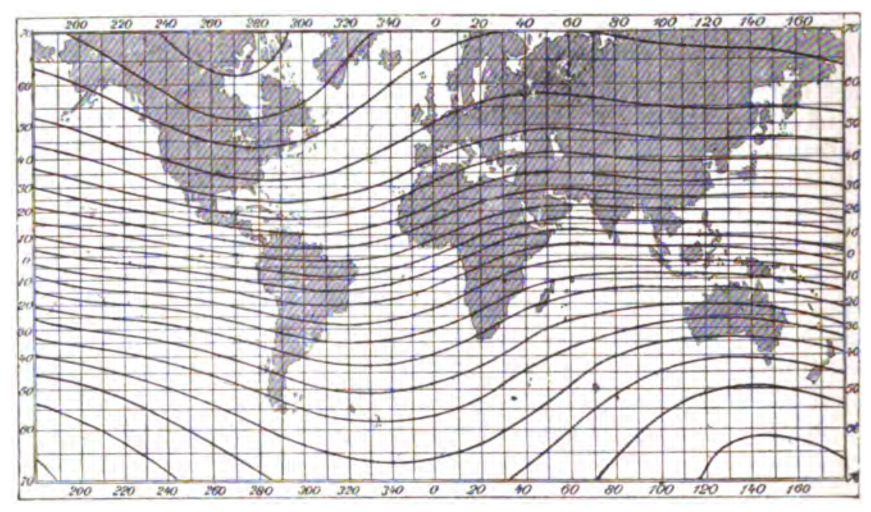


Fig. 383.

die schon erwähnten, von ovalen Potentiallinien umschlossenen Punkte der nördlichen und südlichen Halbkugel, in denen die horizontale Inten-

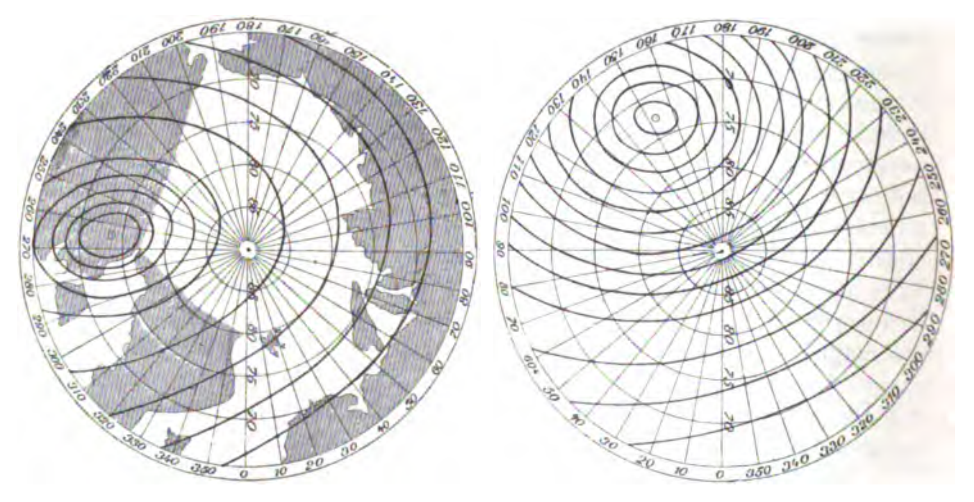


Fig. 384. Fig. 385.

sität verschwindet. Es ist wichtig, diesen Sprachgebrauch zu merken; denn wir verstehen unter dem Pol eines Stabmagnets thatsächlich etwas ganz anderes, als unter einem magnetischen Pol der Erde. Dies wird

auch durch die numerischen Resultate, zu welchen GAUSS bei seiner Rechnung gelangt ist, erläutert.

Die Plätze der beiden magnetischen Pole der Erde sind:[1]

1. in 73° 35′ nördlicher Breite, 264° 21′ Länge östlich von Greenwich.
2. in 72° 35′ südlicher Breite, 152° 30′ Länge.

Der erste der beiden Punkte ist von Ross wirklich beobachtet, liegt aber nach ihm um 3° 30′ südlicher, als die Rechnung angab.

Die Richtung der magnetischen Axe findet sich parallel mit dem Erddurchmesser von 77° 50′ nördlicher Breite, 296° 29′ Länge, nach 77° 50′ südlicher Breite und 116° 29′ Länge.[2]

§ 342. Das magnetische Moment der Erde. Für das magnetische Moment der Erde fand GAUSS den Wert:

$$\mathfrak{M} = 0{,}331 \times R^3,$$

wo R, wie in § 337, den Halbmesser der Erde bezeichnet. Eine von ERMAN und PETERSEN[3] auf Grund eines zahlreicheren Beobachtungsmateriales ausgeführte Rechnung ergab für das Jahr 1829 den nur wenig abweichenden Werth:

$$\mathfrak{M} = 0{,}327 \times R^3.$$

Wäre der Magnetismus durch das ganze Innere der Erde gleichmäßig verteilt, so würde hiernach auf 1 ccm ein magnetisches Moment von 0,078 unserer absoluten cm · g · sec-Einheiten kommen. Andererseits ist der spezifische Magnetismus eines guten Stahlmagnets gleich 100; nehmen wir die Dichte des Stahles zu 7,8, so ergiebt sich, daß auf 1 ccm Stahl ein magnetisches Moment von 780 Einheiten kommt. Im großen und ganzen verhält sich die Erde so, als ob der 10 000ste Teil davon aus magnetisiertem Stahl bestände, d. h. so, als ob in jedem Kubikcentimeter ein kleiner Stahlmagnet von 0,1 cmm Rauminhalt, oder in jedem Kubikmeter ein solcher von 100 ccm Inhalt vorhanden wäre, stark magnetisch und mit seiner Axe parallel mit der magnetischen Axe der Erde gerichtet.

§ 343. Die Variationen des Erdmagnetismus. Wir haben schon davon gesprochen, daß die Bestimmungsstücke der erdmagnetischen Kraft, Deklination, Inklination und horizontale Intensität fortwährende Veränderungen erleiden; es sind dies regelmäßig periodische, nach den Tages- und Jahreszeiten wechselnde, säkulare, welche erst nach längeren Zwischenzeiten in die Augen fallen, und unregelmäßige, in sehr kurzen Zeitfristen wechselnde Schwankungen der Magnetnadel.

Die täglichen Schwankungen verhalten sich nach einer von FARADAY gemachten Bemerkung vom Morgen zum Abend gerade so,

---

[1] GAUSS, Allgemeine Theorie des Erdmagnetismus. C. F. GAUSS' Werke. Bd. V. p. 163.

[2] Ibid. p. 164.

[3] ERMAN und PETERSEN, Die Grundlagen der GAUSSschen Theorie und die Erscheinungen des Erdmagnetismus im Jahre 1829. Berlin 1874. p. 29.

wie wenn sie durch zwei magnetische Pole erzeugt würden — einen Nordpol in der südlichen, einen Südpol in der nördlichen Halbkugel —, welche in der Atmosphäre der Erde der scheinbaren Bewegung der Sonne folgen.[1] Um die Gesamtheit der Erscheinung, die Bewegung der Magnetnadel bei Tag und Nacht, zu erklären, müssen wir noch zwei Pole hinzunehmen, welche den FARADAYschen in der Atmosphäre nahe diametral gegenüberliegen, so daß bei Nacht über die nördliche Halbkugel ein positiver, über die südliche ein negativer Pol hinweggeht (Fig. 386). Es ist diese Bemerkung von besonderem Interesse, weil die Ursache der täglichen Variationen des Erdmagnetismus damit aus dem Innern der Erde heraus in die Atmosphäre verlegt wird. Auf die Möglichkeit, daß ein Teil der magnetischen Erscheinungen an der Erdoberfläche durch elektrische Bewegungen in der Atmosphäre erzeugt werden könnte, hat schon GAUSS aufmerksam gemacht; er hat gezeigt, wie man durch die Kombination der beobachteten Werte der horizontalen und der vertikalen Kräfte ein Mittel gewinnt, die außerhalb des Erdkörpers wirkenden Ursachen zu scheiden von denen, die ihren Sitz im Inneren haben. Dieses Mittel, angewandt auf die täglichen Variationen, hat in der That die Anschauung FARADAYS bestätigt. Unentschieden bleibt dabei, ob die magnetische Wirkung der Sonne auf die Atmosphäre eine unmittelbare oder mittelbare ist; der Unterschied zwischen der magnetischen Leitungsfähigkeit der erwärmten und abgekühlten Teile der Atmosphäre ist schwerlich groß genug, um die beobachteten Wirkungen zu erklären, wenn auch qualitativ Übereinstimmung vorhanden ist, sofern die kältere Luft die besser leitende ist.

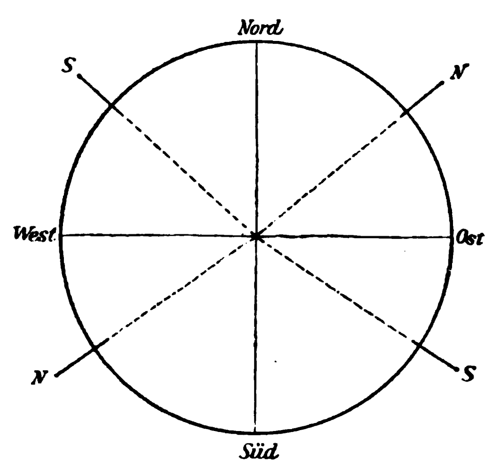


Fig. 386. Zur täglichen Variation.

Die Größe der täglichen magnetischen Störungen ist einem periodischen Wechsel unterworfen, welcher mit der Periode der Sonnenflecken übereinstimmt. Auch hierin äußert sich die rätselvolle magnetische Beziehung zwischen Erde und Sonne, über deren Natur zur Zeit nur wenige, schwankende Vermutungen geäußert worden sind. Von Bedeutung für ihre weitere Erforschung ist aber die Thatsache, daß auch

[1] FARADAY, Experimental Researches in Electricity. § 33. Ser. 26. Atmospheric Magnetism. Ser. 27. Experimental inquiry into the laws of atmospheric magnetic action and their application to particular cases.

die Häufigkeit der Nordlichter dieselbe Periode besitzt, wie die der Sonnenflecken.

Die jährlichen Störungen, soweit sie wellenförmig die säkulare Änderung begleiten, müssen von der verschiedenen Stellung abhängen, welche die Sonne im Winter und Sommer zu den beiden Halbkugeln der Erde einnimmt.

Der Unterschied zwischen der Deklination von morgens 8 Uhr und von nachmittags 1 Uhr ist nach Göttinger Beobachtungen am größten im April, am kleinsten im Dezember. Sein Betrag ändert sich aber von Jahr zu Jahr, wie sich aus der folgenden Zusammenstellung ergiebt.

Jahr	Unterschied zwischen den Göttinger Deklinationen von morgens 8 Uhr und nachmittags 1 Uhr im April	Dezember
1837	18,83′	5,38′
1838	17,79′	4,75′
1839	13,99′	4,13′

Die säkularen Störungen sind aus naheliegenden Gründen am ersten beobachtet worden bei der Deklination. Ihre Veränderungen in Paris und London sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.[1]

Paris Jahr	Paris Deklination	London Jahr	London Deklination
1541	− 7,5°		
1580	−11,5°	1580	−11,25°
1660	− 1,25°	1657	0,00°
1698	+ 7,67°	1698	+ 7,00°
1746	16,25°	1746	17,31°
1798	22,25°	1798	24,01°
1859	19,50°	1859	21,59°
1880	16,87°	1880	18,75°
1890	15,71°		

Hier entspricht dem negativen Vorzeichen des Deklinationswinkels eine östliche Abweichung. Es scheint aus diesen Zahlen hervorzugehen, daß auch die säkulare Variation einen periodischen Charakter besitzt.

Die säkularen Änderungen der Inklination und der horizontalen Intensität für Göttingen sind in den folgenden Tabellen zusammengestellt.

Zeit	Inklination
1805,95	69° 29,00′
1826,71	68° 29,43′
1837,50	67° 53,50′
1842,47	67° 39,65′
1852,60	67° 18,63′
1867,52	66° 47,43′
1881,47	66° 28,45′
1893,42	66° 17,08′

[1] Felgentraeger, Die längste nachweisbare säkulare Periode der erdmagnetischen Elemente. Tl I. Deklination. Inauguraldissertation. Göttingen 1892.

Zeit	Horizontalintensität ($cm^{-\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$)
1834,54	0,177347
1840,69	0,178040
1853,57	0,180145
1869,63	0,183990
1880,64	0,186357
1893,42	0,188358

Auch hier ist ein periodischer Charakter der Änderungen wahrscheinlich.

Terminsbeobachtungen der Deklination.

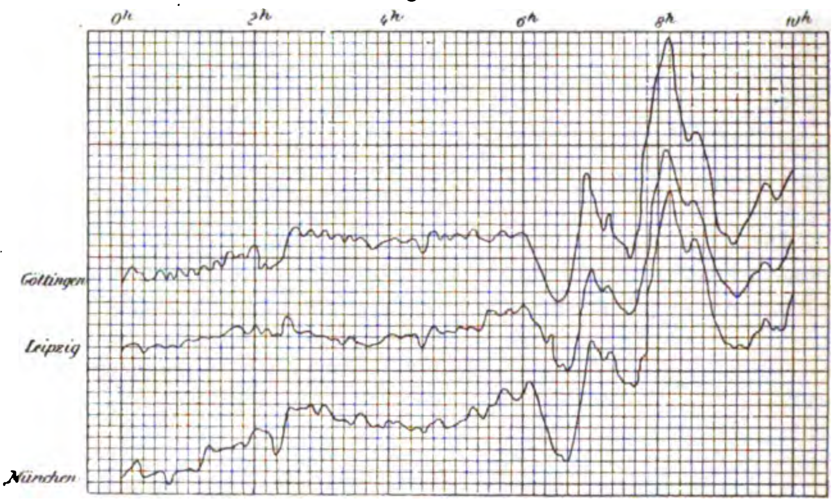


Fig. 387a.

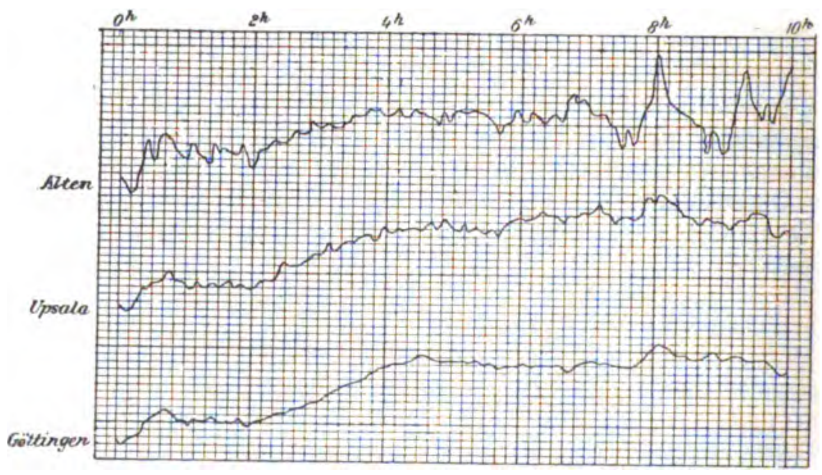


Fig. 387b.

Ein zusammenhängendes Bild von der säkularen Veränderung des Erdmagnetismus kann natürlich nur gewonnen werden auf Grund der

GAUSSschen Theorie. Es handelt sich dabei um die Änderung, welche die ideale Verteilung des Erdmagnetismus erleidet. Ein anschauliches Bild von der Änderung der horizontalen Komponente über die ganze Oberfläche der Erde hin wird durch Konstruktion der Potentiallinien für bestimmte, durch längere Zeiträume getrennte Epochen erhalten. Die Figuren 383—385 beziehen sich auf das Jahr 1829; für das Jahr 1880 sind die Linien von v. QUINTUS ICILIUS gezeichnet worden.[1]

Die Untersuchung der unregelmäßigen Veränderungen war die Hauptaufgabe des von HUMBOLDT, GAUSS und WEBER begründeten magnetischen Vereins. Aus den gleichzeitig an verschiedenen Orten mit ähnlichen Apparaten ausgeführten Beobachtungen ergab sich, daß die an einem Orte beobachteten Schwankungen sich an anderen in vollkommenster Übereinstimmung, wenn auch mit veränderten Größenverhältnissen, wiederfinden. Nur an den im äußersten Norden liegenden Stationen zeigen die Variationen einen abweichenden Gang. Jedenfalls aber können die unregelmäßigen Störungen nicht lokalen Ursachen entspringen, vielmehr müssen große und fernhin wirkende Naturkräfte dabei im Spiele sein. Ein großer Teil der unregelmäßigen Störungen wird jedenfalls durch elektrische Vorgänge in der Atmosphäre der Erde erzeugt, wie denn jede Nordlichterscheinung mit starken unregelmäßigen Schwankungen der magnetischen Kraft verbunden ist. Die vorhergehenden Bemerkungen werden durch die Figuren 387 und 388 erläutert, welche die gleichzeitigen Änderungen der Deklination an den genannten Orten graphisch darstellen. Es ist dabei zu bemerken, daß Alten eine nördliche Breite von 69° 58′ besitzt. Bei Figur 387a entspricht jeder Teil des vertikalen, die Deklination angebenden Maßstabes einer Winkeländerung von 0,71′.[2]

IV. Kapitel.
Rückblick auf die Theorie der magnetischen Wechselwirkung.

§ 344. Kraftlinien und magnetische Fernwirkung. Wir haben bei unseren Untersuchungen über magnetische Wirkung zwei verschiedene Gedankenreihen verfolgt, von denen die eine an die Anschauung der magnetischen Kraftlinien, die andere an die Konception von den Polen und ihrer Fernwirkung sich anknüpfte. Es fragt sich, welche Beziehungen zwischen den beiden Gedankenkreisen bestehen.

Wir wollen zunächst daran erinnern, daß die Vorstellung der magnetischen Pole sich zuerst aus der Betrachtung der Kraftlinien entwickelt hat; nun aber sind uns in der Theorie der Fernwirkung die Pole, von denen wir ausgegangen waren, unter der Hand wieder entschlüpft; wir haben gefunden, daß alle Wirkungen, welche ein Magnet in größerer

[1] QUINTUS ICILIUS, Der magnetische Zustand der Erde, nach den von der deutschen Seewarte herausgegebenen Karten für 1880 berechnet. Hamburg 1881.

[2] Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins. Herausgegeben von GAUSS und WEBER. — Im Jahre 1838. (Termin vom 24. November 1838.) Fig. 19. — Im Jahre 1839. Tafel IV.

Ferne ausübt, nur abhängen von der Richtung und Größe seines magnetischen Momentes, nicht von der Lage seiner Pole. Der Widerspruch, der hiernach zwischen den beiden Theorieen entstanden ist, hebt sich in folgender Weise. Die von einem Magnet in der ersten Hauptlage ausgeübte Fernkraft ist nach § 332 gleich $\frac{2\mathfrak{M}}{R^3}$; es gilt dieser Ausdruck aber nur dann, wenn die Entfernung R so groß ist, daß wir das Quadrat der Poldistanz gegen das Quadrat von R vernachlässigen können. Ist dies nicht der Fall, so ergiebt sich für die von dem Magnet ausgeübte Kraft ein Ausdruck von der Form:

$$\frac{2\mathfrak{M}}{R^3} + \frac{k}{R^5},$$

wo der Zähler $k = 4\mathfrak{M}\lambda^2$, also abhängig ist von dem magnetischen Moment und der Poldistanz. Ablenkungsbeobachtungen, welche man bei etwas kleineren Entfernungen R von Haupt- und Hilfsnadel ausführt, werden somit nicht allein zu der Kenntnis des Momentes, sondern überdies zu der Bestimmung zweier Punkte der magnetischen Axe führen, welche mit den durch die Kraftlinien angezeigten Polen identisch sind. Umgekehrt kann man die Kraftlinien auch für den näheren Umkreis eines Magnetstabes konstruieren, sobald sein magnetisches Moment $\mathfrak{M}$ und seine Poldistanz 2λ in der angedeuteten Weise gefunden sind. Man denkt sich in den beiden Polen die magnetischen Massen $+\mu = \frac{\mathfrak{M}}{2\lambda}$ und $-\mu = -\frac{\mathfrak{M}}{2\lambda}$ konzentriert und konstruiert nach dem Satz vom Parallelogramm der Kräfte die Resultante der von ihnen auf ein nordmagnetisches Teilchen ausgeübten Kräfte.

Die Bedeutung der Magnetpole für die Darstellung der magnetischen Wirkungen wird durch diese Bemerkungen nicht unwesentlich erweitert. Aber wir werden immer festhalten müssen, daß die reelle Bedeutung der Polpunkte nur in ihrer Eigenschaft liegt, Konvergenzpunkte der Kraftlinien zu sein. Daß in ihnen magnetische Massen konzentriert sind, die nach dem Coulombschen Gesetz aufeinander wirken, ist eine Fiktion, die nützlich ist, die jedoch nicht für das wahre Bild der Thatsachen angesehen werden darf. Was aber von den Magnetstäben im großen gilt, gilt auch von den Elementarmagneten. Auch bei ihnen bleibt die Einführung der magnetischen Pole eine Hypothese; nur dürfen wir auf Grund der vorhergehenden Betrachtungen sagen, daß diese Hypothese den beobachteten Wirkungen in einem weiteren Umkreise entspricht, als die in § 333 gegebene Theorie, welche die Fernwirkungen allein von den magnetischen Momenten abhängig macht.

§ 345. Zahl der Magnetkraftlinien und Feldintensität. Wir haben bisher die Kraftlinien gezeichnet, so wie sie sich in einer durch die Axe des Magnets gelegten Ebene darstellen; man sieht, wie sie von den Polen divergierend ausstrahlen, sich mehr und mehr voneinander entfernen, während zugleich die von den Polen ausgeübte magnetische Kraft abnimmt. In dieser Bemerkung liegt ein Fingerzeig, nach dem eine weitere Beziehung

zwischen den Theorieen der Fernwirkung und der Kraftlinien herzustellen ist. Nur müssen wir dabei das System der Kraftlinien von vornherein in seiner räumlichen Ausbreitung betrachten, vermöge deren in jeder durch die Axe des Magnets gelegten Ebene dieselbe Zeichnung sich wiederholen muß. Wenn wir dann die Kraftlinien so konstruieren,

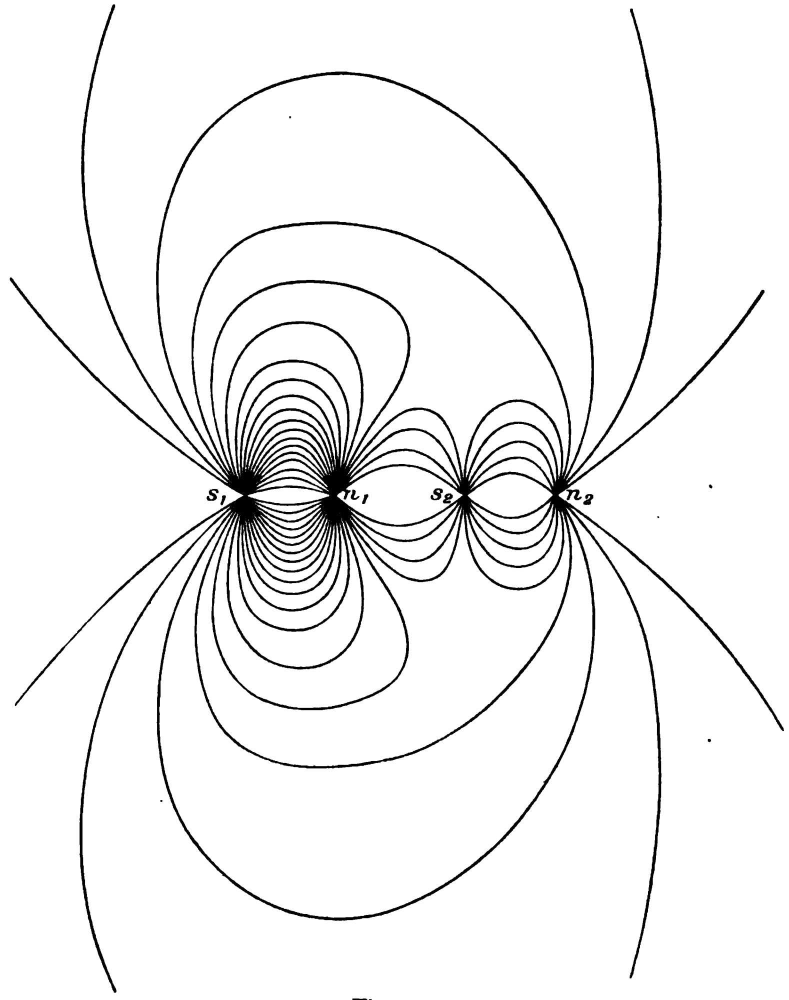


Fig. 388.

daß sie in einer bestimmten Zahl den Raum durchschneiden, so läßt sich zeigen, daß in jedem von Kraftlinien eingeschlossenen Kanal, in jeder **Kraftröhre**, die Kraftlinien je nach der Breite des Querschnittes in demselben Maße sich zusammendrängen oder auseinanderweichen, in dem die magnetische Kraft zunimmt oder abnimmt. Wir können daher die Intensität der magnetischen Kraft, die **Feldinten-**

sität, als Maß für die Dichte der Kraftlinien betrachten. Um dieser Annahme entsprechend die Dichte der Kraftlinien an einer beliebigen Stelle des Raumes zu finden, muß Richtung und Stärke $\mathfrak{H}$ der magnetischen Kraft gegeben sein; legen wir dann senkrecht zu der Richtung der Kraft eine Fläche von 1 qcm Inhalt, so ist die Zahl der senkrecht sie durchschneidenden Kraftlinien gleich der Feldstärke $\mathfrak{H}$. Jene Zahl ist daher im allgemeinen eine gebrochene, z. B. gleich $\frac{m}{n}$, wo m und n ganze Zahlen sein sollen; das heißt dann, daß, bei konstant bleibender Dichte der Linien, durch eine Fläche von m qcm n Kraftlinien senkrecht hindurchgehen würden. Ein Magnetpol von der Stärke $\mathfrak{m}$ übt in der Entfernung von r cm die Kraft $\frac{\mathfrak{m}}{r^2}$ aus; beschreiben wir um den Pol eine Kugel mit dem Halbmesser r cm, so gehen durch jedes Quadratcentimeter ihrer Oberfläche $\frac{\mathfrak{m}}{r^2}$, durch die ganze Oberfläche $4\pi\mathfrak{m}$ Kraftlinien; die Gesamtzahl der von einem Pol von der Stärke $\mathfrak{m}$ ausgesandten Kraftlinien ist daher $4\pi\mathfrak{m}$. Bei einem Pol von gegebener Stärke stellt diese Zahl eine konstante und unveränderliche Eigenschaft vor, und daraus folgt, daß auch in einem Magnetfeld, das von irgend welchen permanenten Magneten erzeugt wird, die Gesamtzahl der Kraftlinien eine konstante, d. h. von der räumlichen Anordnung der Magnete unabhängige ist.

Zur Erläuterung dieser Beziehungen diene Figur 388; n_1, s_1 und n_2, s_2 seien die Pole zweier Magnete von gleicher Poldistanz; die Polstärke sei aber bei n_1, s_1 doppelt so groß, wie bei n_2, s_2. Man sieht, wie von den Polen n_1 und s_1 eine doppelt so große Zahl von Linien ausgeht, wie von den Polen n_2 und s_2; wie jede von einem Nordpole ausstrahlende Linie zu einem Südpole hinübergeht, aber so, daß sie sich mit einer von dort kommenden Linie vereinigt; die Zahl der von einem Pol ausgehenden Linien wird also durch das gleichzeitige Vorhandensein der vier Pole in keiner Weise geändert.

§ 346. Spannung und Druck in dem System der Kraftlinien. Nach allem haben wir in den Magnetkraftlinien ein Bild gewonnen, welches die magnetischen Wirkungen mit großer Anschaulichkeit wiederzugeben vermag, nicht bloß qualitativ, sondern zufolge der letzten Betrachtung auch nach der quantitativen Seite hin. Wenn wir aber den Kraftlinien eine physische Existenz zuschreiben, wenn wir die durch sie bedingten Spannungen und Drucke des Äthers als die wahren Ursachen der magnetischen Wirkungen betrachten wollen, so müssen wir zeigen, daß jene Zustände des Äthers zu einer scheinbaren Fernwirkung der Magnete führen, welche den Gesetzen von GAUSS gehorcht. Mit Bezug auf diese Frage müssen wir uns hier auf die Bemerkung beschränken, daß in der That eine entsprechende quantitative Bestimmung jener Spannungen und Drucke möglich ist, indem wir verweisen auf spätere Untersuchungen, die mit dem vorhergehenden in engem Zusammenhange stehen.

ZWEITES BUCH.

ELEKTROSTATIK.

I. Kapitel. Die fünf ersten Fundamentalversuche und die Theorie der elektrischen Fluida.

§ 347. I. Fundamentalversuch; Gilbert. Auch die Anfänge der Elektrizitätslehre gehen zurück auf eine den Alten bekannte Erscheinung, die Anziehung, welche geriebener Bernstein auf leichte Körperchen, z. B. auf Abschnitte von Strohhalmen, ausübt. Von dem griechischen Namen des Bernstein, *ἤλεκτρον*, hat das ganze Gebiet der Erscheinungen, welche an jene entlegene Beobachtung sich anschließen, seinen Namen erhalten; aber das Feld der elektrischen Erscheinungen hat erst im Jahre 1600 eine wesentliche Erweiterung erfahren durch die Untersuchungen des englischen Arztes Gilbert, welche in einer Abhandlung „de magnete magneticisque corporibus" veröffentlicht sind. Die Erweiterung des altbekannten Versuches bestand darin, daß er die bei demselben benützten Körper mit anderen vertauschte; statt Bernstein rieb er Glas, Schwefel, Siegellack, u. s. w., statt Wolle nahm er zum Reiben Pelz, statt der angezogenen Strohhälmchen Holundermarkkugeln, Metallblättchen, Wassertropfen.

Auf Grund seiner Versuche teilte Gilbert die Körper in zwei Klassen: 1. Solche, welche durch Reiben elektrisch werden. 2. Solche, bei denen dies nicht der Fall ist. Zu den letzteren gehörten Holz, Metall, Stroh, und es schien dadurch eine eigentümliche Beziehung zwischen den beiden Klassen hergestellt, der zufolge gerade die Körper angezogen wurden, welche selbst durch Reiben nicht elektrisch gemacht werden konnten.

Außer dieser Vermehrung der beobachteten Thatsachen verdankt man Gilbert auch die Einführung von feineren Hilfsmitteln der Beobachtung. Um schwächere elektrische Anziehungen nachzuweisen, kann man sich zunächst der elektrischen Pendel bedienen, kleiner Holundermarkkugeln, welche an Fäden aufgehängt und so der Wirkung der Schwere wenigstens zum Teil entzogen sind. Gilbert konstruierte zu diesem Zweck die elektroskopischen Nadeln, kleine Metallstäbchen, welche mit einem Hütchen, nach Art der Kompaßnadeln, auf einer Spitze

sich drehen. Will man mit einer solchen Nadel einen geriebenen Körper auf seine elektrische Erregung prüfen, so nähert man ihn dem einen Ende der Nadel und sieht zu, ob eine Anziehung eintritt.

Wir fügen diesen Elektroskopen gleich noch ein weiteres Instrument hinzu, welches, auch zu quantitativen Bestimmungen wohl geeignet, ein wirkliches Elektrometer repräsentiert, die elektrische Drehwage. An einem vertikal herabhängenden Drahte befestigen wir ein Schiffchen (Fig. 389), in welches eine Stange oder ein Wagebalken gelegt wird, der an dem einen Ende eine kleine Metallkugel, an dem anderen ein Gegengewicht trägt. Nähern wir der ersteren einen durch Reiben elektrisch gewordenen Körper, so wird seine Anziehung den Balken drehen, bis die rückwirkende Torsionskraft des Suspensionsfadens jener Kraft das Gleichgewicht hält. Die Drehung des Balkens ist daher der elektrischen Anziehung proportional, und man hat in der Drehwage ein Instrument gewonnen, mit Hilfe dessen selbst sehr schwache elektrische Wirkungen sich nachweisen lassen.

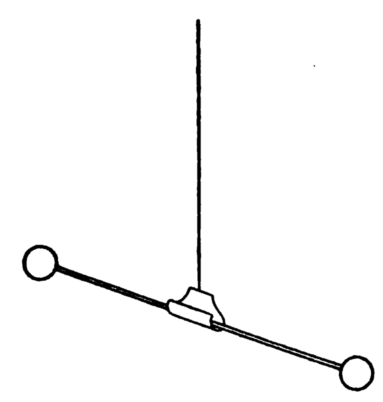


Fig. 389. Elektrische Drehwage.

Wir können die Drehwage zunächst benützen, um zu zeigen, daß die elektrischen Anziehungen dem Prinzip der Gleichheit von Aktion und Reaktion genügen. Zu diesem Zwecke legen wir eine mit Wolle geriebene Siegellackstange in das Schiffchen der Drehwage und zeigen, daß sie von einem Metallstab angezogen wird.

§ 348. II. Fundamentalversuch. Konduktoren und Isolatoren. Der zweite Fundamentalversuch, der von dem Engländer Gray im Jahre 1729 entdeckt wurde, zeigt, daß die Gilbertsche Einteilung der Körper nicht richtig ist und durch die Einteilung in Leiter und Nichtleiter, Konduktoren und Isolatoren, ersetzt werden muß. Gray wiederholte zuerst einen Versuch von Guericke, der gezeigt hatte, daß eine Flaumfeder von einer geriebenen Schwefelkugel erst angezogen und dann abgestoßen wird. Als Gray die Glasröhre, mit der er experimentierte, durch einen nach Gilbert unelektrischen Kork verschloß, beobachtete er, daß auch der Kork die Flaumfeder anzog; er konnte den Kork ersetzen durch eine lange Holzstange, die anziehende Wirkung war noch an ihrem äußersten Ende vorhanden, d. h. die Holzstange war in ihrer ganzen Ausdehnung elektrisch geworden. Durch diesen Versuch war nun zweierlei konstatiert. 1. Holz, Metall, überhaupt die Körper der zweiten Gilbertschen Klasse werden elektrisch bei Berührung mit einem durch Reiben elektrischen Körper. 2. Der elektrische Zustand beschränkt sich dann nicht auf die Berührungsstelle, sondern breitet sich über die ganze Oberfläche des Körpers aus. Man sagt, die Körper der zweiten

GILBERTschen Klasse sind Leiter der Elektrizität, Konduktoren. Bei den durch Reiben elektrischen Körpern der ersten GILBERTschen Klasse findet eine solche Leitung nicht statt, der elektrische Zustand, oder wie wir abkürzend sagen, die Elektrizität, haftet an der Stelle, wo sie durch Reiben erzeugt wurde. Wir nennen diese Körper Isolatoren.

Es liegt nun nahe, den Mißerfolg, welchen GILBERT bei dem Reiben von Konduktoren hatte, darin zu suchen, daß die Hand, welche den geriebenen Körper hält, der ganze menschliche Körper, der Fußboden, die Erde Konduktoren sind. Es würde dann der elektrische Zustand, den wir durch Reiben an der Oberfläche einer Holz- oder Metallstange erzeugen, durch Leitung auf die Hand, den Körper, die Erde übergehen, und es knüpft sich daran die Vorstellung, daß mit einer solchen Ausbreitung des elektrischen Zustandes eine Schwächung bis zu völligem Verschwinden verbunden sei. Wenn dies richtig ist, so muß ein Stück Holz oder Metall durch Reiben elektrisch werden, sobald es von der Hand durch einen Isolator getrennt ist. In der That, man braucht nur eine auf einem Glasstabe befestigte Holzkugel mit einem Fuchsschwanze zu peitschen, so wird sie stark elektrisch. Bei den Leitern haben wir demnach zwei Mittel, sie elektrisch zu machen, durch Reibung und durch Übertragung, d. h. durch Berührung mit einem schon vorher elektrischen Körper, der ein Konduktor oder ein Isolator sein kann.

Zu den Isolatoren gehören: Schellack, Bernstein, Siegellack, Schwefel, Paraffin, Glas, Seide, Wolle, Porzellan, trockenes Papier, Öle, Kautschuk und Hartgummi.

Zu den Konduktoren rechnet man: Die Metalle, Holzkohle, Graphit, Säuren und Salzlösungen, Wasser, insbesondere solches, das Salze und Säuren, wenn auch in geringster Menge, gelöst enthält, ferner Leinenfäden und Baumwolle. Außerdem besitzen die Eigenschaften eines Konduktors verdünnte oder erhitzte Gase, insbesondere auch Flammen und Flammengase.

Der Unterschied zwischen den Konduktoren und Isolatoren ist übrigens kein qualitativer, sondern ein gradweiser. Körper, welche ein sehr geringes Leitungs-, aber kein sehr gutes Isolationsvermögen besitzen, wie Alkohol, Äther, trockenes Holz, Papier, Stroh, bezeichnet man wohl als Halbleiter.

Von der Konduktoreigenschaft der Flammen und Flammengase machen wir einen häufigen Gebrauch, um einen geriebenen Isolator seiner Elektrizität völlig zu berauben. Wir führen ihn über eine Flamme; die von ihr aufsteigenden Gase schmiegen sich in allen Punkten seiner Oberfläche an. Sie stellen ein Band dar, das von der elektrischen Oberfläche zu der Decke des Beobachtungsraumes geht, und durch welches die ganze elektrische Ladung in die Erde abgeführt wird.

Die durch den GRAYschen Versuch begründete Einteilung der Körper in Isolatoren und Konduktoren ist auch für die Konstruktion der Elektroskope von Bedeutung; man kann ein elektrisches Pendel oder eine elektrische Drehwage entweder isoliert an Seidenfäden, oder an

Metalldrähten aufhängen; ebenso kann man die elektroskopische Nadel mit einem Glas-, oder einem Metallfuße versehen. Im letzteren Falle wird die Nadel, ebenso wie die an einem Metalldraht aufgehängte Holundermarkkugel oder Drehwage, durch Tisch, Fußboden u. s. w. mit dem Erdboden in leitender Verbindung sein. Man sagt, die Elektroskope seien zur Erde abgeleitet. Am sichersten wird eine solche Ableitung erreicht, wenn wir die Suspension mit einer Gasleitung metallisch verbinden.

§ 349. III. Fundamentalversuch. Positiv und negativ elektrische Körper. Eine neue fundamentale Klassifikation der elektrischen Körper wurde von Dufay, einem Mitgliede der Pariser Akademie, gefunden; die Entdeckungen, welche ihn zu derselben führten, wurden in den Jahren 1733—1737 veröffentlicht.

Die Frage, ob zwei elektrische Körper nicht auch wechselseitig aufeinander wirken, liegt nahe genug; wir benützen zu ihrer Entscheidung unsere Drehwage und finden, daß zwei gleiche und gleich geriebene Körper, z. B. zwei mit Wolle geriebene Siegellackstangen oder zwei mit Seide geriebene Glasstangen eine abstoßende Wirkung aufeinander ausüben. Der anziehenden Kraft, welche wir in dem ersten Fundamentalversuch kennen gelernt haben, tritt damit eine abstoßende gegenüber. Übrigens giebt schon der erste Fundamentalversuch selbst bei sorgfältiger Beobachtung Veranlassung zu der Entdeckung abstoßender elektrischer Kräfte; die Holundermarkkugeln, welche von einer geriebenen Glasstange angezogen wurden, werden kurze Zeit nach der Berührung lebhaft zurückgestoßen. In anderen Fällen aber haften die angezogenen Teilchen lange an der Oberfläche der elektrischen Isolatoren, so daß das Resultat der Beobachtung zunächst kein unzweideutiges ist. Wenn wir aber eine Holundermarkkugel an einem seidenen Faden aufhängen und sie mit einem geriebenen Isolator berühren, so können wir mit Sicherheit nachweisen, daß sie nachher von demselben Isolator abgestoßen wird. Ebenso läßt sich zeigen, daß zwei isolierte elektrische Pendel, welche durch Berührung mit demselben geriebenen Isolator elektrisch gemacht wurden, sich gegenseitig abstoßen. Zuletzt bleibt noch übrig, die Wechselwirkung verschiedenartiger elektrischer Körper zu untersuchen. Legen wir eine geriebene Siegellackstange in das Schiffchen, so wird sie abgestoßen von geriebenem Bernstein, Schwefel, Hartgummi u. s. w., dagegen angezogen von einer mit Seide geriebenen Glasstange. Wir können somit unsere Siegellackstange zu einer neuen Klassifikation der elektrischen Körper benützen; alle diejenigen, welche die Siegellackstange abstoßen, nennen wir negativ elektrisch, alle, welche sie anziehen, positiv elektrisch. Haben wir uns auf diese Weise eine Reihe von Körpern der einen und der anderen Klasse verschafft, so können wir leicht den Satz bestätigen, welcher das Resultat der Dufayschen Untersuchungen ausspricht:

Alle gleichnamig elektrischen Körper stoßen sich ab, alle ungleichnamig elektrischen ziehen sich an.

Aus diesem Satze folgt dann zugleich, daß die Klassifikation der elektrischen Körper in positive und negative ganz unabhängig ist von der speziellen Wahl des Probekörpers, dessen wir uns zu ihrer Herstellung bedienen; wir können statt der geriebenen Siegellackstange ebenso gut eine geriebene Glasstange oder ein durch Berührung mit ihr elektrisch gemachtes Pendel benützen. Positive Elektrizität bezeichnet man wohl auch als Glaselektrizität, negative als Harzelektrizität.

§ 350. Die elektrische Spannungsreihe. Von großer Bedeutung ist die Beobachtung, daß bei der Reibung stets beide miteinander geriebene Körper elektrisch werden und zwar immer entgegengesetzt, der eine positiv, der andere negativ. Reiben wir Siegellack mit Wolle, so wird die letztere positiv, reiben wir Glas mit Seide, so wird diese negativ elektrisch.

Man hat nach einem einfachen Gesetze gesucht, durch welches die bei der Reibung verschiedenartiger Körper erzeugten Elektrizitäten verknüpft werden. Eine Andeutung eines solchen Gesetzes liegt in der sogenannten Spannungsreihe. Man hat versucht, die verschiedenen Körper in eine Reihe zu ordnen, so daß immer ein in der Reihe voranstehender mit einem in der Reihe folgenden positiv elektrisch wird, um so stärker, je größer der Abstand der beiden Körper in der Reihe ist. Eine solche Reihe ist folgende:

Glas
Wolle
Seide
Holz
Metall
Bernstein
Hartgummi
Schwefel
Schellack
Siegellack.

Von einem durchgreifenden Gesetze kann aber vorerst nicht die Rede sein, da wir Stoffe kennen, welche sich in die Spannungsreihe nicht einordnen, und andererseits die Stellung benachbarter Stoffe der Reihe häufig eine schwankende ist. Im Anschluß an die Spannungsreihe wollen wir noch erwähnen, daß Wasserteilchen, wie sie von einem kräftigen Dampfstrahl mitgerissen werden, bei der Reibung an Metall, Holz positiv elektrisch werden. Teilchen von Terpentinöl werden in derselben Weise negativ. Reiben sich Wasserteilchen an Eis, so werden auch sie negativ elektrisch.

§ 351. Goldblattelektroskop. Quadrantenelektroskop. Auf Grund der Sätze Dufays können wir Elektroskope konstruieren, welche ohne weiteres erkennen lassen, ob ihnen Elektrizität mitgeteilt ist, ob sie geladen sind, oder nicht. Es sind dies die Goldblattelektroskope (Fig. 390). An eine metallene, oben in einem Knopfe endigende Stange

sind unten zwei Goldblätter angeklebt. Berühren wir den Knopf mit einem elektrischen Körper, so werden die Goldblätter durch Leitung gleichnamig elektrisch, sie stoßen sich daher ab und divergieren; die Größe ihrer Divergenz giebt einen **Maßstab** für die Stärke der elektrischen Erregung, und man kann daher die Goldblattelektroskope auch als Elektrometer zu quantitativen Bestimmungen benützen. Zum Schutz gegen Luftströmungen müssen die Goldblätter in einem Gefäße eingeschlossen sein, in welches der die Goldblätter tragende Stift durch Schellack isoliert eingeführt wird. Auf demselben Prinzip beruhen die Quadrantenelektroskope. Eine vertikale Säule von Metall oder Holz trägt an einer horizontalen, leicht drehbaren Axe einen Strohhalm, an dessen Ende sich eine Holundermarkkugel befindet, oder auch einen leichten Balken von Aluminium. Wird das Instrument auf einen elektrischen Körper aufgesetzt, so wird Säule und Balken elektrisch, und der letztere aus der vertikalen Gleichgewichtslage nach oben hin abgeleitet.

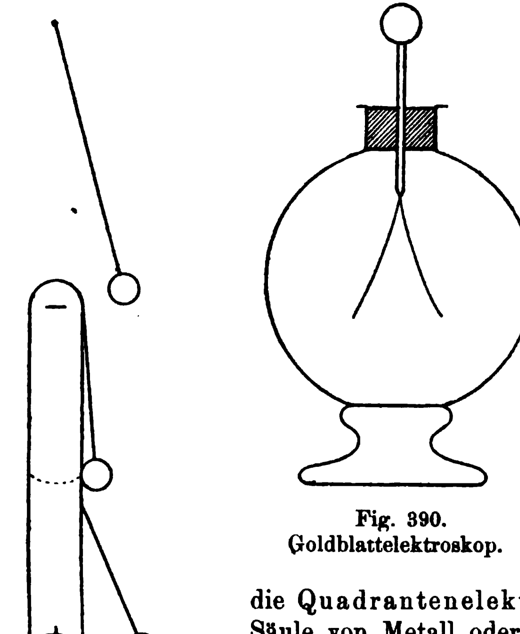


Fig. 390.
Goldblattelektroskop.

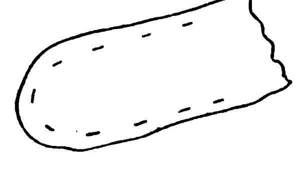


Fig. 391.
Influenzelektrizität.

§ 352. IV. Fundamentalversuch. Influenzelektrizität. Bei den Konduktoren existiert außer den früher besprochenen Arten der Elektrisierung durch Reibung und Leitung noch eine dritte, deren Entdeckung wir gleichfalls Gray verdanken, die Elektrisierung durch bloße Annäherung an einen elektrischen Körper, durch Influenz. Mit Hilfe von elektrischen Pendeln, welche man mit dem elektrisierten Konduktor verbindet, kann man leicht nachweisen, daß dabei nur die dem elektrischen Körper zugewandte und die abgewandte Seite des Konduktors elektrisch werden, während zwischen beiden eine indifferente Zone sich bildet (Fig. 391). Entfernt man den elektrischen Körper, so sinken die Pendel wieder zurück, der elektrische Zustand des Konduktors verschwindet. Um die Art der Elektrizität an den beiden Enden zu ermitteln, setzt

man den Konduktor aus zwei Teilen zusammen, und nähert den elektrischen Körper, etwa eine geriebene Siegellack- oder Glasstange so, daß der Trennungspunkt in die indifferente Zone fällt. Man kann dann während der Annäherung des elektrischen Körpers die beiden Hälften trennen und findet die abgewandte gleichnamig, die zugewandte ungleichnamig elektrisch. Man sagt: bei der Elektrisierung eines Konduktors durch Annäherung an einen elektrischen Körper entsteht an dem abgewandten Ende die gleichnamige, an dem zugewandten die ungleichnamige Influenzelektrizität.

Von Wichtigkeit ist die Bemerkung, daß die ungleichnamige Influenzelektrizität in dem genäherten Konduktor auch dann entsteht, wenn er zur Erde abgeleitet wird.

§ 353. Erklärung des I. Fundamentalversuches. Aus dem vierten Fundamentalversuch ergiebt sich zunächst die Erklärung des ersten. Die bei demselben beobachtete Wirkung ist eine Folge der Anziehung des geriebenen Isolators auf die benachbarte ungleichnamige Influenzelektrizität des kleinen Konduktors. Aber auch der weitere Verlauf der Erscheinung wird verständlich. Handelt es sich etwa um die Anziehung einer negativ elektrischen Siegellackstange auf ein Holundermarkkügelchen, so werden wir uns dieses im Momente der Berührung durch eine zu der gemeinsamen Tangentialebene parallele Ebene in zwei Halbkugeln zerlegt denken, von welchen die dem Siegellack zugewandte positiv, die abgewandte negativ elektrisch ist. In dem Moment der Berührung aber beginnt schon ein Übergang der negativen Elektrizität von der Oberfläche der Stange auf das Kügelchen, denn auch das Siegellack hat kein vollkommenes Isolationsvermögen. Es beginnt also der auf die Influenzelektrizität ausgeübten Anziehung eine Abstoßung auf die gleichnamige durch Leitung erzeugte Elektrizität entgegenzuwirken. Sobald die letztere überwiegt, wird das Kügelchen von der Oberfläche der Siegellackstange zurückgestoßen. Die Zeit, welche hierzu notwendig ist, hängt aber ganz von der Natur des elektrischen Isolators ab. Wenn er sehr gut isoliert, so ist zu einem genügenden Übergang von Elektrizität durch Leitung eine lange Zeit erforderlich, wenn er, wie manches Glas, schlecht isoliert, so wird die Abstoßung beinahe momentan erfolgen.

§ 354. Ladung eines Elektroskops durch Influenz. Der vierte Fundamentalversuch ist von Wichtigkeit auch für die Benützung der Goldblattelektroskope. Man nähere dem Knopfe eines Elektroskops einen elektrischen Körper und leite durch Berührung mit dem Finger die gleichnamige Influenzelektrizität zur Erde ab; hierauf hebe man die Berührung auf und entferne jenen Körper; das Elektroskop wird dann mit der entgegengesetzten Influenzelektrizität geladen sein. Bei einem Elektroskop, dessen Blätter mit einer bestimmten Elektrizität divergieren, fallen die Blätter zusammen bei Annäherung eines entgegengesetzt elektrischen Körpers, ihre Divergenz wird stärker bei Annäherung eines gleichnamig elektrischen.

§ 355. Theorie der beiden elektrischen Fluida. An die im vorhergehenden besprochenen Fundamentalversuche knüpft sich eine erste Theorie der elektrischen Erscheinungen. Wir nehmen an, daß dieselben auf der Existenz zweier imponderabler Fluida beruhen, welche wir als das positive und das negative elektrische Fluidum bezeichnen. Teilchen derselben Flüssigkeit stoßen sich ab, Teilchen verschiedener Flüssigkeiten ziehen sich an. Die beiden Fluida sind im Innern aller ponderabeler Körper enthalten, in vollkommen gleichmäßiger Mischung, verbunden zu dem sogenannten neutralen Fluidum, so lange die Körper unelektrisch sind. Reiben wir zwei Körper, so wirken in der Berührungsfläche Kräfte nach Art der chemischen Affinitäten, vermöge deren der eine von ihnen auf die positive, der andere auf die negative Elektrizität eine überwiegende Anziehung ausübt. Die Folge davon ist die Zersetzung der neutralen Elektrizität an den sich berührenden Oberflächen, der Übergang von positiver Elektrizität nach der einen, von negativer nach der entgegengesetzten Seite, ein Übergang, der so lange dauern wird, bis die rückwirkende Kraft der an den beiden Oberflächen sich sammelnden positiven und negativen Elektrizität jede weitere Scheidung des neutralen Fluidums verhindert. Um bei Isolatoren das Haften der Elektrizität an den Stellen, wo sie durch Reibung erzeugt wurde, zu erklären, schreiben wir ihnen einen Widerstand gegen die Bewegung der elektrischen Fluida längs der Oberfläche oder durch das Innere zu. Bei den Konduktoren nehmen wir umgekehrt eine äußerst leichte Beweglichkeit der Elektrizitäten im Innern und an der Oberfläche an. Nähern wir einem Konduktor einen elektrischen Körper, so übt dieser auf das durch den ganzen Konduktor verbreitete neutrale Gemisch eine zersetzende Wirkung aus, indem er die gleichnamig elektrischen Teilchen abstößt, die ungleichnamigen anzieht. Die letzteren strömen infolgedessen nach der dem genäherten Körper zugewandten Seite der Oberfläche, die gleichnamigen nach der abgewandten. Das Gleichgewicht der Elektrizität in dem Konduktor wird erreicht sein, wenn die von dem genäherten elektrischen Körper ausgeübte Scheidungskraft überall kompensiert wird durch die Gegenwirkung der geschiedenen, an den Enden des Konduktors sich anhäufenden Elektrizitäten, wenn also im Innern des Konduktors gar keine elektrische Kraft mehr vorhanden ist.

§ 356. Coulombs Gesetz. Die elektrische Drehwage. Um das Gesetz, nach welchem gleichartig elektrische Teilchen sich abstoßen, ungleichnamige sich anziehen, zu ermitteln, konstruierte Coulomb im Jahre 1785 seine elektrische Drehwage (Fig. 392). Der vertikal herabhängende silberne Suspensionsdraht wurde zunächst durch ein kleines Metallgewicht gespannt. Dieses trug dann einen dünnen, durch Überziehen eines Seidenfadens mit Siegellack hergestellten Wagebalken, an dessen einem Ende mit Hilfe von Schellack eine Kugel von Holundermark befestigt war. Coulomb maß die Abstoßung, welche diese Kugel von einer zweiten gleichnamig elektrischen, der sogenannten Standkugel, erlitt; die Größe

der Abstoßung ist dabei dem Torsionswinkel des Suspensionsdrahtes proportional. Wurde der Abstand der Kugeln auf die Hälfte reduziert, so wuchs die Torsion auf das 4-fache, bei einer Reduktion auf den vierten Teil auf das 16-fache des anfänglichen Betrages. Es muß danach die Wechselwirkung der elektrischen Massen dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional sein, ebenso wie bei den magnetischen Massen. Bei den letzteren war das Gesetz einer direkten Prüfung nicht fähig, weil die magnetischen Massen für sich genommen nicht existieren. Bei den elektrischen Wirkungen dagegen beruht das Grundgesetz auf unmittelbarer Beobachtung der von isolierten elektrischen Massen aufeinander ausgeübten Kräfte. Bezeichnen wir die elektrischen Massen, welche wir uns in zwei Punkten konzentriert denken, durch e und e', so ist nach dem Coulombschen Gesetz die zwischen ihnen vorhandene abstoßende Kraft

$$F = \frac{ee'}{r^2} \cdot$$

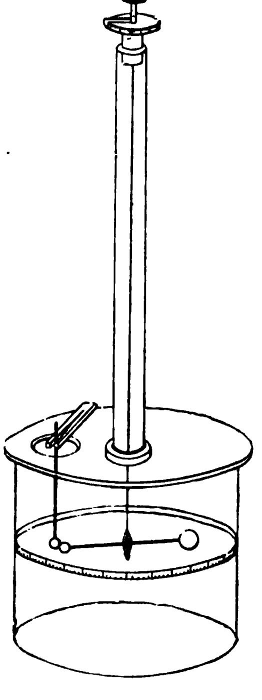


Fig. 392.
Coulombs Drehwage.

§ 357. Absolutes elektrostatisches und technisches Maß der Elektrizitätsmenge. Oberflächendichte. Nehmen wir die aufeinander wirkenden Massen gleich, so ergiebt sich

$$e = r\sqrt{F};$$

messen wir F nach Dynen, r nach Centimetern, so erhalten wir für e eine gewisse Zahl von Einheiten als Maß für die in den beiden Punkten konzentrierten Elektrizitätsmengen. Wir sehen, daß mit dem Coulombschen Gesetz zugleich ein bestimmtes Maß der Elektrizitätsmengen gegeben ist, ebenso wie wir dies bei dem Gesetz für die Wechselwirkung der Magnetpole bemerkt hatten. Die Elektrizitätsmenge Eins ist danach diejenige, welche auf eine ihr gleiche in der Entfernung von 1 cm die Kraft von einer Dyne ausübt. Die Messung einer Elektrizitätsmenge nach diesem Maß beruht nur auf der Messung von Längen, Massen, Zeiten; das Maß ist ein absolutes, und die Dimension der Elektrizitätsmenge nach demselben

$$[e] = l^{\frac{3}{2}} \cdot m^{\frac{1}{2}} \cdot t^{-1},$$

oder im cm-, g-, sec-System

$$[e] = \mathrm{cm}^{\frac{3}{2}} \cdot \mathrm{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}^{-1}.$$

Die Einheit der Elektrizitätsmenge, mit welcher man in der Technik rechnet, hat man mit Bezug auf später zu erörternde Beziehungen anders bestimmt. Man bezeichnet

3×10^9 Einheiten der Elektrizitätsmenge im cm-, g-, sec-System als 1 Coulomb und benützt dieses als technische Einheit.

Unter elektrischer Flächendichte, σ, verstehen wir die Elektrizitätsmenge, welche auf 1 qcm einer geladenen Oberfläche kommt. Wir erhalten die Flächendichte, wenn wir die gesamte Ladung durch den Flächeninhalt dividieren; daraus folgt die Dimensionsgleichung:

$$[\sigma] = l^{-\frac{1}{2}} \cdot m^{\frac{1}{2}} \cdot t^{-1}.$$

Bei einer Siegellackscheibe von 5 qcm Inhalt ergab sich als maximale Flächendichte, welche durch Reibung an Wolle erzeugt werden konnte:[1]

$$5{,}7\,\text{cm}^{-\frac{1}{2}} \cdot \text{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{sec}^{-1}.$$

§ 358. V. Fundamentalversuch. Die elektrische Ladung nur an der Oberfläche der Konduktoren. Wenn wir einer Konduktorkugel Elektrizität mitteilen, so wird dieselbe im Gleichgewichte sein, wenn jede Wirkung auf das Innere verschwindet. Wenn aber bewegliche Teilchen nach dem Gesetze des umgekehrten Quadrates der Entfernung aufeinander wirken, so üben sie nach einem bekannten Satze (§ 80) auf das Innere einer Kugel nur dann keine Wirkung aus, wenn sie in einer vollkommen gleichmäßigen Schicht die Oberfläche bedecken. Auch bei einem Konduktor von beliebiger Form kann die Wirkung auf das Innere unter der Voraussetzung des Coulombschen Gesetzes nur verschwinden, wenn die ganze mitgeteilte Elektrizität sich an der Oberfläche befindet. In dieser Konsequenz des Gesetzes liegt nun die Möglichkeit zu einer ungemein scharfen Prüfung seiner Richtigkeit. Wir versehen zu diesem Zweck eine Konduktorkugel (Fig. 393) mit einer Höhlung, welche wir durch einen mit isolierendem Griff versehenen Deckel schließen. An seiner inneren Seite befindet sich in schiefer Stellung ein kleiner Arm von Schellack, der an seinem Ende eine Holundermarkkugel trägt, eine sogenannte Probekugel. Wir setzen den Deckel auf die Höhlung, so daß die Kugel ihre innere Wandung berührt, und laden nun die auf isolierendem Fuße ruhende Konduktorkugel so stark wie möglich mit Elektrizität. Nachher schieben wir den Deckel so weit zur Seite, daß die Probekugel außer Kontakt mit der Wandung kommt, und heben den Deckel ab. Entfernen wir durch ableitende Berührung

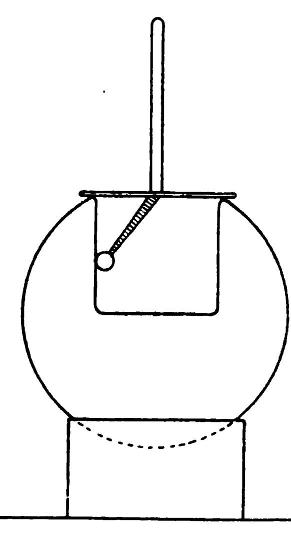


Fig. 393.

[1] Riecke, Über elektrische Ladung durch gleitende Reibung. Wied. Ann. 1891. Bd. 42. p. 465.

die Ladung des Deckels, so kann mit den feinsten Beobachtungsmitteln keine Spur einer Ladung bei der Kugel entdeckt werden, ein Resultat, welches den besten Beweis für die Richtigkeit des Coulombschen Gesetzes liefert.

Der Satz, daß die Elektrizität nur an der Oberfläche eines Konduktors in Ruhe sich befindet, kann noch durch einen anderen, von Coulomb im Jahre 1786 angestellten Versuch bewiesen werden, der zwar nicht die Schärfe der Prüfung gestattet, wie sie bei dem vorhergehenden möglich ist, der aber nach anderer Seite Interesse besitzt. Zwei an isolierenden Stielen befestigte Konduktorkugeln von genau demselben Halbmesser werden elektrisch gemacht und miteinander berührt. Die Ladung muß sich dann, der gleichen Beschaffenheit entsprechend, zu gleichen Teilen auf beide verteilen. Man wird dies mit Hilfe einer Drehwage bestätigen können. Nun kann man weiter zeigen, daß für den Erfolg des Versuches die Beschaffenheit des Innern der beiden Kugeln vollkommen gleichgültig ist; die eine kann massiv sein, die andere hohl, oder sie kann aus einem an der Oberfläche metallisch belegten Isolator bestehen. Dies führt notwendig zu der Annahme, daß die den Kugeln mitgeteilte Elektrizität nur an ihrer Oberfläche sich sammelt.

§ 359. Elektrische Kräfte im leeren Raum. Nach dem fünften Fundamentalversuch befindet sich der eigentliche Schauplatz der elektrischen Wirkungen an der Oberfläche der Konduktoren, d. h. an der Grenzfläche zwischen ihnen und den umgebenden Isolatoren. Wir wollen von diesem Gesichtspunkt aus die Abstoßung zweier mit gleicher etwa positiver Elektrizität geladener Holundermarkkugeln noch etwas vollständiger betrachten. Die in der einen Kugel enthaltenen elektrischen Teilchen stoßen die in der anderen befindlichen ab. Die Folge davon wird zunächst sein, daß die elektrischen Ladungen sich auf die äußeren von einander abgewandten Seiten der Kugeln begeben (Fig. 394). Sie suchen infolge ihrer Abstoßung aus den Kugeln zu entweichen, werden aber daran verhindert durch das Isolationsvermögen der umgebenden Luft. Sie üben auf die Luft ihrerseits einen Druck aus, welcher den Luftdruck an der äußeren Seite der Kugeln vermindert. Dadurch kommt der Luftdruck auf der inneren Seite der Kugeln, wo er durch keinen elektrischen Gegendruck geschwächt ist, ins Übergewicht, und es resultiert so eine Kraft, welche die Kugeln auseinandertreibt. Wir sehen, daß diese Erklärung der Abstoßung der die Kugeln umgebenden Luft eine wesentliche Rolle bei der beobachteten Wirkung zuteilt. Diese Auffassung der Erscheinung ist nun von besonderem Interesse, wenn wir sie mit der Beobachtung verbinden, daß zwei gleichnamig elektrische Holundermarkkugeln auch in dem



Fig. 394.

evakuierten Rezipienten einer Luftpumpe sich abstossen. Wir müssen danach auch dem luftverdünnten, oder wenn wir weiter gehen, dem luftleeren Raume isolierende Eigenschaften und einen gewissen Druck zuschreiben, welcher durch die elektrische Abstoßung der Ladungen in der geschilderten Weise modifiziert wird. Als den Träger dieses Druckes werden wir dann den Äther betrachten; wir werden sagen, daß durch die elektrische Ladung der Holundermarkkugeln die Druckverteilung in dem Äther so verändert wird, daß eine abstoßende Wirkung zwischen den Kugeln resultiert. Damit ist der Grundgedanke für eine andere Auffassung der elektrischen Erscheinungen gegeben, von welcher wir später noch ausführlicher berichten werden.

§ 360. Das Faradaysche Gefäß. Im vorhergehenden haben wir die bis gegen Ende des 18. Jahrhunderts bekannten Fundamentalversuche, ihre einfachsten Anwendungen und die daran zunächst sich knüpfenden Vorstellungen besprochen. Wir kommen nun zu einer praktischen Anwendung bei einem Apparate, der in den Untersuchungen Faradays eine gewisse Rolle spielt.

Wir nehmen einen hohlen Konduktor, in der Form eines oben mit einer engeren Öffnung versehenen Gefäßes (Fig. 395). Mit dem Gefäße verbinden wir ein Goldblattelektroskop. Einen kleinen elektrisch geladenen Konduktor führen wir in das Gefäß hinab und berühren mit ihm seine Wandung; nach dem Satze von § 358 muß nahezu die ganze Ladung auf die äußere Oberfläche des Gefäßes und das damit verbundene Elektroskop übergehen; dieses divergiert mit der Elektrizität des kleinen Konduktors. Wir entladen das Gefäß und bringen nun einen zweiten Konduktor, ebenso stark geladen wie der vorige, in das Innere des Gefäßes, ohne die Wandung zu berühren; das Elektroskop zeigt jetzt genau dieselbe Divergenz wie zuvor. Die Menge der gleichnamigen Influenzelektrizität, welche auf der äußeren Oberfläche des Gefäßes sich ausbreitet, muß hiernach gleich sein der elektrischen Ladung des Konduktors, und dasselbe gilt natürlich auch von der Menge der ungleichnamigen Influenzelektrizität an der inneren Oberfläche des Gefäßes. Wenn wir das Gefäß mit der Erde leitend verbinden, so bleibt nur die ungleichnamige Influenzelek-

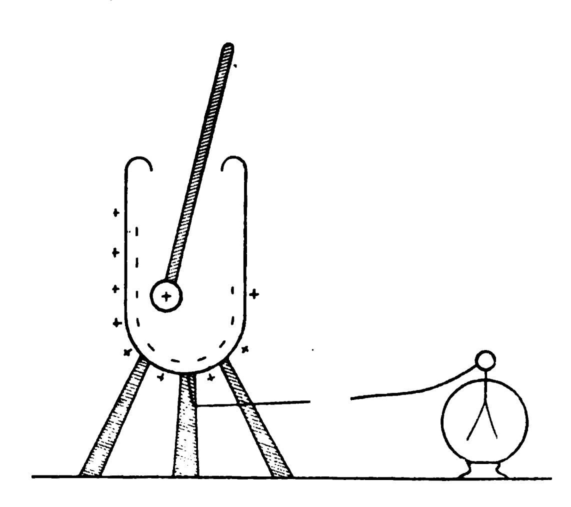


Fig. 395. Faradays Gefäß.

trizität zurück, und wir haben das Gefäß mit einer Elektrizitätsmenge geladen, welche gleich, aber entgegengesetzt ist der Ladung des kleinen Konduktors. In der That, wenn wir diesen herausziehen, so erhalten wir abermals dieselbe Divergenz des Elektroskopes, wie bei den vorhergehenden Versuchen.

§ 361. Gleichheit der beim Reiben erzeugten entgegengesetzten Elektrizitätsmengen. Das Faradaysche Gefäß können wir noch zu dem Nachweis benützen, daß bei der Reibung zweier Körper stets genau so viel positive wie negative Elektrizität erzeugt wird. Wir nehmen z. B. eine zugeschmolzene, etwas Quecksilber enthaltende Glasröhre und stellen sie zuerst vertikal; kehren wir sie um, so fließt das Quecksilber unter Reibung nach dem anderen Ende, das Glas wird positiv, das Quecksilber negativ elektrisch. Nun bringen wir die Glasröhre in das Innere eines Faradayschen Gefäßes, das mit dem Knopfe eines empfindlichen Elektroskopes leitend verbunden ist. Würde die eine, etwa die positive Elektrizität, in größerer Menge vorhanden sein, so würde sie negative Influenzelektrizität an der inneren Oberfläche des Gefäßes erregen, die gleichnamige positive würde nach dem Elektroskop abströmen und dieses laden. Da wir nun bei einem solchen Versuche nie eine Divergenz der Elektroskopblätter erhalten, so muß umgekehrt die Menge der durch Reibung erzeugten Elektrizitäten gleich groß sein.

§ 362. Das elektrische Potential. Die Betrachtungen von § 351 deuten einen neuen Weg zu der Erklärung der elektrischen Erscheinungen an, und in der That können wir auf ihm zu einer Theorie gelangen, die der Annahme der beiden elektrischen Fluida nicht bedarf. Immer aber bleibt diesen die Bedeutung einer nützlichen Hilfsvorstellung; so hat das auf sie sich beziehende Gesetz von Coulomb zuerst auf den Begriff des elektrischen Potentials geführt, dessen fundamentale Bedeutung bei jedem Wechsel der Anschauung sich bewährt hat.

Wenn wir einem Konduktor, der positiv elektrisch sein möge, einen kleinen positiv geladenen Körper nähern, so müssen wir dabei die Abstoßung der gleichnamigen Ladungen überwinden, d. h. Arbeit leisten. Die Arbeit, welche wir aufwenden müssen, um die Einheit der positiven Elektrizität von unendlicher Entfernung nach einem gegebenen Punkt zu bringen, heißt das Potential in diesem Punkte. Dabei ist aber die elektrische Ladung der Konduktoren während der Bewegung jener Einheit fixiert zu denken, so wie sie von Anfang an an ihrer Oberfläche verteilt war.

Hiernach ist es leicht, das Potential einer Elektrizitätsmenge e zu bestimmen, von der man annehmen kann, daß sie in einem Punkte A konzentriert sei. Betrachten wir zwei Punkte P und P_1 (Fig. 396), welche auf einem von A ausgehenden Radius in den Entfernungen r und r_1 gelegen sind. Die auf die Elektrizitätsmenge Eins in den beiden Punkten ausgeübten Abstoßungen sind $\frac{e}{r^2}$ und $\frac{e}{r_1^2}$. Wenn wir jene

Menge von P_1 nach P transportieren, so leisten wir eine Arbeit, welche gleich dem Wege $r_1 - r$ multipliziert mit der auf ihm zu überwindenden Kraft ist. Diese aber ist nicht konstant; wir berücksichtigen dies, indem wir, ebenso wie in dem analogen Fall von § 96, den Weg mit dem geometrischen Mittel aus dem Anfangs- und Endwert der Kraft multiplizieren, und erhalten so für die Arbeit auf dem Wege $P_1 P$ den Wert:

A P P_1 P_2 P_3 e (r) (r_1)

Fig. 396.

$$(r_1 - r)\frac{e}{r\,r_1} = \frac{e}{r} - \frac{e}{r_1}.$$

Um das Potential in dem Punkte P zu finden, müssen wir die Arbeit suchen, welche notwendig ist, um die Elektrizitätsmenge + 1 aus dem Unendlichen nach P zu bringen; wir teilen zu diesem Zweck den nach P gehenden Radius weiter durch die Punkte P_1, P_2, P_3 ... bis in unendliche Entfernung von dem Punkte A. Die Summe der für die einzelnen Wegabschnitte aufzuwendenden Arbeiten giebt dann für das Potential in dem Punkte P den Wert $\frac{e}{r}$. Allgemein gilt der Satz:

Sind an der Oberfläche eines Körpers die elektrischen Massen e, e', e'' ... in den Punkten A, A', A'' ... verteilt, und sind r, r', r'' ... die Entfernungen eines beliebigen äußeren Punktes P von A, A', A'' ..., so ist der Wert des elektrischen Potentials in P gleich $\frac{e}{r} + \frac{e'}{r'} + \frac{e''}{r''} + \ldots$

Der Wert des Potentials in einem gegebenen Punkte P muß von dem Wege unabhängig sein, auf welchem man zu jenem Punkte gelangt; denn wenn zwei verschiedenen Wegen vom Unendlichen zu einem Punkte P verschiedene Arbeiten entsprächen, so würde man auf dem einen mehr Arbeit gewinnen können, als man auf dem anderen zuvor aufgewandt hatte. Dies würde zur Konstruktion eines perpetuum mobile führen, im Widerspruch mit dem Satz von der Erhaltung der Energie.

Wir haben uns bisher an den Fall gehalten, daß der Konduktor. dessen Potential wir suchen, positiv elektrisch ist. Bei einer negativen Ladung führt die zu der Berechnung gegebene Vorschrift zu einem negativen Potential, wenn die elektrischen Massen e, e', e'' ... mit einem negativen Zeichen versehen werden. Nun wird in diesem Fall bei der Annäherung der Einheit positiver Elektrizität an den Konduktor nicht Arbeit verzehrt, sondern umgekehrt gewonnen: dementsprechend sinkt das Potential bei der Annäherung, es wächst bei der Entfernung, und dies ist in der That der Fall bei der negativen Funktion

$$-\frac{e}{r} - \frac{e'}{r'} - \frac{e''}{r''} \ldots$$

§ 363. Äquipotentialflächen. Wir wollen voraussetzen, daß in der Umgebung eines positiv geladenen Konduktors eine Reihe von Punkten

bestimmt sei, welche alle ein und dasselbe Potential u besitzen; eine sie verbindende Fläche nennen wir eine Potentialfläche. Unter einer Potentialfläche u werden wir dann eine solche verstehen, auf welcher das Potential den Wert u besitzt. Da wir von allen Seiten aus dem Unendlichen gegen den Konduktor herankommen können, so muß er von der Potentialfläche rings umschlossen sein. Verschieben wir unsere elektrische Einheit längs der Fläche, so kann dabei keine Arbeit geleistet werden, da sich das Potential nicht ändert. Die elektrischen Kräfte müssen somit auf der Potentialfläche senkrecht stehen.

Geht man von der Potentialfläche u gegen die Oberfläche des Konduktors hin, so leistet man weitere Arbeit, und das Potential muß um ihren Betrag wachsen; man gelangt so auf eine zweite, den Konduktor enger umschließende Potentialfläche. An dem Konduktor selbst muß die elektrische Kraft senkrecht zu der Oberfläche stehen, denn jede der Oberfläche parallele Kraftkomponente würde eine Verschiebung der elektrischen Teilchen in ihr zur Folge haben. Somit wird bei der Bewegung eines elektrischen Teilchens längs der Oberfläche keine Arbeit geleistet. Daraus folgt weiter, daß das Potential an der ganzen Konduktoroberfläche denselben Wert hat, daß diese eine Potentialfläche ist, und zwar diejenige, der der größte Potentialwert entspricht. Es ist ferner im Falle des Gleichgewichtes das ganze Innere des Konduktors frei von elektrischer Kraft; führen wir ein elektrisches Teilchen von der Oberfläche weg in das Innere hinein, so wird dabei keine Arbeit geleistet, das Potential hat somit im Innern des Konduktors denselben konstanten Wert wie an der Oberfläche.

Diese Sätze gelten ebenso für einen negativ elektrischen Konduktor; nur ist das ihm zugehörende konstante Potential negativ und kleiner als die Potentiale der den Konduktor umhüllenden Potentialflächen.

Zur Erläuterung dieser Sätze ist in Figur 397a ein Durchschnitt der Potentialflächen gezeichnet, die einen aus zwei Kugelabschnitten zusammengesetzten Konduktor umhüllen. Figur 397b giebt die Potentialflächen in der Umgebung zweier sphäroidischen Konduktoren, die durch einen Draht verbunden sind.

Auf einen etwas komplizierteren Fall bezieht sich Figur 398. Eine isolierte Konduktorkugel A sei mit der positiven Elektrizitätsmenge e geladen. In dem von ihr erzeugten elektrischen Felde befinde sich eine zweite gleichfalls isolierte Konduktorkugel mit dem Mittelpunkt B. Sie wird auf der A zugewandten Seite negativ, auf der abgewandten Seite positiv elektrisch. Die Potentialflächen, wie sie durch die gemeinsame Wirkung der beiden Kugeln erzeugt werden, sind in der Figur durch die ausgezogenen Linien dargestellt; eine davon nimmt die Oberfläche der Kugel B selbst in sich auf, indem sie sich gewissermaßen in zwei Blätter teilt, die, nach außen und innen sich wölbend, den Raum der Kugel B zwischen sich einschließen. Es verdient noch hervorgehoben

zu werden, daß man den Wert des Potentials im Innern der Kugel *B* leicht mit großer Annäherung berechnen kann. In dem Kugelmittelpunkt *B*

Potentialflächen und Kraftlinien.

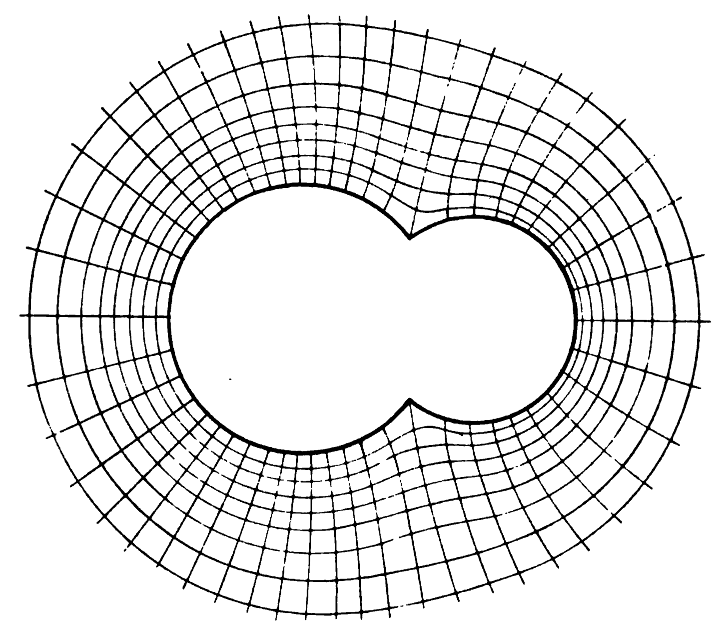


Fig. 397 a.

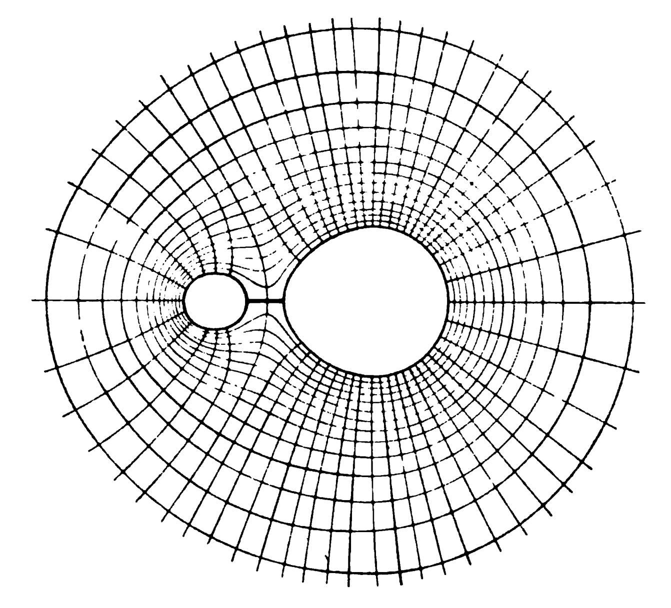


Fig. 397 b.

ist das Potential der auf der Kugel *B* selbst befindlichen einander entgegengesetzt gleichen Influenzelektrizitäten gleich Null; hier also ist das ganze Potential gleich dem von der Kugel *A* herrührenden. Nun

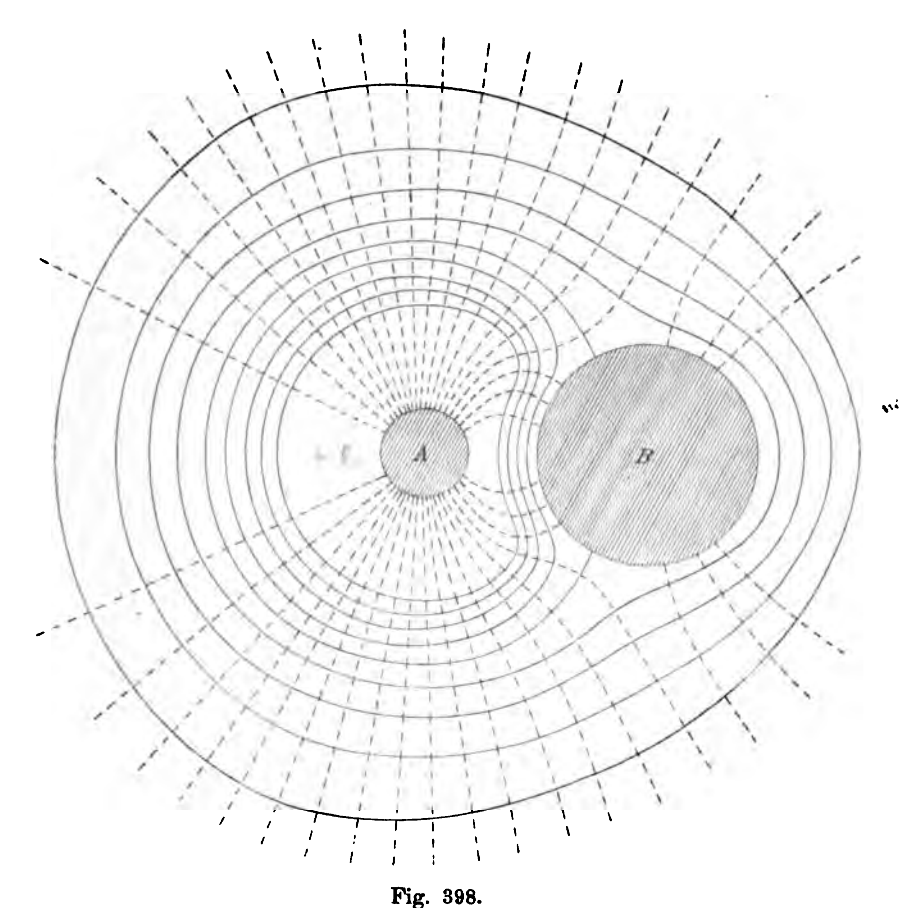


Fig. 398.
Eine elektrisch geladene und eine durch Influenz elektrische Kugel.

kann man sich die auf der letzteren befindliche Ladung mit ziemlicher Annäherung in ihrem Mittelpunkt *A* konzentriert denken; dann ist das auf den Punkt *B* ausgeübte Potential gleich $\frac{e}{AB}$. Im ganzen Innern der Kugel *B* hat aber das Potential notwendig denselben Wert, er ist also für die ganze Kugel durch jenen Bruch gegeben.

§ 364. Potentialflächen und Kraftröhren des elektrischen Feldes. Die elektrischen Kräfte stehen überall senkrecht zu den Potentialflächen. Ziehen wir also Kurven, welche das System jener Flächen senkrecht durchschneiden, so sind dieses die Kraftlinien, als deren Ursprungsstelle die Oberfläche eines positiv elektrischen Konduktors betrachtet werden soll. Über die

Richtung der Kraftlinien in der Umgebung eines Konduktors kann man sich leicht orientieren mit dem kleinen durch Figur 399 vorgestellten Apparat. Zwischen den beiden Armen einer aus einer dünnen Glasröhre gebogenen Gabel ist ein Kokonfaden ausgespannt, um den sich ein längliches Stückchen Stroh leicht dreht. Dieses stellt sich infolge der in ihm erregten Influenzelektrizität in die Richtung der Kraftlinien, sobald der Faden zu dieser Richtung senkrecht steht.

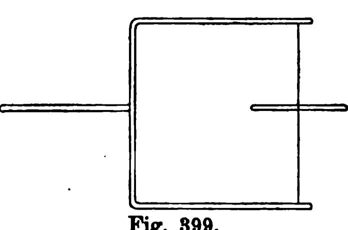


Fig. 399.

Grenzen wir an der Oberfläche des Konduktors eine kleine Fläche ab, so umschließen die von ihrem Rande entspringenden Kraftlinien eine **Kraftröhre**.

Eine gleichförmig mit der Elektrizitätsmenge e geladene Kugel wirkt nach einem Satze von § 80 auf äußere Punkte gerade so, wie wenn diese Menge in ihrem Mittelpunkt konzentriert wäre. Die Potentialflächen sind Kugeln, die Kraftröhren Kegel, deren Spitze im Kugelmittelpunkt liegt. An zwei Stellen A und B einer Kraftröhre (Fig. 400), deren Entfernungen vom Kugelmittelpunkt a und b sind, wirken auf die Einheit des positiven Fluidums die Kräfte $\frac{e}{a^2}$ und $\frac{e}{b^2}$, die Querschnitte der Kraftröhre an den beiden Stellen verhalten sich aber wie $a^2 : b^2$. Somit ergiebt sich in diesem Falle der Satz: **Innerhalb einer Kraftröhre verhalten sich die elektrischen Kräfte an verschiedenen Stellen umgekehrt wie ihre Querschnitte**, ein Satz, welcher allgemein für jeden Konduktor und jede Form der Kraftröhren gilt.

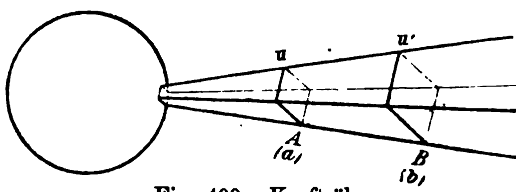


Fig. 400. Kraftröhre.

Sind A und B (Fig. 401) die Punkte, in welchen eine Kraftlinie zwei Potentialflächen u und u' schneidet, so ist die Arbeit, welche der Transport der Elektrizitätsmenge Eins von B bis A erfordert, gleich $u - u'$, und somit die Kraft, welche die Elektrizitätsmenge Eins auf der Strecke BA erleidet, gleich $\frac{(u - u')}{AB}$, d. h. **die Kraft ist gleich der Abnahme, welche der Potentialwert auf der Längeneinheit der Kraftlinie erleidet, gleich dem Falle des Potentials.** In dem Raume zwischen zwei Potentialflächen verhalten sich die elektrischen Kräfte umgekehrt wie die Abstände der Flächen.

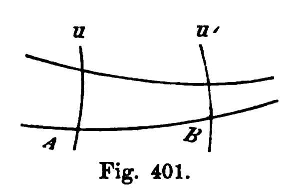


Fig. 401.

Hiernach giebt das System der Potentialflächen und Kraftröhren, wie es in den Figuren 397 und 398 für bestimmte Fälle dargestellt ist,

ein sehr anschauliches Bild von der Verteilung der elektrischen Kraft in der Umgebung eines geladenen Konduktors, oder, wie man sagt, in seinem elektrischen Felde. Dabei verstehen wir unter Stärke der Kraft oder Intensität des elektrischen Feldes immer die auf die Einheit der positiven Elektrizität ausgeübte Kraft. Der Sinn, in welchem die Kraft wirkt, ist dadurch bestimmt, daß sie ein positiv elektrisches Teilchen immer von Flächen mit höherem Potential zu solchen mit niedrigerem treibt; ein negatives natürlich umgekehrt.

Sind zwei Konduktoren vorhanden, beide etwa positiv elektrisch, so muß auf beiden das Potential konstant sein, im allgemeinen aber wird es verschiedene Werte haben auf dem einen und dem anderen Konduktor; verbindet man die Konduktoren durch einen Metalldraht, so strömt Elektrizität so lange von dem Konduktor mit hohem Potential zu dem mit niedrigem, bis die Potentiale gleich geworden sind.

§ 365. Kapazität eines Konduktors; Vergleichung verschiedener Potentiale. Aus der vorhergehenden Bemerkung folgt, daß zwischen dem Potential eines Konduktors und der Elektrizitätsmenge, die er enthält, eine bestimmte Beziehung besteht. In der That sieht man leicht, daß das Potential der Ladung proportional sein muß. Denn wenn in jedem Punkte eines Konduktors die Elektrizitätsmenge verdoppelt wird, so wird auch die Arbeit verdoppelt, die aufzuwenden ist, um die Einheit der positiven Elektrizität auf den Konduktor zu bringen. Bei jedem Konduktor ist somit das Verhältnis zwischen seiner elektrischen Ladung und seinem Potential ein konstantes, $\frac{e}{u} = C$. Man bezeichnet dieses konstante Verhältnis als die Kapazität des Konduktors. Bei einer Kugel vom Halbmesser R, auf welcher die Elektrizitätsmenge e gleichmäßig verteilt ist, hat dem auch in dem vorigen Paragraphen benützten Satz von § 80 zufolge das Potential an der Oberfläche den Wert

$$u = \frac{e}{R},$$

es ist also

$$e = Ru,$$

d. h. die Kapazität einer Kugel wird gemessen durch ihren Halbmesser.

Der Satz, daß das Potential eines Konduktors seiner Ladung proportional ist, hat eine hervorragende Bedeutung für die messende Physik; er zeigt, daß das Goldblattelektrometer ebenso ein Instrument zur Messung von Potentialen ist, wie von Ladungen. Nimmt man, was innerhalb gewisser Grenzen richtig ist, an, daß die Divergenz der Goldblätter ihrer Ladung proportional ist, so ist sie auch proportional dem Potentiale, zu dem das Elektroskop geladen ist. Man kann also jene Divergenz als einen Maßstab für das Ladungspotential betrachten.

§ 366. Die Grenzen des elektrischen Feldes. Bei jeder Scheidung der Elektrizität, sei es durch Reibung, sei es durch Influenz, werden

stets die beiden Elektrizitäten in vollkommen gleicher Menge erzeugt. Wir können also sagen, daß in unserem Beobachtungsraume jedem Körper, der mit einer gewissen Menge positiver Elektrizität geladen ist, ein anderer entspricht, der eine ebenso große negative Ladung besitzt. Wenn wir zwei Konduktoren mit gleicher aber entgegengesetzter Ladung in einem und demselben Raume betrachten, so finden wir, daß alle Kraftlinien von dem positiv geladenen zu dem negativ geladenen hinübergehen, ebenso wie die magnetischen Kraftlinien in Figur 370 und 371 von einem Nord- zu einem Südpol. Im Innern der Konduktoren aber ist die elektrische Kraft Null, hier sind keine Kraftlinien, und es ist daher das von diesen durchzogene Feld begrenzt durch die Oberflächen der Konduktoren. Entfernen wir den einen, etwa den negativen Konduktor, ganz aus dem Raume, in dem wir beobachten, so divergieren die von dem positiven ausgesandten Kraftlinien, bis sie die leitenden Wände des Zimmers treffen. Dort aber haben wir nun ungleichnamige negative Influenzelektrizität, während die gleichnamige nach der Erde abgeleitet ist. Das elektrische Feld ist somit wieder ein begrenztes, einerseits von der Oberfläche des Konduktors, andererseits von den Wänden des Zimmers. Das Verhältnis bleibt im wesentlichen dasselbe, wenn wir durch Reiben elektrisierte Isolatoren betrachten; nur gehen die Kraftlinien im allgemeinen nicht mehr von der Oberfläche geschlossener Räume aus, deren Inneres von Kraftlinien entblößt ist, sondern von den beiden Seiten der geriebenen Flächen, so daß sie teils unmittelbar in die Luft, teils erst durch das Innere der Isolatoren gehen. Die Kraftlinien, welche von der etwa positiv elektrischen Fläche eines geriebenen Isolators entspringen, gehen entweder nach der negativ elektrischen des Reibers hinüber, oder nach den durch Influenz negativ elektrischen Wänden des Beobachtungsraumes.

§ 367. Die Endflächen der Kraftröhren Träger gleicher aber entgegengesetzter Elektrizitätsmengen. In einem von Konduktoren begrenzten elektrischen Felde gehen nach dem vorhergehenden die Kraftröhren stets von einem positiv geladenen zu einem negativ geladenen Konduktor hinüber. Jede Kraftröhre verbindet ein Element der Oberfläche des einen mit einem Element der Oberfläche des anderen Konduktors. Es zeigt sich, daß von diesen beiden, die Kraftröhre begrenzenden Elementen das eine ebenso viel positive, wie das andere negative Elektrizität trägt. Wir erläutern diesen allgemein gültigen Satz an einem besonders einfachen Beispiel. Eine aus Metallblech getriebene Hohlkugel verbinden wir durch einen Draht mit der Gasleitung. In das Innere bringen wir durch eine wieder zu verschließende Öffnung eine kleinere, positiv geladene Konduktorkugel so, daß die Mittelpunkte der Kugeln zusammenfallen. Die Ladung der kleinen Kugel muß sich aus Symmetriegründen gleichmäßig über ihre Oberfläche verbreiten; sie induziert in der umgebenden Hohlkugel negative Influenzelektrizität, welche ebenfalls gleichmäßig über die innere Fläche der Hohlkugel sich

ausbreiten wird. Gleichgewicht ist vorhanden, wenn die Gesamtwirkung beider Ladungen im Innern des die Hohlkugel bildenden Bleches, in allen Punkten des Verbindungsdrahtes und der Gasleitung selbst verschwindet. Dies ist aber nur der Fall, wenn die beiden Ladungen gleich groß sind, da wir für ihre Wirkungen nach außen beide in dem gemeinsamen Mittelpunkt der Kugeln konzentriert denken können. Wir gelangen also durch diese theoretische Überlegung zu demselben Satze, den wir in § 360 für einen geschlossenen Konduktor von beliebiger Form durch die Versuche mit dem FARADAYschen Gefäß bewiesen hatten. Nun werden die Kraftröhren in unserem speziellen Falle durch Kegel repräsentiert, deren Spitze im Kugelmittelpunkt liegt. Sie teilen die Oberfläche beider Kugeln in eine übereinstimmende Zahl von Segmenten, und da die Ladungen im ganzen gleich groß sind, so müssen sie auch auf den einzelnen korrespondierenden Segmenten gleich sein.

Schließen wir in die Hohlkugel einen plattenförmigen Isolator ein, den wir durch Reiben auf einer Seite etwa positiv elektrisch gemacht haben, so gehen von jedem elektrischen Element seiner Oberfläche zwei Kraftröhren aus, die eine erreicht die Wandung der Hohlkugel unmittelbar durch die Luft, die andere erst nachdem sie den Isolator selbst durchsetzt hat. Die Summe der an den Endflächen der beiden Kraftröhren vorhandenen Ladungen ist in diesem Fall gleich der durch Reibung erzeugten Elektrizitätsmenge auf dem betrachteten Element der Oberfläche.

§ 368. Elektrische Kraft und Dichtigkeit an Konduktorflächen. Zwischen der elektrischen Oberflächendichte σ und der auf die Einheit der positiven Elektrizität unmittelbar an der äußeren Seite der Oberfläche eines geladenen Konduktors wirkenden Kraft $\mathfrak{F}$ besteht die wichtige und einfache Beziehung

$$\mathfrak{F} = 4\pi\sigma;$$

ihre Richtigkeit ist zunächst in dem Falle einer elektrisch geladenen Kugel leicht zu prüfen. Um zu einem allgemeinen Beweise zu gelangen, schneide man auf der Oberfläche der Kugel ein als eben zu betrachtendes kleines Flächenstückchen ω mit kreisförmiger Begrenzung aus; unendlich nahe an seinem Mittelpunkt liegen, nach seiner äußeren, beziehungsweise nach seiner inneren Seite verschoben, die Punkte a und i und in ihnen die Einheit der positiven Elektrizität. Die Kräfte, welche die letztere in dem einen und anderen Punkte von der elektrischen Ladung der kleinen Kreisscheibe ω erleidet, seien Ξ_a und Ξ_i. Aus Symmetriegründen folgt, daß diese Kräfte zu ω senkrecht stehen; sie sind in den Punkten a und i gleich groß, aber von entgegengesetzter Richtung, $\Xi_a = \Xi$, $\Xi_i = -\Xi$. Gehen wir über zu der Wirkung X, die von der Ladung der ganzen übrigen Kugeloberfläche mit Ausnahme von ω herrührt; sie ist in den Punkten a und i offenbar dieselbe. Nun ist aber an der äußeren Oberfläche der Kugel, in a, die ganze auf die Einheit der positiven Elektrizität wirkende Kraft gleich $4\pi\sigma$, somit $X + \Xi = 4\pi\sigma$;

dagegen ist in dem ganzen Innern und also auch in dem Punkte i die elektrische Kraft gleich Null, somit $X - \Xi = 0$. Daraus folgt $\Xi = 2\pi\sigma$. Ist jetzt ein beliebiger elektrisch geladener Konduktor gegeben, so grenzen wir an seiner Oberfläche wieder ein kreisförmiges, ebenes Flächenelement ω ab und betrachten die unendlich nahe an seinem Mittelpunkt nach außen und innen liegenden Punkte a und i. Die Wirkungen Ξ_a und Ξ_i, welche von der Ladung des Elementes ω selbst in a und i ausgeübt werden, sind nach dem vorhergehenden gleich aber entgegengesetzt: $\Xi_a = 2\pi\sigma$, $\Xi_i = -2\pi\sigma$. Im ganzen Innern des Konduktors ist die gesamte elektrische Kraft gleich Null; bezeichnet also X wie zuvor die Wirkung, die von der Ladung der übrigen Oberfläche mit Ausnahme von ω herrührt, so ist $X - 2\pi\sigma = 0$; die Kraft X ist aber dieselbe, mag die Einheit der positiven Elektrizität, auf welche sie sich bezieht, in a oder in i liegen. Die Gesamtwirkung in a ist somit gleich $X + 2\pi\sigma = 4\pi\sigma$, in Übereinstimmung mit dem aufgestellten Satze.

Konstruiert man eine Potentialfläche, die einen elektrischen Konduktor eng umschließt, so verhalten sich die elektrischen Oberflächendichten an verschiedenen Stellen ebenso wie die elektrischen Kräfte, also umgekehrt wie die Abstände zwischen der Oberfläche des Konduktors und der Potentialfläche. Der Anblick der Figur 397a zeigt somit, daß die Elektrizität sich vorzugsweise an den entgegengesetzten Polen der beiden Konduktorkugeln anhäuft, wenig in dem von ihnen gebildeten einspringenden Winkel.

Die gesamte Kraft, welche auf einen in einem elektrischen Felde befindlichen Konduktor ausgeübt wird, setzt sich zusammen aus den Kräften, welche die einzelnen elektrischen Elemente seiner Oberfläche erleiden. Wir sind nach dem vorhergehenden im stande, diese Einzelkräfte zu bestimmen. Ist die Oberflächendichte gleich σ, so ist in einem Stückchen der Oberfläche vom Inhalt ω die Elektrizitätsmenge $\sigma\omega$ enthalten; die auf die Einheit der positiven Elektrizität wirkende Kraft ist an der äußeren Seite der Oberfläche $4\pi\sigma$, an der inneren Null, im Mittel gleich der oben mit X bezeichneten Kraft, gleich $2\pi\sigma$. Somit wirkt auf unser Flächenstückchen die Kraft $2\pi\sigma^2\omega$. Die auf den Konduktor ausgeübte elektrische Wirkung verhält sich so, wie wenn auf eine Stelle seiner Oberfläche mit der Dichte σ pro qcm ein Zug von der Stärke $2\pi\sigma^2$ oder $\frac{1}{8\pi}\mathfrak{F}^2$ ausgeübt würde. Hier bezeichnet $\mathfrak{F}$, wie oben, die Stärke der elektrischen Kraft an der äußeren Oberfläche des Konduktors. Nach der in § 359 angedeuteten Vorstellung würde jener Zug von dem gleichmäßigen Ätherdruck in Abzug kommen, und die ganze beobachtete Kraft würde die Resultante des an verschiedenen Stellen in verschiedenem Maße veränderten Ätherdruckes sein.

§ 369. Das Potential der Erde als Nullpunkt des Potentiales. Wenn man ein elektrisches Feld mit beliebigen Konduktoren hat, zu denen wir immer auch die Erde und die nach ihr abgeleiteten Konduktoren

zu rechnen haben, so ist die Arbeit beim Transport der Elektrizitätsmenge Eins von einer Fläche mit niedrigem zu einer solchen mit hohem Potential gleich der Differenz der Potentialwerte, die Kraft zwischen zwei benachbarten Potentialflächen gleich jener Differenz dividiert durch ihren Abstand. In all diesen Beziehungen treten nie die absoluten Werte der Potentiale auf, sondern nur ihre Differenzen. Welches auch ursprünglich die Potentiale sein mögen, stets kann man das Potential eines Körpers willkürlich auf Null reduzieren, wenn man gleichzeitig die aller übrigen um denselben Betrag verkleinert. Die Potentialdifferenzen und die von ihnen abhängenden Beziehungen des elektrischen Feldes werden ja dadurch nicht geändert. Man ist übereingekommen, das Potential der Erde gleich Null zu setzen; auch jeder mit der Erde leitend verbundene Konduktor hat dann das Potential Null. Das Potential eines beliebigen Konduktors ist jetzt gleich der Arbeit, die aufzuwenden ist, um die Einheit der positiven Elektrizität von der Erde auf den Konduktor zu bringen. Es muß aber ausdrücklich hervorgehoben werden, daß bei dieser Definition des Potentials die vorhandenen Ladungen während der Bewegung jener Einheit als vollkommen unveränderlich zu betrachten sind, ebenso wie in § 362; es ist also die Fiktion festzuhalten, daß der bewegte „elektrische Einheitspol" seinerseits keine störenden Influenzwirkungen auf die vorhandenen Konduktoren ausübe.

§ 370. Elektrostatische Energie. An die Einführung des Potentialbegriffes knüpft sich noch eine Betrachtung, die für die Einordnung der Elektrostatik in den allgemeinen Zusammenhang der physikalischen Erscheinungen von fundamentaler Bedeutung ist. Wir haben in der Mechanik starrer Körper Veranlassung genommen zu einer allgemeinen Untersuchung mechanischer und mechanisch-thermischer Systeme. Wir haben die Energie als eine Eigenschaft derselben kennen gelernt, die ihrem Betrage nach unveränderlich ist, so lange das System keinem äußeren Eingriffe unterliegt, die aber mancherlei Wandlungen der Form erfahren kann. Sie mag in der räumlichen Trennung ponderabler Massen, in ihrer Bewegung begründet sein; wir unterschieden danach Distanzenergie und kinetische Energie. Wir haben später in der Lehre von der Elastizität die Volumenenergie der deformierten Körper, in der Kapillarität die Oberflächenenergie der Flüssigkeiten kennen gelernt; wir haben gesehen, daß auch die Wärme als eine Energieform zu betrachten ist. Jegliche Art von Energie kann erzeugt werden durch Arbeit. Nun zeigen die vorhergehenden Betrachtungen, daß auch die elektrische Ladung eines Konduktors durch Arbeit entsteht. Sie muß also eine neue Form der Energie darstellen, die wir als elektrostatische Energie bezeichnen. Wie sie aus Arbeit entstand, so kann sie auch wieder mechanische Arbeit leisten, in kinetische Energie oder Wärme sich verwandeln. Die quantitativen Verhältnisse dieser Umsätze sind bestimmt, sobald es gelingt, den in einem geladenen Konduktor enthal-

tenen Energiebetrag zu berechnen, und dies geschieht auf dem folgenden Wege.

Es sei ein Konduktor gegeben, mit der positiven elektrischen Ladung e und dem Potential u. Wir fragen nach der Arbeit, welche aufzuwenden ist, um diese Ladung von der Erde auf den Konduktor zu bringen. Würde das Potential des Konduktors unveränderlich sein, so müßte die Arbeit eu aufgewandt werden, um eine Elektrizitätsmenge e auf ihn zu bringen. Nun ist aber in unserem Falle der Konduktor zuerst unelektrisch, sein Potential Null, und nur allmählich steigt es zugleich mit der sich sammelnden Ladung auf den Betrag u. Um unter diesen Umständen jene Arbeit zu finden, multiplizieren wir die schließlich erreichte Ladung mit dem Mittelwert des Potentiales $\frac{1}{2}u$.

Es ergiebt sich so für die Arbeit der Wert

$$U = \tfrac{1}{2} eu.$$

Dieser Ausdruck repräsentiert nun zugleich die elektrostatische Energie des Konduktors; er stellt den Arbeitsvorrat dar, den wir in ihm durch Zusammenführen der Elektrizitätsmenge e aufgehäuft haben. Die elektrische Energie eines Konduktors muß aber unabhängig sein von der Art, wie wir ihn geladen haben; denn würden auf verschiedenen Wegen verschiedene Energiewerte erreicht, so würde man auch auf dem einen mehr Arbeit gewinnen können, als man zuvor auf dem anderen aufgewandt hatte, man könnte mit Hilfe eines geladenen Konduktors ein perpetuum mobile konstruieren, dessen Möglichkeit nach § 103 durch das Energieprinzip ausgeschlossen ist.

Wir knüpfen an das vorhergehende noch eine Aufgabe, deren Lösung eine nützliche Übung in der Anwendung unserer Sätze gewährt. Ein Konduktor, etwa eine Metallkugel, möge nach der Methode von § 354 durch Influenz elektrisch gemacht werden. Man findet, daß im ersten Teile des Prozesses, bei der Annäherung des elektrischen Körpers, elektrische Energie verloren geht, daß bei seiner Wiederentfernung von dem nun isolierten Konduktor Energie gewonnen wird. Im ganzen wird Energie gewonnen und ihr Betrag muß dem vorhergehenden Satze zufolge gleich $\frac{1}{2}eu$ sein, wenn e die schließliche Ladung, u das Potential des Konduktors bezeichnet.

§ 371. Maße und Dimensionen. Unter der Intensität eines elektrischen Feldes verstehen wir die Kraft $\mathfrak{F}$, welche in ihm auf die Einheit der positiven Elektrizität bei ungeänderter Verteilung der elektrischen Ladungen ausgeübt wird. Die Dimension ist ebenso wie bei der magnetischen Intensität:

$$[\mathfrak{F}] = l^{-\frac{1}{2}} \cdot m^{\frac{1}{2}} \cdot t^{-1}, \text{ beziehungsweise } [\mathfrak{F}] = \mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}^{-1}.$$

Die Zahl der das elektrische Feld durchziehenden Kraftlinien bestimmen wir so, daß ihre Dichtigkeit gleich der Feldintensität wird. Unter Dichtigkeit der Kraftlinien verstehen wir dabei, wie in dem

analogen Falle von § 345, die Zahl der senkrecht durch 1 qcm hindurchgehenden. Wie nach § 345 von einem Magnetpol μ eine Anzahl von $4\pi\mu$ Magnetkraftlinien ausgeht, so von dem elektrischen Pole e die Zahl von $4\pi e$ elektrostatischen Kraftlinien.

Das Potential ist seiner Definition zufolge gleich einer Arbeit, dividiert durch eine Elektrizitätsmenge; seine Dimension ist danach $[u] = l^{\frac{1}{2}} \cdot m^{\frac{1}{2}} \cdot t^{-1}$, im cm · g · sec-System $[u] = \text{cm}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{sec}^{-1}$. Eine Kugel vom Halbmesser 1 cm, welche mit der Elektrizitätsmenge 1 $\text{cm}^{\frac{3}{2}} \cdot \text{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{sec}^{-1}$ geladen ist, besitzt zufolge § 365 das Potential 1 $\text{cm}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{sec}^{-1}$. Als praktische Maßeinheit des Potentials dient das Volt; 300 Volt sind gleich einer Einheit des elektrostatischen cm · g · sec-Systemes. Laden wir eine Kugel mit einem Radius von R cm auf das Potential von 1 Volt, so wird ihre elektrische Ladung:

$$e = \frac{R}{300}\ \text{cm}^{\frac{3}{2}} \cdot \text{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{sec}^{-1}.$$

Um diese Elektrizitätsmenge in der praktischen Einheit des Coulomb auszudrücken, müssen wir mit 3×10^9 dividieren. Wir kommen dann zu dem Resultat: Wird eine Kugel vom Halbmesser R cm zu dem Potential von 1 Volt geladen, so sammelt sich auf ihr eine Elektrizitätsmenge von $\frac{R}{9 \times 10^{11}}$ Coulombs.

Um von der Größenordnung der bei elektrostatischen Versuchen vorkommenden Potentiale eine Vorstellung zu geben, führen wir noch das Resultat einer Beobachtung an. Eine Konduktorkugel von 0,61 cm Halbmesser war durch Streichen an einer geriebenen Glasstange möglichst stark elektrisch gemacht. Ihre Ladung betrug 8,8 $\text{cm}^{\frac{3}{2}} \cdot \text{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{sec}^{-1}$, somit ihr Potential

$$14{,}4\ \text{cm}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{sec}^{-1},$$

oder 4320 Volt.

Die Kapazität eines Konduktors erhalten wir nach § 365, wenn wir seine elektrische Ladung e dividieren durch sein Potential u. Hiernach hat die Kapazität die Dimension einer Länge, wie wir ja fanden, daß die Kapazität einer Kugel numerisch gleich ihrem Halbmesser ist. Im absoluten elektrostatischen Maße hat derjenige Konduktor die Einheit der Kapazität, in dem die elektrische Ladung 1 das Potential 1 erzeugt; insbesondere hat im cm · g · sec-System eine Kugel vom Halbmesser 1 cm die Kapazität 1. Als praktische Einheit der Kapazität benützen wir das Farad, welches gleich 9×10^{11} Einheiten des cm · g · sec-Systemes ist. Ein Konduktor, der eine Kapazität von 1 Farad besitzt, würde danach durch eine Kugel mit einem Halbmesser von 9×10^{11} cm dargestellt werden. Laden wir diese zu einem Potential von 1 Volt, so ist ihre Ladung dem vorhergehenden zufolge gleich

1 Coulomb. Man kann somit auch sagen, daß ein Konduktor die Kapazität von 1 Farad besitzt, wenn er bei einem Potential von 1 Volt eine Ladung von 1 Coulomb annimmt.

Eine Kugel von der Größe der Erde hat eine Kapazität von 0,00071 Farad; die Kapazität einer durch die Erdbahn gelegten Kugel würde 16,5 Farad sein.

Man sieht, daß das Farad eine unbequem große Maßeinheit ist, und benützt deshalb häufig seinen millionsten Teil, das Mikrofarad, als solche.

§ 372. Fernwirkung und Kraftlinien. Wir haben bisher im wesentlichen die Vorstellung benützt, daß die elektrischen Erscheinungen auf der Existenz zweier elektrischer Fluida beruhen, deren Teilchen in die Ferne aufeinander wirken. Mag dieser Vorstellung in der Natur eine Realität entsprechen oder nicht, jedenfalls hat sie sich bei unserem ersten Eindringen in das Gebiet der elektrischen Erscheinungen als ein nützlicher Leitfaden erwiesen. Wir haben andererseits auf die Möglichkeit hingewiesen, daß der Äther bei den elektrischen Wirkungen eine wesentliche Rolle spielt. Es würde leicht sein, diesen Gedanken in ähnlicher Weise weiter zu verfolgen, wie wir dies bei den magnetischen Erscheinungen gethan hatten. Wir würden sogar mit Benützung der in § 368 zwischen elektrischen Kräften und Dichten angegebenen Beziehung zu einer quantitativen Bestimmung der längs der Kraftlinien herrschenden Spannungen gelangen. Wir verfolgen jedoch die Frage nach der physischen Natur der elektrischen Kraftlinien vorerst nicht, da wir später in den Besitz von Thatsachen kommen, welche für ihre Behandlung von fundamentaler Bedeutung sind. Wenn wir aber auch die elektrischen Erscheinungen als Wirkungen des Äthers auf die ponderabeln Körper verstehen lernen so folgt daraus doch nicht, daß wir die Vorstellung von den elektrischen Flüssigkeiten über Bord zu werfen haben. Sie bildet ein Hilfsmittel, welches eine rasche und bequeme Orientierung über zahlreiche Gruppen von Erscheinungen gestattet, und als solches werden wir sie benützen, auch wenn wir die Vorstellung von der Existenz elektrischer Fluida für eine fiktive halten.

II. Kapitel. Elektrisiermaschinen und Kondensatoren.

§ 373. Der Elektrophor. Wenn wir Reibung benützen wollen, um Elektrizität in größerer Menge zu erzeugen, so werden wir die Oberfläche des geriebenen Isolators möglichst zu vergrößern haben; wir geben ihm die Form einer runden Scheibe. Eine solche aus Harzmasse hergestellte Scheibe nennen wir den Elektrophorkuchen. Durch Schlagen mit einem Fuchsschwanz machen wir ihn an seiner ganzen Oberfläche negativ elektrisch. Wenn wir nun von Zeit zu Zeit die elektrische Ladung des Kuchens prüfen, was mit einer an isolierendem Stiele befestigten Probekugel (§ 358 und 374) und einem Elektroskop geschehen kann,

so finden wir, daß sie mehr oder weniger rasch abnimmt. Es ist dies zum Teil die Schuld der wenn auch geringen Leitfähigkeit der Oberfläche. Zum weitaus größeren Teile wird aber der Elektrizitätsverlust durch die in der Luft schwebenden Konduktorteilchen herbeigeführt, welche von dem Harzkuchen angezogen und dann wieder abgestoßen werden, wobei jedes einen kleinen Teil der Ladung mit sich fortnimmt. Jedes Mittel, durch welches die verteilende Wirkung des elektrischen Kuchens in dem umgebenden Luftraum vermindert wird, muß danach zu der Konservierung der Elektrizität beitragen. Ein solches Mittel besteht darin, daß man den Kuchen auf eine Metallplatte, die Armatur oder Form des Elektrophors, setzt; wenn die Armatur mit der Erde leitend verbunden ist, so induziert die negative Elektrizität des Harzkuchens in ihr positive Influenzelektrizität; es leuchtet ein, daß die Intensität des von den beiden entgegengesetzten elektrischen Schichten erzeugten Feldes eine viel geringere ist, als zuvor die Intensität des nur von dem Harzkuchen erzeugten. Von der Elektrizität, welche wir in dieser Weise längere Zeit erhalten können, vermögen wir aber keinen weiteren Gebrauch zu machen, da sie an der Oberfläche des isolierenden Harzkuchens haftet. Disponibel ist die Elektrizität nur, wenn sie in einem Konduktor aufgesammelt ist, in dem wir sie beliebig bewegen, von dem wir sie auf andere Konduktoren mit Leichtigkeit übertragen können. Wir müssen also die Elektrizität unseres Harzkuchens nutzbar machen, indem wir einen Konduktor durch Näherung positiv laden. Um die von dem Kuchen ausgehende verteilende Wirkung möglichst vollständig auszunützen, geben wir dem Konduktor die Form einer Scheibe und erhalten so den dritten Teil des Elektrophors, den Deckel oder Schild. Wir nähern den horizontal gehaltenen Schild dem Harzkuchen, wobei wir ihn ableitend berühren; wir entfernen ihn, isoliert an seidenen Schnüren gehalten, und können nun die gewonnene positive Elektrizität beliebig weiter verwenden. Die Menge der letzteren wird um so größer sein, je größer die verteilende Wirkung des Elektrophorkuchens ist, d. h. je näher die Oberfläche des Schildes der des Kuchens gebracht wird. Die Erfahrung zeigt nun, daß man am besten thut, den Schild direkt auf den Kuchen aufzusetzen. Es könnte dies überraschen, da ja bei direkter Berührung ein Übergang von negativer Elektrizität des Harzkuchens auf den Schild nicht zu vermeiden ist. Der hierdurch bedingte Verlust kommt aber nicht in Betracht gegenüber dem durch die große Nähe der beiden Flächen bedingten Gewinn; es erklärt sich dies dadurch, daß keine der beiden Oberflächen eben ist, so daß wirkliche Berührung immer nur in wenigen Punkten eintritt.

Setzen wir den zunächst isolierten Schild auf den Kuchen, so stellt sich die durch Figur 402 anschaulich gemachte elektrische Verteilung ein. Sobald wir den Schild ableitend berührt haben, verschwindet die gleichnamige negative Influenzelektrizität zugleich mit der in der Armatur vorhandenen positiven Ladung. Der Schild ist positiv elektrisch

(Fig. 403). Sobald wir ihn abheben und mit der gewonnenen Ladung entfernen, stellt sich die Ladung der Armatur wieder her.

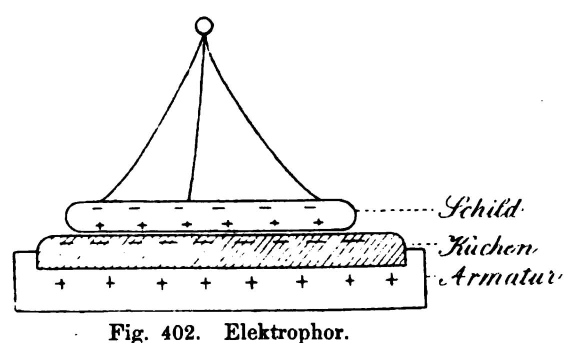


Fig. 402. Elektrophor.

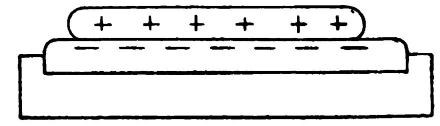


Fig. 403.

Die charakteristische Eigenschaft des Elektrophors ist, daß man durch verhältnismäßig sehr geringe anfängliche Reibung eine beinahe unerschöpfliche Quelle von Elektrizität gewonnen hat. Dem stehen gegenüber die Unbequemlichkeit der Handhabung und die technischen Schwierigkeiten, welche die Herstellung und Benützung von Kuchen mit größerer Oberfläche und entsprechend größerer Ladung verhindern.

§ 374. Die Spitzenwirkung. Wir können den Elektrophor benützen, um einige Beobachtungen über die Verteilung der Elektrizität an der Oberfläche der Konduktoren zu machen. Um ein Maß für die Flächendichte zu erhalten, benützen wir eine Probekugel, eine kleine, an einem Schellackstiele befestigte Konduktorkugel. Berühren wir mit ihr irgend eine Stelle eines Konduktors, so nehmen wir von der daselbst befindlichen Elektrizitätsmenge einen aliquoten Teil weg. Die Ladung der Probekugel an verschiedenen Stellen der Oberfläche giebt daher ein Maß für das Verhältnis der Flächendichten. Jene Ladung aber können wir in einfacher Weise messen mit Hilfe eines Goldblattelektroskopes, oder genauer, indem wir die Probekugel als Standkugel einer Drehwage benützen. Auf diesem Wege überzeugen wir uns, daß die Oberflächendichte um so größer ist, je stärker die Krümmung an der betreffenden Stelle. Es entspricht das dem Verhalten der Äquipotentialflächen. Bei Figur 397b sehen wir, daß die Potentialflächen sich am engsten aneinanderschließen an dem Pole der kleineren Kugel; die Ladung muß in ihm dichter sein, als in dem Pol der größeren Kugel und in den übrigen Stellen der Konduktoroberfläche. Bei einem Konduktor von Ei- oder Scheibenform ziehen sich die Potentialflächen an dem spitzen Ende oder an dem Scheibenrande gegen die Konduktoroberfläche zusammen, wie dies für den Fall der Scheibe durch Figur 404 dargestellt wird; auch hier wächst also die Ladung mit der Stärke der Krümmung. Versehen wir einen Konduktor mit einer Spitze, so würden um diese die Potentialflächen sich unendlich nahe aneinander schieben, und die Dichte würde unendlich groß werden. Nun wächst aber mit der Dichte auch die elektrische

Kraft an der Oberfläche; es ergiebt sich daraus, daß von einer Spitze eine starke Influenzwirkung auf die in der umgebenden Luft schwebenden Konduktorteilchen ausgeübt wird. Diese werden angezogen, und, mit der Elektrizität der Spitze geladen, wieder abgestoßen. Es entsteht so eine andauernde Bewegung jener Teilchen, in welche die Luft selbst hineingerissen wird, der elektrische Wind. Die Luft wird seitlich nach der Spitze hingezogen, um dann in der Verlängerung der Spitze von ihr wegzuströmen. Dieser elektrische Wind bedingt eine rasche Entladung des mit der Spitze versehenen Konduktors. Wir bezeichnen eine solche Entladung als eine konvektive, sofern die Elektrizität dabei von bewegten ponderabeln Teilchen mit fortgeführt wird. Ebenso aber wird ein Konduktor entladen, wenn wir ihm eine abgeleitete, etwa in der Hand gehaltene Spitze nähern. Die Spitze wird durch Influenz ungleichnamig elektrisch, die von ihr elektrisierten und abgestoßenen Staubteilchen der Luft werden von dem Konduktor angezogen und vernichten seine Ladung. In der That, wenn wir dem geladenen Schilde unseres Elektrophors eine Spitze nähern, so verliert er beinahe momentan seine Elektrizität.

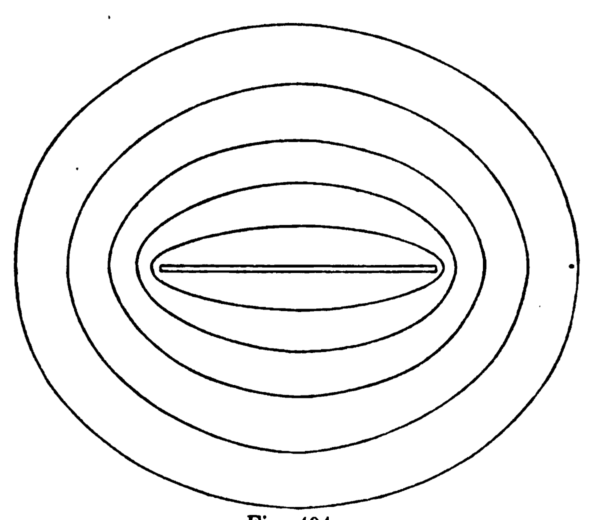


Fig. 404.
Potentialflächen einer elektrischen Kreisscheibe.

§ 375. Die Reibungselektrisiermaschine. Bei der Reibungselektrisiermaschine geht man von vornherein auf starke und fortgesetzte Reibung aus. Der geriebene Körper muß hart und unveränderlich sein; man nimmt Glas, früher in der Form eines Glascylinders, jetzt einer Glasscheibe, wobei man den Vorteil hat, daß gleichzeitig die beiden Seiten der Oberfläche gerieben werden können. Die Bewegung ist eine drehende um eine durch Cylinder oder Scheibe zentrisch hindurchgehende Axe *a* (Fig. 405). Das sogenannte Reibzeug *r* besteht aus ledernen Kissen, welche mit Amalgam bestrichen und durch Federn gegen die Glasfläche gepreßt werden; die Scheidungskräfte der Reibung müssen in allen Punkten der Oberfläche wirken, d. h. Glas und Reibzeug müssen sich sicher in der ganzen Ausdehnung des letzteren berühren, wenn nicht eine teilweise Wiedervereinigung der entgegengesetzten Elektrizitäten erfolgen soll. Das Reibzeug muß mit der Erde leitend verbunden sein,

damit nicht die in ihm sich häufende Elektrizität die Scheidungskraft der Reibung kompensieren kann. Aus demselben Grunde muß auch die geriebene Scheibe ihrer positiven Elektrizität beraubt werden; außerdem muß, und das ist der wesentliche Zweck der Maschine, durch die positive Elektrizität der Scheibe ein Konduktor sekundär geladen und so disponible Elektrizität erzeugt werden. Die beiden letzten Aufgaben lassen sich mit einem Schlage erfüllen. Nähern wir der geriebenen Scheibe einen Konduktor, etwa so, daß Konduktor und Reibzeug sich diametral gegenüberstehen, so wird in dem genäherten Ende des Konduktors negative, in dem abgewandten positive Influenzelektrizität erregt; richten wir die Sache so ein, daß die erstere mit der positiven Ladung der Scheibe sich vereinigt, so ist diese unelektrisch und zugleich der Konduktor positiv elektrisch geworden. Nach den Beobachtungen des vorhergehenden Paragraphen haben wir zu diesem Zweck nur nötig, an dem Konduktor, in welchem wir die Elektrizität unserer Maschine sammeln wollen, eine gegen die Oberfläche des Glases gerichtete Spitze anzubringen. Man versieht in Wirklichkeit den Konduktor C_1 mit einem gabelförmigen Ansatz s, der beide Seiten der Scheibe ebenso weit umfaßt, wie die Kissen des Reibzeuges; jede Zinke der Gabel trägt dann

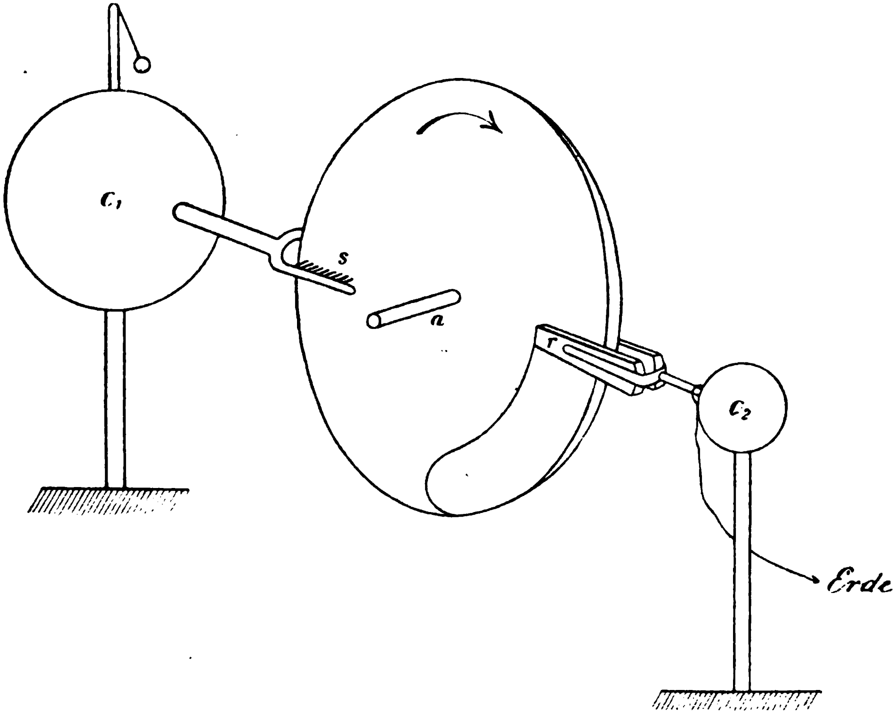


Fig. 405. Reibungselektrisiermaschine.

einen Spitzenkamm, eine ganze Reihe von einzelnen gegen die Glasoberfläche gewandten Spitzen.

Das Spiel der Maschine stellt sich nun während der Ladung des Konduktors so dar: Von dem Reibzeug zu den Spitzen wird positive Elektrizität durch die Rotation der Glasscheibe konvektiv getragen. Von den Spitzen zu der Scheibe strömt in entgegengesetzter Richtung der elektrische Wind, trägt negative Elektrizität der positiven des Glases entgegen und neutralisiert die letztere. Im Konduktor der Maschine häuft sich die positive Influenzelektrizität an. Die durch Reiben erzeugte negative Elektrizität strömt in die Erde ab. Negativ elektrische Teilchen gehen stets von Stellen von niedrigerem Potential zu solchen von höherem, zwischen Stellen gleichen Potentials wirkt keine elektrische Kraft. Zu Anfang ist das Potential der in dem Konduktor der Maschine sich sammelnden Elektrizität kleiner als das elektrische Potential in der den Spitzen gegenüberliegenden Oberfläche des Glases. Es ist damit die Bedingung für das Überströmen negativer Elektrizität nach dem Glase gegeben. Sobald aber das Potential des Konduktors dem Potential an der Oberfläche der Scheibe den Spitzen gegenüber gleich geworden ist, findet kein Überströmen, also auch keine Erzeugung von Influenzelektrizität mehr statt, der Konduktor hat das Maximum seiner Ladung erreicht. Die rotierende Scheibe behält jetzt in ihrer ganzen Ausdehnung die durch die Reibung erlangte Ladung, und weitere Scheidung der Elektrizität durch Reibung wird gleichfalls unmöglich. Dieser stationäre Grenzzustand der Maschine könnte übrigens nur eintreten bei vollkommener Isolation aller ihrer Teile; in Wirklichkeit finden fortwährend Elektrizitätsverluste statt, welche durch weitere Scheidung ausgeglichen werden.

So lange die Maschine in Thätigkeit ist, nimmt das Potential, welches durch die auf Konduktor und Scheibe befindliche positive Elektrizität erzeugt wird, von den Spitzen nach dem Reibzeug hin ab. Infolge hiervon wird die positive Elektrizität rückwärts nach dem Reibzeug getrieben; es entsteht also eine der Drehung der Scheibe entgegenwirkende Kraft, welche durch eine entsprechende Arbeitsleistung zu überwinden ist. Zu dieser kommt die durch die Reibung selbst beanspruchte Arbeit noch hinzu, und danach ist die Wirkung der Reibungselektrisiermaschine als eine Verwandlung von mechanischer Arbeit in elektrische Energie zu betrachten; natürlich nicht so, als ob die aufgewandte Arbeit rein aufginge in der elektrischen Energie; denn außer dieser wird unter allen Umständen noch Wärme durch die Reibung erzeugt.

Wenn das Gefälle des Potentials von der Spitze zum Reibzeug einen gewissen Betrag übersteigt, so werden die auf die elektrische Ladung ausgeübten Kräfte nicht mehr vollständig auf die Masse der Scheibe übertragen, positive Elektrizität wird von dem Glase losgerissen und fließt längs seiner Oberfläche nach dem Reibzeug zurück, den Nutzeffekt der Maschine schädigend. Eine andere Gelegenheit zu Verlusten liegt

in der Berührung der Glasoberfläche mit Staubteilchen der Luft. Gegen beide Wirkungen schützt man sich durch Lappen von Seide, welche, an den vorderen Rand der Reibzeugkissen angesetzt, die Glasscheibe bis in die Nähe der Spitzen bedecken und bei der Drehung der Maschine negativ elektrisch werden.

§ 376. Potential oder Spannung des Maschinenkonduktors. Bei der Drehung der Maschine wird nach dem vorhergehenden der Konduktor bis zu einem gewissen Potential geladen. Man bezeichnet dieses Potential auch als Spannung des Konduktors, und wir wollen zunächst Mittel angeben, welche für den Grad der erreichten Spannung wenigstens einen ungefähren Maßstab geben. Das erste besteht in einem Quadrantenelektroskop, welches auf den Konduktor aufgesetzt wird; der Winkel, um den das Pendel sich hebt, liefert hier den Maßstab des Potentials. Das zweite Mittel besteht in der Messung der Funkenlänge. Dem Konduktor der Maschine stellen wir einen zu der Erde abgeleiteten Konduktor, den Funkenzieher, gegenüber; auf dem genäherten Ende des-

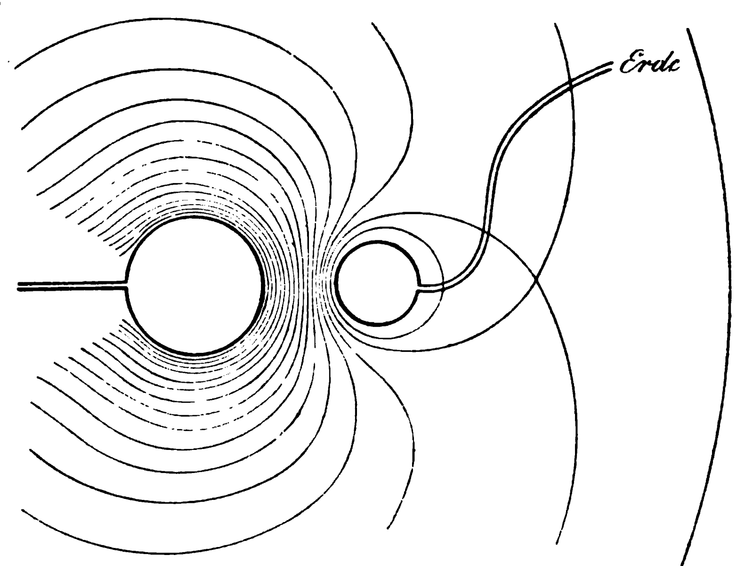


Fig. 406. Maschinenkonduktor und Funkenzieher.

selben entsteht negative Influenzelektrizität, und es besteht zwischen dem Maschinenkonduktor und dem Funkenzieher eine Potential- oder Spannungsdifferenz, welche gleich dem Potential des ersteren ist, da ja das Potential eines zu der Erde abgeleiteten Körpers den Wert Null hat. Der Verlauf der Potentialflächen in der Umgebung des Maschinenkonduktors und der den Funkenzieher darstellenden abgeleiteten Kugel ist durch Figur 406 anschaulich gemacht. Je mehr wir den Funkenzieher dem Maschinenkonduktor nähern, um so mehr drängen sich die Poten-

tialflächen zwischen beiden zusammen; die in dem Zwischenraum und an den Oberflächen wirkenden elektrischen Kräfte werden immer größer. Schließlich vermag die trennende Luftschicht der elektrischen Spannung keinen genügenden Widerstand mehr zu leisten, sie zerreißt, und die Vereinigung der entgegengesetzten Elektrizitäten erfolgt unter der Erscheinung eines leuchtenden Funkens. Die Luftschicht, welche der elektrische Funke der Maschine in geradliniger Bahn zu durchbrechen vermag, ist um so dicker, je größer das Potential des Konduktors, die Funkenlänge giebt daher einen zweiten Maßstab für jenes.

Wir fügen noch eine unsere Bezeichnungen betreffende Bemerkung hinzu.

Der Begriff des Potentials entstammt der mathematischen Physik; die Vorstellung von einer elektrischen Spannung hatte sich in der experimentellen Physik gerade im Anschluß an die Erscheinung des Funkens entwickelt; es liegt ihr eine wenn auch nicht ganz zutreffende Analogie mit dem Verhalten eines elastischen Körpers zu Grunde, der, stärker und stärker gespannt, schließlich von einer irgendwie prädisponierten Stelle aus ein- und durchreißt. Zu einem wohldefinierten Begriffe ist aber jene unbestimmte Vorstellung erst geworden, als man erkannte, daß die Spannung mit dem Potential identifiziert werden kann.

§ 377. Die elektromotorische Kraft der Maschine. Als elektromotorisch bezeichnen wir jede Kraft, welche die beiden Elektrizitäten in entgegengesetztem Sinne zu bewegen, zu scheiden sucht. Bei der Reibung zweier Körper ist die Berührungsfläche der Sitz einer solchen Kraft. Bei der Elektrisiermaschine besteht die Wirkung der Reibung in letzter Instanz darin, daß eine gewisse Menge positiver Elektrizität von dem Potential Null des Reibzeuges auf das Potential des Konduktors gebracht wird. Je größer der Endwert des letzteren, um so größer muß auch die elektromotorische Kraft der Reibung sein. Das Potential des Konduktors liefert also einen Maßstab für die elektromotorische Kraft der Maschine.

Wir haben bei der bisherigen Benützung der Maschine stets vorausgesetzt, daß das Reibzeug abgeleitet ist; wir können dieses isolieren und mit einem zweiten Konduktor C_2 verbinden, in welchem sich dann die negative Elektrizität der Maschine sammelt. Das Potential eines negativ elektrischen Körpers ist nach § 362 selbst negativ.

Wenn die Maschine mit zwei isolierten Konduktoren versehen ist, so besteht demnach ihre Leistung darin, daß sie positive Elektrizität von dem negativen Potential des Reibzeugkonduktors auf das positive Potential des Maschinenkonduktors hebt; die elektromotorische Kraft der Reibung kann jetzt durch den Unterschied der Potentiale gemessen werden, also durch $u - (-u') = u + u'$, wenn u das Potential des Maschinen-, $-u'$ das des Reibzeugkonduktors ist. Betrachtet man die Spannungen schlechtweg ohne Rücksicht auf ihr Zeichen, so ist also jetzt die Summe der Spannungen von Maschinenkonduktor und Reib-

zeugkonduktor gerade so groß, wie früher die des Maschinenkonduktors allein. Bei Ableitung des Maschinenkonduktors endlich würde die negative Spannung des Reibzeugkonduktors ebenso groß sein, wie bei der ursprünglichen Benützung die positive des Maschinenkonduktors.

§ 378. Elektrischer Wind und elektrisches Flugrad. Die Elektrisiermaschine bietet uns Gelegenheit, die schon früher betrachtete Wirkung der Spitzen noch etwas ausführlicher zu untersuchen. Wenn wir mit dem Konduktor der Maschine eine Spitze verbinden, so sehen wir zunächst an einem aufgesetzten Quadrantenelektroskop, daß der Konduktor nur noch eine schwache Spannung erreicht. Die Ursache davon ist der von der Spitze ausgehende elektrische Wind, der Strom von Staubteilchen, welche die positive Elektrizität des Konduktors mit sich fortführen. Der hierdurch erregte Wind ist stark genug, um ein Licht, welches wir vor die Spitze halten, auszublasen. Seine Rückwirkung auf die Spitze giebt Veranlassung zu der Konstruktion des elektrischen Flugrades. Aus dünnem Blech stellen wir einen schmalen, S-förmig gekrümmten Konduktor her und setzen ihn mit einem Stahlhütchen auf eine feine Spitze, so daß er in horizontaler Ebene leicht rotieren kann. Sobald wir dann die Maschine drehen, gerät der Konduktor in lebhafte Rotation.

In besonders anschaulicher Weise kann man die Spitzenwirkung demonstrieren mit einem Glasballon, der mit Rauch gefüllt, und in den die Spitze isoliert eingeführt ist. Überzieht man die Innenwand des Ballons mit einer Konduktorschicht von Glycerin, welche mit Hilfe eines Stanniolstreifens nach der Erde abgeleitet wird, so genügen wenige Umdrehungen der Maschine, um allen Rauch auf den Wänden des Ballons niederzuschlagen.

Auch die Theorie der Spitzenwirkung, die wir in § 374 gegeben haben, möge noch durch einige Bemerkungen ergänzt werden. Wir haben gesehen, daß die Potentialflächen sich an der Spitze eng zusammendrängen, und daß dementsprechend von der Spitze eine intensive verteilende Wirkung auf die Umgebung, eine starke Abstoßung auf positiv elektrische Teilchen ausgeübt wird. Diese Verhältnisse werden aber durch die Thätigkeit der Spitze selbst modifiziert; grenzen wir von ihr aus einen kugelförmigen Raum ab, so füllt sich dieser mit positiv geladenen Teilchen. Die Flächen gleichen Potentials werden dadurch verschoben, ihre Abstände größer, der Abfall des Potentials, die Stärke der elektrischen Wirkungen kleiner. Schließlich wird ein stationärer Zustand eintreten, bei welchem die zwischen der Spitze und dem Konduktor einerseits, den Wänden des Zimmers andererseits sich ausbreitenden Potentialflächen eine unveränderliche Lage behalten, während der durch den Potentialfall bedingte konvektive Abfluß der positiven Elektrizität durch die Zufuhr der Maschine in jedem Augenblick wieder gedeckt wird.

§ 379. Die Spitze als Mittel zur Untersuchung eines elektrischen Feldes. Von großer praktischer Bedeutung ist eine Anwendung, die wir von der Spitzenwirkung machen, um die Potentialflächen eines elek-

trischen Feldes aufzusuchen. Wir betrachten den Fall eines homogenen Feldes, d. h. eines solchen, welches von parallelen Kraftlinien durchzogen wird, dessen Potentialflächen durch parallele Ebenen repräsentiert sind, und in welchem die Intensität der elektrischen Kraft, der Fall des Potentials, allenthalben konstant ist. In dieses Feld hinein versetzen wir plötzlich einen kugelförmigen Konduktor, der mit einer feinen und im Vergleich zu seinem Durchmesser langen Spitze versehen ist; die Spitze richten wir senkrecht gegen die Potentialflächen, also vertikal nach oben, wenn die Potentialflächen horizontal liegen. Der Konduktor habe im ersten Moment keine Ladung; die Potentialwerte in dem Felde nehmen von oben nach unten ab, so daß positive elektrische Teilchen in dem Felde nach unten getrieben werden. Infolge der zwischen der Spitze und dem umgebenden Raum bestehenden Potentialdifferenz strömt negative Elektrizität aus der Spitze aus, während der mit ihr verbundene Konduktor ein positives Potential annimmt, welches steigt, bis es gleich dem Potential des Feldes an der Stelle der Spitze geworden ist; dann hört das Ausströmen von negativer Elektrizität aus der Spitze auf; die über sie hingehende Ebene konstanten Potentials geht mit einer kleinen trichterförmigen Vertiefung in die Oberfläche der Spitze und der Konduktorkugel über und bildet mit ihr zusammen eine einzige Fläche konstanten Potentials; alle tiefer nach unten liegenden Potentialflächen müssen mit einem flaschenartigen Ansatz Spitze und Konduktorkugel umhüllen, wie dies in Figur 407 gezeichnet ist.

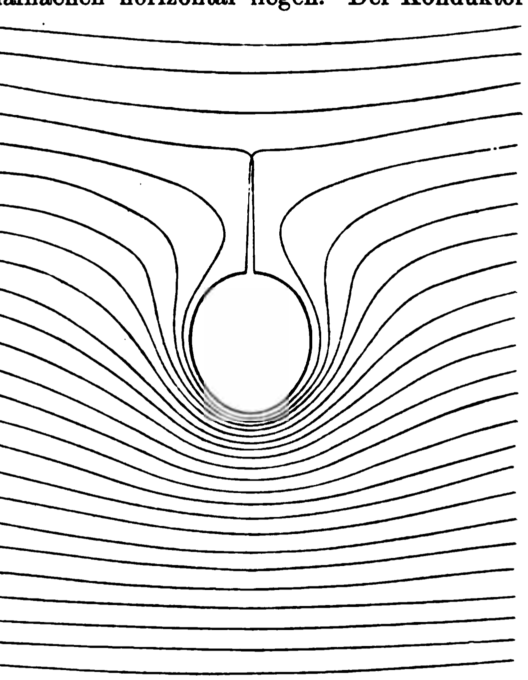


Fig. 407.
Konduktor mit Spitze im homogenen Feld.

Messen wir die auf der Kugel befindliche Elektrizitätsmenge e, so wird ihr Potential im Mittelpunkt der Kugel gleich $\frac{e}{r}$, wenn r den Halbmesser der Kugel bezeichnet. Ist das Potential der elektrischen Verteilung, durch welche das zu untersuchende Feld erzeugt wird, im Mittelpunkt der Kugel gleich u_0, so hat das Gesamtpotential in ihm den Wert $\frac{e}{r} + u_0$, und dies

ist zugleich der Wert des Potentials an dem Ort der Spitze. Bezeichnen wir den letzteren Wert durch u, so ergiebt sich:

$$u - u_0 = \frac{e}{r} \cdot$$

Die Abnahme des Potentials von dem Ort der Spitze bis zu dem Mittelpunkt der Kugel ist also gleich der elektrischen Ladung der letzteren dividiert durch ihren Halbmesser.

Dieselbe Methode ist natürlich auch anwendbar bei einem Felde mit beliebig gekrümmten Potentialflächen. Bewegt man dabei die Spitze so, daß die Ladung der mit ihr verbundenen Kugel konstant bleibt, so folgt sie einer Fläche konstanten Potentials.

§ 380. Die Atmosphäre als elektrisches Feld. Das in dem vorhergehenden Paragraphen beschriebene Verfahren dient vor allem zur Untersuchung des elektrischen Zustandes unserer Atmosphäre. Bei heiterem, wolkenlosem Himmel zeigt sich, daß die Atmosphäre unserer Erde ein elektrisches Feld von der zuvor betrachteten Art ist, ein Feld also, wie es durch eine negativ elektrische Ladung der Erdoberfläche erzeugt sein kann. Das Potentialgefälle ist abhängig von der Jahreszeit und hat nach Messungen von Elster und Geitel[1] in Wolfenbüttel während der 12 Monate des Jahres von Januar bis Dezember die folgenden Werte in Volt, auf einen Höhenunterschied von 1 cm gerechnet:

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	
3,91	3,39	2,94	1,38	1,10	1,02	1,23	1,21	1,21	1,88	2,60	4,70	$\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$.

Der größte vorkommende Wert des Gefälles beträgt hiernach $\frac{4,70}{300}$ in Einheiten des cm · g · sec-Systems oder 0,0157 $cm^{-\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$; es giebt diese Zahl zugleich die Intensität des elektrischen Feldes, d. h. die auf die Einheit der positiven Elektrizität wirkende Kraft, ausgedrückt in Dynen. Man sieht hieraus, wie schwach die von der normalen Elektrizität der Atmosphäre ausgeübten Kräfte sind.

Die auffallende jährliche Periode des Potentialgefälles hängt möglicherweise mit dem Wasserdampfgehalt der Luft in den verschiedenen Jahreszeiten zusammen; vielleicht auch mit einer eigentümlichen Wirkung der Sonnenstrahlung auf die negative Ladung der Erdoberfläche. Es besitzen nämlich die ultravioletten und violetten Strahlen die merkwürdige Eigenschaft, negative Elektrizität von der Oberfläche der Körper weg und in die umgebende Luft hineinzuführen.

Eine Theorie der normalen Luftelektrizität, als Seitenstück zu der Gausschen Theorie des Erdmagnetismus, besitzen wir zur Zeit noch nicht. Sie bildet aber eine notwendige Voraussetzung für die endgültige Beantwortung der zahlreichen und verwickelten Fragen, zu welchen die unregelmäßigen elektrischen Erscheinungen der Atmosphäre bei

[1] Elster und Geitel, Beobachtungen des atmosphärischen Potentialgefälles und der ultravioletten Sonnenstrahlung. Wied. Ann. 1893. Bd. 48. p. 338.

Wolken, Niederschlägen und Gewittern Veranlassung geben. Insbesondere würde es dann erst möglich sein, zu entscheiden, ob die in dem normalen elektrischen Felde der Atmosphäre auf Dunstbläschen, Regentropfen oder Schneeflocken ausgeübte Influenz hinreicht, um die in kurzen Zeitintervallen zwischen positiven und negativen Werten sich vollziehenden Schwankungen des Potentials zu erklären.

§ 381. Der elektrostatische Multiplikator. Nach der Abschweifung, zu der wir durch die Untersuchung der Spitzenwirkung veranlaßt worden sind, kehren wir zurück zu der Lehre von den Elektrisiermaschinen. Wir haben zunächst ein sinnreiches Prinzip zu studieren, mit dessen Hilfe es möglich ist, das Potential eines Konduktors innerhalb gewisser Grenzen beliebig zu verstärken. Wir nehmen vier hohle Konduktoren von gleicher Form und Größe, *A*, *B*, *C*, *D* (Fig. 408), welche auf der

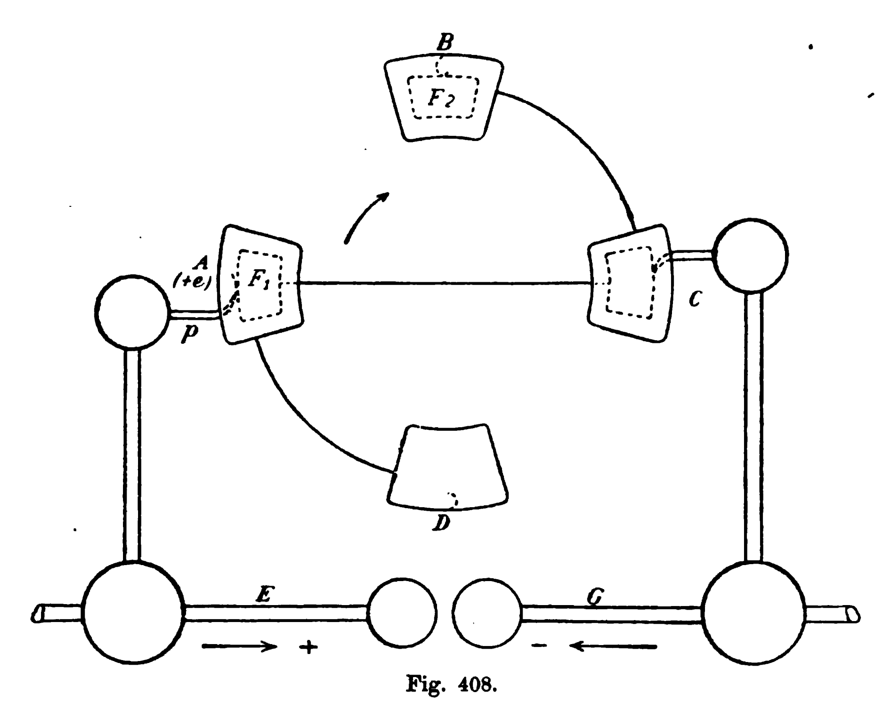


Fig. 408.

Peripherie eines Kreises gleichförmig verteilt sind. Wir bezeichnen *A* und *C* als Induktoren, *B* und *D* als Rezeptoren. An den Stellen, wo sie von dem Kreise durchbohrt werden, versehen wir sie mit schmalen Schlitzen, so daß ein fünfter, scheibenförmiger Konduktor *F*, der Konvektor, welcher auf der Kreisperipherie beweglich ist, der Reihe nach durch die vier festen Konduktoren *A*, *B*, *C*, *D* hindurchgeführt werden kann. Wir setzen voraus, daß der Induktor *A* von Hause aus eine schwache positive Ladung *e* besitze. Nun bringen wir den Konvektor zuerst in die Mitte von *A* nach F_1 und berühren ihn in dieser Stellung mit einem zur Erde ab-

geleiteten Metallpinsel p, der durch eine Öffnung in das Innere des Konduktors eingeführt wird. Wir haben dann eine Umkehrung des in § 360 ausgeführten Versuches, und der Erfolg ist, daß der Konvektor F eine Ladung $-e$ annimmt, gleich und entgegengesetzt der des Induktors A. Mit dieser Ladung führen wir den Konvektor in das Innere des Rezeptors B, nach F_2, und bringen ihn zur Berührung mit einem an der Wandung von B befestigten Metallpinsel; nach § 360 giebt er seine ganze Ladung $-e$ an den Rezeptor ab; verbinden wir den Rezeptor B mit dem Induktor C, so geht die negative Ladung von B zugleich über auf C; kommt nun bei seiner weiteren Bewegung der Konvektor in das Innere von C, so leiten wir ihn, ebenso wie in A, nach der Erde ab; die negative Ladung $-e$ konzentriert sich dann in dem Induktor C und gleichzeitig nimmt F die Ladung $+e$ an. Mit dieser führen wir ihn in den Rezeptor D, durch einen ihn streifenden Metallpinsel stellen wir eine leitende Verbindung her zwischen dem Konvektor und der Innenfläche von D. Die positive Ladung e wird dann an D abgegeben. Verbinden wir D mit A, so besitzen die miteinander verbundenen Konduktoren eine Gesamtladung von der Stärke $2e$; kommt jetzt der Konvektor F in das Innere von A, so konzentriert sich auf A die Ladung $2e$ und F kommt durch Influenz auf die Ladung $-2e$; mit dieser wiederholt sich dann derselbe Vorgang, den wir eben bei der Ladung $-e$ verfolgt hatten. In dieser Weise werden die elektrischen Ladungen der Konduktorsysteme $A + D$ und $B + C$ bei jeder Umdrehung verstärkt und es ergiebt sich für das Ansteigen der Ladungen, abgesehen von ihrem Zeichen, das folgende Schema:

Umdrehung	1.	2.	3.	4.
Ladung von $B + C$	e	$3e$	$8e$	$21e$,
Ladung von $D + A$	$2e$	$5e$	$13e$	$34e$.

Mit der Ladung steigt auch das Potential der Konduktoren; die Multiplikation wird so lange dauern, als die Isolation der Konduktoren zur Erhaltung des erreichten Potentials ausreichend ist. Während der Multiplikation wird bei der Überführung des Konvektors von A nach B und von C nach D Arbeit geleistet, und bei jeder Umdrehung wird die elektrische Energie des Systems um den Betrag der Arbeit vermehrt.

Bei der praktischen Ausführung des Apparates wird man auf die volle Wirkung, die wir im vorhergehenden vorausgesetzt hatten, verzichten, da geschlossene oder auch nur nahezu geschlossene Konduktoren nicht verwendbar sind. Man stellt Induktoren und Rezeptoren aus je einem Paar kongruenter Metallscheiben her, zwischen denen der Konvektor in Form eines an einer Axe isoliert befestigten Metallflügels durchschlägt. Er ist an geeigneten Stellen mit Metallleisten versehen, gegen welche die Pinsel der Erdleitungen und der Rezeptoren streifen. Wenn der Apparat das Maximum seiner Wirkung erreicht hat, so daß die Konduktoren bei jeder Umdrehung ebenso viel Elektrizität durch das Weichen der Isolation verlieren, als ihnen durch den Flügel zugeführt

wird, so fließt bei jeder Umdrehung durch die Erdleitung von *A* eine gewisse Menge positiver, durch die Erdleitung von *C* eine gleiche Menge negativer Elektrizität ab. Es liegt nun nahe, mit der Axe zwei diametral gegenüberliegende Flügel zu verbinden, so daß der eine die Erdleitung in *A*, der andere gleichzeitig die in *C* berührt. Man kann dann die Ableitung nach der Erde ganz aufheben und den Metallpinsel von *A* mit dem Metallpinsel von *C* durch einen leitenden Bogen verbinden. Einen solchen stellt man her durch zwei auf Hartgummisäulen verschiebbar ruhende, in Kugeln endigende Konduktorstäbe *E* und *G*, welche dem Durchmesser *AB* parallel gestellt sind. Mit dem einen *E* wird der Pinsel von *A*, mit dem anderen *G* der von *B* verbunden. Drehen wir die Flügel, so geht ein Strom positiver Elektrizität in der Richtung von *A* nach *C*, ein Strom negativer im umgekehrten Sinne. Sind die Enden der Konduktoren *E* und *G* nicht miteinander in Berührung, so sehen wir zwischen ihnen einen Funkenstrom übergehen, als Zeichen der in den Konduktoren vorhandenen elektrischen Bewegung. Will man die Maschine in Thätigkeit setzen, so ist es nicht nötig, die Konduktoren besonders zu laden. Die mit der Drehung verbundene Reibung veranlaßt immer schwache Ladungen, die sich bei der Weiterdrehung in der geschilderten Weise verstärken; die Maschine ist eine sich selbst erregende.

§ 382. Wasserstrahlkollektor. Für das Spiel des Multiplikators ist es offenbar gleichgültig, ob derselbe Konvektor, der von *A* nach *B* ging, nun auch weiter geht, oder ob an seine Stelle ein anderer Konvektor tritt, der von *C* nach *D* geht; es ist ebenso gleichgültig, ob derselbe Konvektor wiederholt den Weg von *A* nach *B*, oder von *C* nach *D* zurücklegt, oder ob bei jeder Wiederholung des Weges ein neuer Konvektor an seine Stelle tritt. Auf diesem Gedanken beruht der Wasserstrahlkollektor (Fig. 409). Bei ihm bestehen die Konduktoren *A*, *B*, *C*, *D* aus Metallröhren, und es steht *A* vertikal über *B*, *C* vertikal über *D*. Die Konvektoren sind die Tropfen zweier Wasserstrahlen, welche aus metallenen abgeleiteten Spitzen im Innern der Induktoren *A* und *C* austreten. Sie werden aufgefangen von Trichtern im Innern der Rezeptoren *B* und *D*, geben ihre Ladung an diese ab und fließen dann unelektrisch nach unten weg.

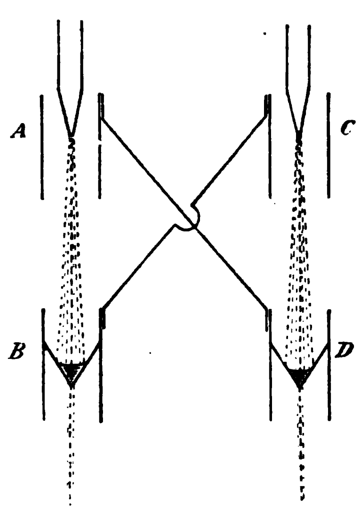


Fig. 409. Wasserstrahlkollektor.

§ 383. Die Influenzmaschine. Den in § 381 beschriebenen Multiplikator können wir in die von Holtz im Jahre 1865 erfundene Influenzmaschine (Fig. 410) umwandeln, indem wir an Stelle der Berührungen

Spitzenwirkung treten lassen. Von den Plattenpaaren der Induktoren *A* und *C* nehmen wir je eine Platte weg, so daß die Induktoren nur aus einer einfachen Konduktorscheibe bestehen. Die Rezeptoren *B* und *D* ersetzen wir durch Spitzen, welche mit *C* und *A* leitend verbunden sind. Bei den Maschinen von Holtz bestehen die Induktoren und die Spitzen aus Papier; die ersteren sind in der Form zweier Belege auf der Hinterseite einer kreisförmigen Glasplatte befestigt; die Papierspitzen sind unmittelbar an die Belege angesetzt und ragen bis in die Mitte zweier

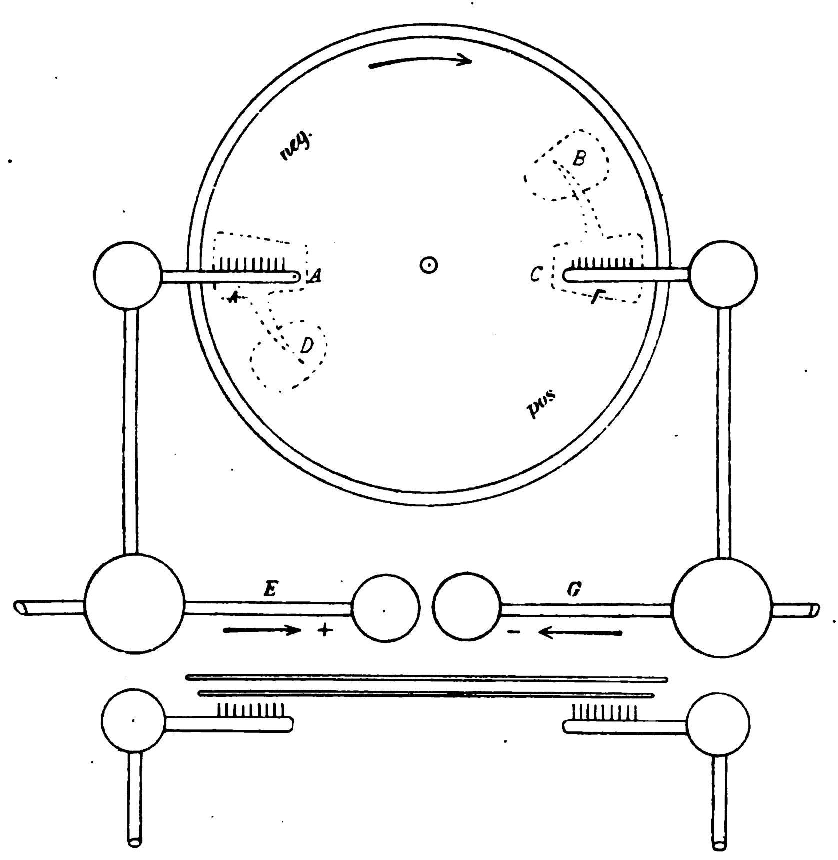


Fig. 410. Influenzmaschine.

ovaler Fenster, welche die Glasplatte durchbrechen. Den Induktoren *A* und *C* gegenüber befinden sich zwei mit den Konduktoren *E* und *G* der Maschine verbundene Spitzenkämme *Λ* und *Γ*. Die Konduktoren bestehen wie bei dem Multiplikator aus Metallstangen, welche parallel dem Durchmesser *A C* mit Hilfe von isolierenden Handgriffen zu verschieben sind. Sie mögen zuerst mit den an den Enden befindlichen Kugeln zur Berührung gebracht sein. Befindet sich ein rotierender Flügel *F* etwa gerade zwischen dem positiv elektrischen Induktor *A* und seinem Spitzen-

kamm, so strömt aus dem letzteren negative Elektrizität auf den Flügel über, bis die elektromotorische Kraft in den Spitzen verschwindet; der Flügel trägt seine negative Elektrizität nach der Spitze B, wird durch sie entladen, während gleichzeitig negative Influenzelektrizität an den Induktor C abgegeben wird. Wenn zwei einander diametral gegenüberliegende Flügel vorhanden sind, so erhält man in dem die Spitzenkämme verbindenden Konduktorbogen EG einen elektrischen Strom, bei welchem die positive Elektrizität von E nach G, die negative in umgekehrter Richtung fließt. Es liegt nun nahe, das Prinzip der Multiplikation auf die Flügel noch weiter auszudehnen, d. h. eine ganze Reihe von Flügelpaaren mit der Axe der Maschine zu verbinden; dem steht aber der Umstand entgegen, daß die Abstände der Flügel vermindert, die Gefahr einer inneren Entladung zwischen den entgegengesetzt elektrischen Flügeln des Kranzes vermehrt wird. Diese Schwierigkeit hat Holtz in sinnreicher Weise umgangen, indem er die Flügel aus einem Isolator, aus Glas herstellte. Er verband mit der Axe der Maschine eine zweite Glasscheibe, welche er vor der die Induktoren und Spitzen tragenden rotieren ließ. Die gegenseitige Lage der festen und der rotierenden Scheibe, sowie der vor der letzteren befindlichen Spitzenkämme ist in Figur 410 im Grundriß angegeben. Die rotierende Scheibe stellt hiernach einen ununterbrochenen Kranz von gegeneinander isolierten Flügelpaaren dar, sie verhindert zugleich einen direkten Übergang der Elektrizität von den Spitzen zu den Induktoren, wie er bei einem durchbrochenen Flügelkranze eintreten würde, so oft eine Lücke vor den Spitzen vorüberginge. Bei der Drehung bedeckt sich die rotierende Scheibe in ihrem oberen Teile von dem Spitzenkamm A bis zu der Spitze B mit negativer, in ihrem unteren Teile von F bis D mit positiver Elektrizität. Arbeit wird dabei geleistet, indem die negativ elektrischen Teile der Scheibe nach Stellen von fallendem, die positiv elektrischen nach Stellen von steigendem Potential getrieben werden. Zieht man die Konduktoren E und G auseinander, so erhält man in dem Zwischenraum einen lebhaften Strom elektrischer Funken. Macht man ihre Entfernung so groß, daß der kontinuierliche Funkenstrom aufhört, so wird der Konduktor E positiv, G negativ geladen; die Ladung kann nun steigen, bis das Potential der Konduktoren gleich dem der Induktoren an der Stelle der Spitzen geworden ist. Würde dieser Grenzzustand wirklich erreicht, so würde keine Elektrizität mehr aus den Spitzenkämmen strömen und die rotierende Scheibe ihre Ladung verlieren. Bei einer in voller Wirkung stehenden Maschine kann man annehmen, daß die elektrische Belegung der rotierenden Scheibe im Maximum eine Dichte von etwa $10\ \mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}^{-1}$ besitzt. Um ein Urteil über die auftretenden Spannungen zu gewinnen, machen wir die freilich einigermaßen willkürliche Annahme, daß die Induktoren Elektrizität von derselben Dichtigkeit enthalten; man kann dann wenigstens annäherungsweise die Potentiale A

und r, welche sie an der Stelle der Spitzen besitzen, berechnen und findet $A = +$ 70 000 Volt, $r = -$ 70 000 Volt. Wenn der kontinuierliche Funkenstrom zwischen den Konduktoren aufhört, so würde danach die Potentialdifferenz bis zu einem Betrag von 140 000 Volt steigen. Es würde dies, wie wir später sehen werden, einer Funkenlänge von 4 bis 5 cm entsprechen.[1]

Wenn der in dem oberen und dem unteren Halbkreise der rotierenden Scheibe vorhandene Abfall des Potentials ein gewisses Maß überschreitet, so beginnt die Elektrizität, ebenso wie bei der Reibungselektrisiermaschine, längs der Glasfläche zu gleiten und die Wirkung der Maschine läßt nach. Dieses Gleiten tritt in verstärktem Maße auf, wenn die Luft in der Umgebung der Maschine feucht ist, da dann auf der Scheibe eine Schicht von kondensiertem Dampf sich bildet. Bei wachsendem Dampfgehalte der Luft nimmt die Wirksamkeit der Maschine rasch bis zu völligem Versagen ab. Gegen die konvektive Zerstreuung der Elektrizität durch die Konduktorteilchen der Luft wird die rotierende Scheibe geschützt durch die hintere feste Scheibe, welche auf ihrer inneren Seite mit der rotierenden Scheibe entgegengesetzt elektrisch wird infolge der in dem nächsten Kapitel zu besprechenden diëlektrischen Erregung.

Die von einer Influenzmaschine bei einer Umdrehung gelieferte Elektrizitätsmenge ist der wirksamen Fläche der Scheibe proportional, sie wächst mit dem Scheibendurchmesser. Die Vergrößerung der Scheibe erreicht nun aus technischen Gründen bald ihre Grenze. Will man also die quantitative Leistung der Maschine vermehren, so muß man mehrere Maschinen, deren Scheiben längs derselben Axe aneinandergereiht werden können, zu gemeinsamer Wirkung vereinigen. Man kann ferner das bei dem elektrostatischen Multiplikator benützte Prinzip mit dem von Holtz verbinden und gelangt so zu der Konstruktion sogenannter selbsterregender Maschinen.

Endlich kann man noch die, namentlich für die theoretische Behandlung störende Asymmetrie beseitigen, die bei der ursprünglichen Holtzschen Maschine in der verschiedenen Funktion der rotierenden und der festen Scheibe liegt. Es ist dies der Fall bei den Maschinen mit zwei undurchbrochenen, entgegengesetzt rotierenden Scheiben und mit zwei Systemen von Spitzenkämmen und Konduktoren, die, unter einem Winkel von 90° gegeneinander gedreht, der vorderen und hinteren Scheibe gegenüberstehen. Auf diesen Prinzipien beruht die Konstruktion der vielpaarigen Maschinen von Töpler, der Maschinen zweiter Art von Holtz, der Maschinen von Wimshurst.

§ 384. Die Konduktoren der Elektrisiermaschinen und die Zerstreuung der Elektrizität. Nach dem, was wir über die Verteilung der Elektrizität auf Konduktoren und die Spitzenwirkung gesagt haben, ver-

[1] E. Riecke, Über die von einer Influenzmaschine zweiter Art gelieferte Elektrizitätsmenge und ihre Abhängigkeit von der Feuchtigkeit. Wied. Ann. 1881. Bd. 13. p. 255.

steht es sich von selbst, daß man bei Konduktoren, in welchen die von den Maschinen gelieferten Elektrizitäten gesammelt werden sollen, alle vorspringenden Kanten, Ecken und scharfen Krümmungen vermeiden muß. Die Stützen, auf welchen die Konduktoren ruhen, werden aus möglichst guten Isolatoren herzustellen sein. Die Elektrizitätsverluste, die auch bei günstigster Form und bester Isolierung eintreten, haben wir dann zum größeren Teil auf Rechnung der konvektiven Entladung durch den in der Luft schwebenden Staub zu setzen. Das Verhältnis der in einer Sekunde entweichenden Elektrizitätsmenge zu der noch vorhandenen Ladung ist dasselbe bei Kugeln, Scheiben und Cylindern, und unabhängig von der Größe der Ladung. Man bezeichnet dieses Verhältnis als den Zerstreuungskoëffizienten.

§ 385. Der Kondensator. In den Konduktor einer gewöhnlichen Reibungselektrisiermaschine strömt so lange positive Elektrizität ein, bis sein Potential der elektromotorischen Kraft der Maschine gleich geworden ist. Wenn wir nun dem positiv elektrischen Konduktor der Maschine einen anderen negativ elektrischen Konduktor gegenüberstellen, so wird das Potential des Maschinenkonduktors verkleinert, und es fließt von neuem Elektrizität von der Maschine her zu, bis das Potential den früheren Wert wieder erreicht hat. Bei gleichem Potential ist die in dem Konduktor enthaltene Elektrizitätsmenge, in demselben Verhältnis also auch seine Kapazität vergrößert. Einen negativ geladenen Konduktor können wir nun in der einfachsten Weise erhalten, indem wir dem Maschinenkonduktor einen zu der Erde abgeleiteten Konduktor gegenüberstellen. Sobald positive Elektrizität in den ersteren einströmt, wird negative Influenzelektrizität in dem zweiten angezogen oder, wie man sagt, gebunden. Sie setzt durch ihre Rückwirkung die Spannung in dem Maschinenkonduktor herunter, sie bindet einen Teil seiner positiven Elektrizität, und dies geht so lange fort, bis das Gesamtpotential aller gebundenen und freien Elektrizität im Innern des Maschinenkonduktors gleich der elektromotorischen Kraft der Maschine geworden ist, während das Potential im Innern des abgeleiteten Konduktors nach der in § 369 gemachten Festsetzung den Wert Null hat. Die hiermit gegebene Verbindung von Konduktoren nennt man einen Kondensator. Um die wechselseitige Influenz möglichst zu verstärken, giebt man den beiden Konduktoren die Form von flachen kreisförmigen Scheiben; um Funkenentladungen zwischen ihnen zu vermeiden, trennt man sie durch eine isolierende Glas- oder Hartgummischeibe (Fig. 411). Damit wird aber der Kondensator zu einem unabhängig von dem Maschinenkonduktor bestehenden Apparate, der nur zum Zwecke der Ladung mit der Maschine verbunden wird. Die eine Metallscheibe, welche von dem Maschinenkonduktor aus geladen wird, nennen wir den Kollektor, die andere mit der Erde verbundene die Kondensatorscheibe. Die Menge der negativen Influenzelektrizität in der letzteren wird offenbar etwas geringer sein, als die Menge der positiven Elektrizität im Kollektor; der Unter-

schied ist aber um so kleiner, je dünner die isolierende Zwischenschicht ist, und wir werden bei der Berechnung der in einem Kondensator angehäuften Ladungen keine Rücksicht auf ihn nehmen. Unter Kapazität eines Kondensators verstehen wir die Menge positiver Elektrizität, welche er aufnimmt, wenn sein Kollektor zu dem Potential Eins geladen, die Kondensatorscheibe zur Erde abgeleitet ist. Die Kapazität des Plattenkondensators ist proportional mit $\frac{S}{4\pi c}$, wenn wir mit S den Flächeninhalt der Platten, mit c ihren Abstand bezeichnen; laden wir, bei abgeleiteter Kondensatorplatte, den Kollektor auf das Potential V, so ist die in dem Kondensator angesammelte Elektrizitätsmenge proportional mit $\frac{SV}{4\pi c}$.

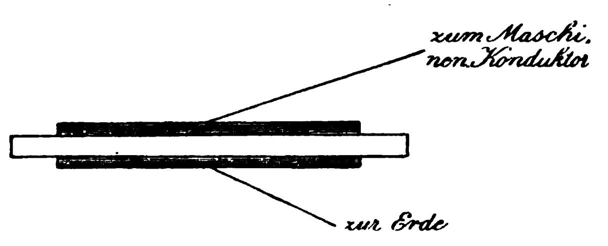


Fig. 411. Plattenkondensator.

Es ist von Interesse, die Kapazität des Kondensators zu vergleichen mit der Kapazität einer einfachen Kreisscheibe von der Fläche S, weil man so ein Urteil darüber bekommt, was man durch die Kondensation der Elektrizität gewonnen hat. Wir werden später sehen, daß bei einem Luftkondensator, d. h. bei einem solchen, dessen isolierende Zwischenschicht durch Luft gebildet wird, die Kapazität geradezu gleich $\frac{S}{4\pi c}$ zu setzen ist. Ist andererseits der Radius einer Kreisscheibe von der Fläche S gleich r, so ist ihre Kapazität in Luft gleich $\frac{2S}{\pi^2 r}$. Die beiden Kapazitäten verhalten sich somit wie πr zu $8c$, woraus sich ergiebt, welch ungemeine Verstärkung der Ladung bei Kondensatoren von kleinem Plattenabstand c erzielt werden kann.

Macht man bei einem Luftkondensator mit kreisförmigen Platten ihren Abstand $c = 0{,}1$ cm, so müssen die Platten einen Halbmesser von 600 cm haben, um die Kapazität von 1 Mikrofarad zu repräsentieren. Selbst die Kapazität von 1 Mikrofarad würde man also nur bei einem Luftkondensator von sehr großen Dimensionen erreichen; es liegt das an einem gewissen Mißverhältnis zwischen den Bestimmungen, die der Einführung des Kapazitätsmaßes zu Grunde liegen. Der Kondensator soll durch eine sehr kleine elektromotorische Kraft, 1 Volt $= \frac{1}{300}\ \mathrm{cm}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}^{-1}$, auf eine sehr starke Ladung, $3 \times 10^3\ \mathrm{cm}^{\frac{3}{2}} \cdot \mathrm{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}^{-1}$ bei einem Mikrofarad, gebracht werden.

§ 386. Der Auslader. Um einen Kondensator zu entladen, benützt man einen sogenannten Auslader (Fig. 412); er besteht aus zwei in einem Gelenke drehbaren, in Kugeln endigenden Metallarmen, welche an einem isolierenden Handgriffe befestigt sind. Will man die Entladung voll-

ziehen, so stellt man die beiden Kugeln auf eine passende Entfernung ein, berührt mit der einen den Kollektor und nähert die andere der Kondensatorplatte. Bei einer von der Potentialdifferenz der Platten abhängenden Entfernung wird die Luftschicht zwischen der Kugel des Ausladers und der Platte durchbrochen, und die Elektrizitäten des Kondensators vereinigen sich unter der Erscheinung des elektrischen Funkens. Seine Länge giebt einen Maßstab für die Spannung, sein Glanz und die Stärke des mit ihm verbundenen Knalles einen Maßstab für die Menge der kondensierten Elektrizität.

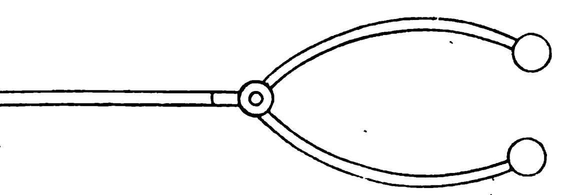


Fig. 412. Auslader.

§ 387. Die Franklinsche Tafel. Wir haben unsern Kondensator zunächst aus drei getrennten Stücken, den beiden Platten und der isolierenden Zwischenschicht, zusammengesetzt. Nun machen wir folgende merkwürdige Beobachtung. Wir laden den Kondensator bis zu einem Potential u und nehmen dann die Kollektorplatte ab. Sie enthält nur soviel Elektrizität, als der gewöhnlichen Kapazität einer Scheibe von ihrem Durchmesser bei dem Potential u entspricht. Es frägt sich, wo die vielmal größere Menge positiver Elektrizität hingekommen ist, welche in ihr kondensiert war. Die Antwort ergiebt sich, wenn wir die Platte wieder auf die isolierende Glasscheibe zurückbringen. Der Kondensator erweist sich dann merklich so stark geladen wie zuvor. Es ist also nur die Annahme möglich, daß die Ladung auf die Oberfläche des Glases hinübergegangen war. Wir können den Versuch noch weiter treiben, den Kondensator ganz auseinandernehmen, die Platten vollständig ihrer Elektrizität berauben; sobald wir sie wieder auf die isolierende Zwischenscheibe setzen, ist die Wirksamkeit des Kondensators wieder hergestellt. Es ergiebt sich daraus, daß die elektrischen Ladungen ihren Sitz nicht auf den Metallplatten, sondern auf der isolierenden Zwischenschicht haben; man sieht ferner, daß es keinen Zweck hat, den Kondensator zerlegbar zu machen, wenigstens nicht, so lange die zu seiner Ladung dienenden elektromotorischen Kräfte viele Tausende von Volts zählen, wie dies bei unseren Elektrisiermaschinen der Fall ist. Man kommt so zu der Form des Kondensators, die man als Franklinsche Tafel bezeichnet. Kollektor und Kondensatorplatte sind durch zwei Stanniolscheiben repräsentiert, welche auf die beiden Seiten einer Glastafel, einer Glimmer- oder Hartgummischeibe aufgeklebt sind.

Hängt man eine solche Franklinsche Tafel vertikal auf und versieht man die beiden Belege mit elektrischen Pendeln, so sieht man, wie das an dem Kollektorbeleg hängende bei der Ladung mehr und

mehr von der Tafel abgestoßen wird, während das den Kondensatorbeleg berührende keine Divergenz zeigt. Freie Elektrizität an der äußeren Oberfläche findet sich also nur im Kollektor. Hat man nach Vollendung der Ladung den Kondensator isoliert, so kann man diese freie Elektrizität durch Berührung nach der Erde ableiten; das Pendel sinkt zurück, während nun umgekehrt das an dem Kondensatorbeleg befindliche Pendel divergiert; freie Elektrizität findet sich also jetzt nur bei dem Kondensatorbeleg. Wir können diese fortnehmen, die Divergenz des Pendels verschwindet, und das Pendel des Kollektors wird von neuem abgestoßen. Man sieht, daß es möglich sein würde, die Tafel durch fortgesetzte abwechselnde Berührung der beiden Belege vollständig zu entladen.

§ 388. Die Leidener Flasche. Bei der Franklinschen Tafel muß der Rand der Glasplatte, auf welche die Belege geklebt sind, in einer gewissen Breite frei bleiben, um das Überspringen von Funken zu verhindern; man verstärkt die Isolation dadurch, daß man den freien Rand mit Firniß überzieht. Immer bleiben die beiden Seiten der Scheibe den schädlichen Wirkungen der Luftberührung ausgesetzt, welche die Isolation verschlechtert, die Ladung zerstreut. Den besten Kondensator erhält man, wenn der Kollektorbeleg auf der inneren, der Kondensatorbeleg auf der äußeren Seite einer Glasflasche angebracht wird; das Verhältnis des unbelegten Randes zu der belegten Fläche wird günstiger; man kann die Flasche durch einen Deckel verschließen, das Innere mit trockener Luft füllen und so für die Isolation die günstigsten Bedingungen schaffen; die Form und Handhabung des Apparates ist bequemer. Um die Elektrizität dem Kollektorbeleg zuzuführen, wird durch den Deckel eine Metallstange geführt, welche oben in einen Knopf endigt und unten durch eine Kette oder Feder mit dem inneren Beleg der Flasche verbunden ist. Um die Flasche zu laden, kann man sie, in der Hand gehalten, mit ihrem Knopfe an den Konduktor der Elektrisiermaschine anlegen.

§ 389. Die Leidener Batterie. Um Kondensatoren von größerer Kapazität zu erhalten, kann man mehrere Leidener Flaschen mit ihren inneren und äußeren Belegen vereinigen. Bei Flaschen von gleicher Kondensatorfläche und gleicher Glasdicke ist die Kapazität der Batterie der Flaschenzahl proportional.

§ 390. Prinzip der indirekten Ladung. Wenn wir eine Batterie positiv laden, so geht die gesamte positive Influenzelektrizität, welche von den äußeren Belegen der Flaschen in die Erde abströmt, nutzlos verloren. Man kann nun die Einrichtung so treffen, daß die von einer ersten Flasche abgestoßene positive Elektrizität benützt wird zu der Ladung einer zweiten u. s. w. Zu diesem Zweck müssen zunächst alle Flaschen der Batterie voneinander isoliert werden. Der äußere Beleg der ersten wird dann leitend verbunden mit dem inneren der zweiten, der äußere der zweiten mit dem inneren der dritten u. s. w., der äußere Beleg der letzten Flasche endlich wird nach der Erde abgeleitet. Verbindet man den

inneren Beleg der ersten Flasche mit dem Konduktor der Elektrisiermaschine, so werden alle Flaschen gleichzeitig geladen.

§ 391. Die Maßflasche. Von dem Prinzip der indirekten Ladung macht man Gebrauch bei einem für manche Zwecke nützlichen Meßapparat, der Maßflasche. Es ist dies nichts anderes, als eine

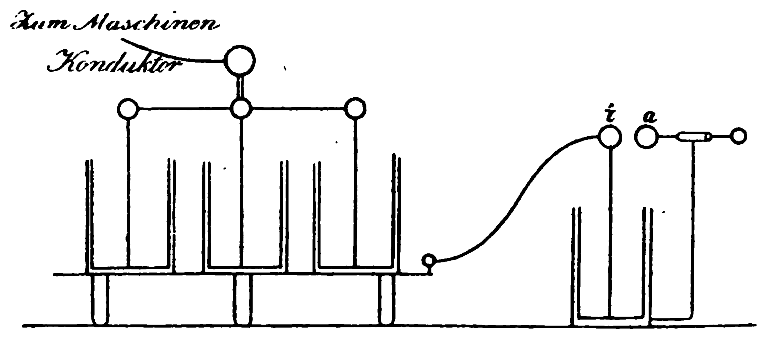


Fig. 413. Maßflasche und Leidener Batterie.

Leidener Flasche, welche zur Selbstentladung eingerichtet ist, dadurch, daß mit ihrem äußeren Beleg eine dem Knopfe *i* gegenüberstehende Konduktorkugel *a* verbunden ist (Fig. 413). Durch eine Mikrometerschraube kann die Entfernung zwischen dem Knopfe und der Kugel reguliert werden; bei einer bestimmten Entfernung ist das Überspringen eines Funkens zwischen *i* und *a* an ein bestimmtes Potential und daher auch an eine bestimmte Ladung gebunden. Wir können die Maßflasche benützen, um die einer Leidener Batterie zugeführte Elektrizitätsmenge nach einem auf den Verhältnissen der Flasche beruhenden und daher willkürlichen Maße zu messen. Zu diesem Zweck muß die Batterie isoliert und ihr äußerer Beleg mit dem inneren der Maßflasche verbunden werden (Fig. 413). So oft eine bestimmte Menge positiver Elektrizität von der Maschine her in die Batterie einströmt, fließt eine gleiche Menge abgestoßener positiver Influenzelektrizität in das Innere der Maßflasche. Nehmen wir an, daß zu einer Selbstentladung die Elektrizitätsmenge *e* notwendig ist, so zeigt ihr Eintreten an, daß in die Batterie eben diese Elektrizitätsmenge *e* eingeströmt ist. Zählen wir *n* Selbstentladungen, *n* Funken der Maßflasche, so haben wir die Batterie

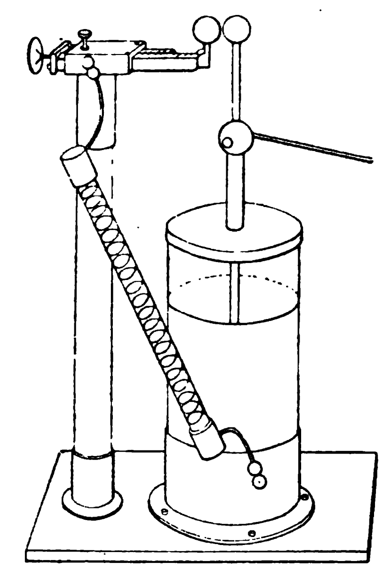


Fig. 414. Maßflasche.

geladen mit der Elektrizitätsmenge $n e$. Wenn wir danach mit derselben Elektrisiermaschine unter gleichen Umständen zwei verschiedene Batterieen bis zu demselben Potential laden, so verhalten sich ihre Kapazitäten wie die Funkenzahlen der Maßflaschen.

Ein vollständiges Bild von der Konstruktion der Maßflasche giebt Figur 414.

§ 392. Der Kugelkondensator. Wir haben früher eine Formel angegeben, nach welcher die Kapazität eines Kondensators mit ebenen Platten berechnet werden kann; dieselbe ist streng richtig nur, wenn die Fläche S einen Teil der Oberfläche eines Kondensators von unbegrenzter Ausdehnung bildet. Auf Kondensatorplatten, wie wir sie gewöhnlich benützen, ist die Formel nur anwendbar, wenn die Plattendistanz c sehr klein gegen die Abmessungen der Kondensatorflächen ist. Der einzige Kondensator, bei dem wir die Kapazität ohne jede Beschränkung zu berechnen in der Lage sind, ist der kugelförmige. Den Kondensator setzen wir zusammen aus zwei genau aufeinander passenden Halbkugeln (Fig. 415), von welchen die eine, auf einem Metallfuße ruhend, eine Schale mit horizontalem Rande darstellt; die andere hat an ihrem Pole eine Durchbohrung, durch welche gut isoliert ein Metallstift hindurchgeht. An diesem ist die Kollektorkugel konzentrisch befestigt. Setzen wir die beiden Halbkugeln zusammen, so befindet sich dann die Kollektorkugel genau in der Mitte der Hohlkugel. Laden wir die erstere mit der Elektrizitätsmenge $+e$, so induziert sie in der nach der Erde abgeleiteten Hohlkugel die negative Influenzelektrizität $-e$; beide Elektrizitätsmengen werden sich auf den einander zugewandten Kugelflächen gleichmäßig ausbreiten; das Potential im Innern der Kollektorkugel wird demnach:

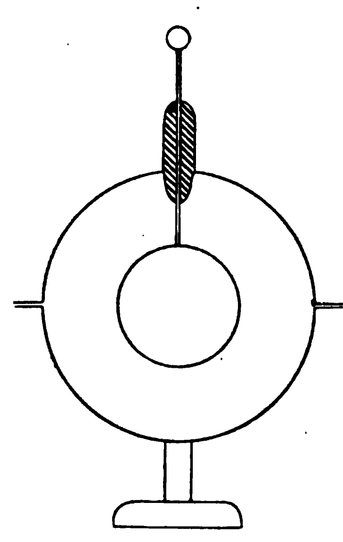


Fig. 415. Kugelkondensator.

$$u = \frac{e}{a} - \frac{e}{b} = e\,\frac{b-a}{a\,b},$$

wenn wir mit a den Halbmesser der inneren Kugel, mit b den der Hohlkugel bezeichnen. Die Kapazität des Kugelkondensators ist somit gleich $\frac{a\,b}{b-a}$. Wenn der Halbmesser der Hohlkugel sehr groß ist, so können wir den Wert der Kapazität einfach gleich a setzen. Man wird dieses Resultat auch gelten lassen können für eine in einem geschlossenen Raume befindliche Konduktorkugel; eine solche würde thatsächlich als ein Kollektor zu betrachten sein, dessen Kondensator durch die Wände repräsentiert wird. Wenn aber die Dimensionen der Kugel klein sind gegenüber den

Dimensionen jenes Raumes, so ist ihre Kapazität gleich ihrem Halbmesser, gerade so, wie wenn sie sich in einem Raume von unbegrenzter Ausdehnung befände.

Daß die hier benützten Formeln einer gewissen Korrektion bedürfen sobald der die beiden Konduktoren des Kondensators trennende Raum nicht von Luft, sondern von einem anderen Isolator erfüllt ist, werden wir in dem folgenden Kapitel sehen.

III. Kapitel. Die diëlektrischen Wirkungen.

§ 393. Elektrischer Rückstand. Wir haben schon in dem Übergang der Ladungen eines Kondensators auf die isolierende Zwischenschicht eine Erscheinung kennen gelernt, welche darauf hinweist, daß die Rolle des Isolators bei der Kondensation nicht bloß eine passive ist. Dies tritt noch entschiedener bei der sogenannten Rückstandsbildung hervor. Wenn wir eine Leidener Flasche vollständig entladen, indem wir ihre beiden Belegungen gleichzeitig mit den Kugeln des Ausladers berühren, und sie nachher einige Zeit sich selbst überlassen, so finden wir, daß sie sich von neuem geladen hat; wir können diesen ersten elektrischen Rückstand abermals entladen, es bildet sich ein zweiter, und so kann man von derselben Flasche eine Reihe von Entladungen von allmählich immer kleinerer Intensität erhalten.

§ 394. Die Kapazität eines Kondensators abhängig vom Isolator. Die klassischen Versuche, durch welche die wesentliche Bedeutung des Isolators für die Wirkung eines Kondensators endgültig festgestellt wurde, verdanken wir FARADAY. Er benützte bei seinen Versuchen zwei vollkommen gleiche kugelförmige Leidener Flaschen (Fig. 415), die wir C_1 und C_2 nennen wollen. War bei beiden der innere Hohlraum mit Luft gefüllt, so verteilte sich eine dem ersten zugeführte elektrische Ladung ganz gleich auf beide, wenn die Knöpfe der zu den Kollektorkugeln führenden Drähte miteinander leitend verbunden wurden. Nun wurde in die untere Halbkugel des Kondensators C_2 eine Schale von Schellack gelegt, welche in dem wieder zusammengesetzten Apparate die untere Hälfte des isolierenden Zwischenraumes gerade ausfüllte. Wurde dem Kondensator C_1 abermals eine bestimmte Ladung zugeführt, und diese wieder durch Verbindung der Knöpfe auf die beiden Kugelflaschen verteilt, so war das Verhältnis der in C_2 und C_1 befindlichen Ladungen $\frac{e_2}{e_1} = 1{,}50$; wurde statt der Schellackschale eine solche von Schwefel benützt, so ergab sich für das Verhältnis der Ladungen der Wert $\frac{e_2}{e_1} = 1{,}62$. Man sieht also, in wie hohem Maße die Kapazität der Flaschen von der Natur der isolierenden Zwischenschicht abhängig ist. Zu weiterem Verständnis dieser fundamentalen Beobachtungen FARADAYS mag noch hinzugefügt werden, daß er die Größe der Ladungen ausschließlich bei der Luftflasche bestimmte. Als Maß dafür benützte er

die Ladung einer Probekugel, die er mit dem höchsten Punkte des Flaschenknopfes in Berührung brachte. Die Ladung der teilweise mit Schellack oder Schwefel gefüllten Flasche erhielt er als Differenz zwischen der ursprünglichen Ladung der Luftflasche und der nach der Teilung in ihr zurückgebliebenen. Die Ladung der Probekugel wurde mit der Drehwage gemessen.

§ 395. Die diëlektrische Konstante. Die Beobachtungen FARADAYS zeigen, daß den von uns für die Kapazität eines Kondensators gegebenen Formeln noch ein gewisser Koëffizient hinzuzufügen ist, durch welchen dem Einfluß der isolierenden Zwischenschicht Rechnung getragen wird. Wir werden danach die Kapazität eines plattenförmigen Kondensators darstellen durch den Ausdruck

$$K \frac{S}{4\pi c},$$

seine Ladung bei dem Potential u durch

$$e = K \frac{S}{4\pi c} u;$$

die Kapazität eines Kugelkondensators wird in entsprechender Weise durch

$$K \frac{ab}{b-a},$$

seine Ladung bei dem Potentiale u durch

$$e = K \frac{ab}{b-a} u$$

gegeben.

Hier ist K ein von der Natur der isolierenden Zwischenschicht abhängender Koëffizient, welchen man als die diëlektrische Konstante des betreffenden Isolators bezeichnet.

Die Isolatoren selbst bezeichnet man als diëlektrische Körper, da die elektrischen Kräfte durch sie hindurch sich verbreiten, während sie nicht in das Innere der Konduktoren eindringen.

Wenden wir die vorhergehenden Formeln an auf die Experimente FARADAYS; seine beiden Flaschen hatten dasselbe Potential, da ihre Knöpfe leitend miteinander verbunden wurden. Für die Ladung der Luftflasche gilt die Formel

$$e_1 = K_0 \frac{ab}{b-a} u,$$

wo K_0 die diëlektrische Konstante der Luft bedeutet.

Dem Umstand, daß bei der zweiten Flasche nur die Hälfte des Zwischenraumes von dem untersuchten Isolator erfüllt war, tragen wir Rechnung, indem wir unseren neu eingeführten Koëffizienten gleich dem arithmetischen Mittel aus K_0 und der Konstante K des Isolators nehmen. Wir erhalten dann für die Ladung der zweiten Flasche:

$$e_2 = \frac{K + K_0}{2} \cdot \frac{ab}{b-a} u.$$

Somit für das Verhältnis der Ladungen:

$$\frac{e_2}{e_1} = \frac{K + K_0}{2 K_0}.$$

Die Beobachtungen FARADAYS gestatten hiernach die Berechnung des Verhältnisses, in welchem die diëlektrische Konstante des Isolators zu der diëlektrischen Konstanten der Luft steht, und zwar ergiebt sich hierfür die Formel:

$$\frac{K}{K_0} = 2\frac{e_2}{e_1} - 1.$$

Daher würde für

$$\text{Schellack } \frac{K}{K_0} = 2{,}0,$$

$$\text{Schwefel } \frac{K}{K_0} = 2{,}24.$$

Spätere Beobachtungen haben für Schwefel den Wert $\frac{K}{K_0} = 3{,}84$ geliefert.

§ 396. VI. Fundamentalversuch. Influenzelektrizität der Isolatoren. Die Rolle, welche der Isolator bei den Kondensatoren spielt, wird erklärt durch den sechsten Fundamentalversuch, nach welchem auch die Isolatoren im elektrischen Felde polar elektrisch werden, ganz ähnlich wie ein Konduktor.

Wir machen eine Siegellackstange durch Reiben möglichst stark elektrisch. Nahe an die geriebene Fläche halten wir eine zweite in der Hand gehaltene Stange, nehmen sie dann weg, und nähern sie einem geladenen Goldblattelektroskope; wir finden, daß sie an dem der geriebenen Fläche zugewandten Ende positiv elektrisch geworden ist; denselben Versuch können wir mit einer Schellack- oder Schwefelstange wiederholen mit demselben Ergebnis. Nähern wir diese Körper umgekehrt einer geriebenen Glasstange, so werden sie an dem ihr zugewandten Ende negativ elektrisch.

Es scheint bei diesen Versuchen, als ob die Influenzelektrizität der Isolatoren eine gewisse Permanenz besäße. Dies ist, von gewissen Nachwirkungen abgesehen, nicht der Fall, vielmehr wird die Dauer der Ladung dadurch zu erklären sein, daß die von der geriebenen Siegellackstange abgewandte, in der Hand gehaltene Seite der Isolatoren durch Influenz mit einer elektrischen Oberflächenschicht bedeckt wird, die mit dem erregenden Isolator ungleichnamig, also in dem angezogenen Beispiel positiv elektrisch ist. Diese Schicht hält auch nach der Entfernung der Siegellackstange die elektrische Polarisation der influenzierten Isolatoren aufrecht.

Wir können die Influenzelektrizität der Isolatoren nun auch indirekt durch eine Wiederholung des ersten Fundamentalversuches nachweisen. Zu diesem Zwecke legen wir eine Siegellack-, Schellack- oder Schwefelstange auf das Schiffchen der Drehwage. Nähern wir eine geriebene Siegellack- oder Glasstange ihrem einen Ende, so findet kräftige Anziehung statt.

Dieser Versuch läßt sich so ausführen, daß er zu quantitativen Beobachtungen benützt werden kann. Man hängt eine aus einem Isolator gedrehte Kugel an den Arm einer elektrischen Drehwage und stellt ihr die elektrisierte Standkugel gegenüber. Aus der elektrischen Ladung der letzteren, der Entfernung und der anziehenden Kraft muß sich ein Schluß auf die Stärke der in der Isolatorkugel erregten Influenzelektrizität ziehen lassen.

§ 397. Theorie der Diëlektrizität. Durch die Erscheinungen der Influenz wird die Eigenschaft der Isolatoren, der Elektrizität keine Bewegung längs der Oberfläche oder im Innern von einer Stelle zur anderen zu gestatten, nicht aufgehoben. Es bleibt also nur die Annahme übrig, daß die elektrische Scheidung an die kleinsten Teile des Isolators gebunden ist, ohne daß ein Übergang von Elektrizität von einem Elemente zu einem benachbarten erfolgt. Den hierdurch bedingten Zustand der Elemente bezeichnen wir als diëlektrische Polarisation; wir sprechen von einer elektrostatischen Induktion als der Ursache der Polarisation; sie hat ein Analogon in der im dritten Buche zu betrachtenden magnetischen Induktion. Bei jedem Elemente eines diëlektrisch polarisierten Isolators können wir die geschiedenen positiven und negativen Teilchen in je einem einzigen Pole konzentriert denken, ebenso wie dies bei einem Magnete mit Bezug auf die beiden magnetischen Fluida der Fall war. Die Verbindungslinie des negativen und des positiven elektrischen Poles nennen wir elektrische Axe. Die Axen der verschiedenen Elemente ordnen sich, wie dies durch Figur 416, insbesondere durch die gestrichelte Linie, anschaulich gemacht werden soll, zu Kurven, welche das Innere des diëlektrisch erregten Isolators von einer Seite der Oberfläche zur anderen durchziehen, den Induktionslinien. Da längs einer solchen Linie immer der negative Pol eines vorangehenden dem positiven Pole des folgenden Elementes sich anschließt, so zerstören die Wirkungen aller auf der Linie im Innern liegenden Pole sich gegenseitig, nur die Wirkungen der in ihrem Anfangs- und Endpunkt liegenden bleiben übrig. Es ergiebt sich also in der That, daß der diëlektrisch polarisierte Isolator nach außen hin sich gerade so verhält, wie wenn seine Oberfläche da, wo jene Induktionslinien beginnen, negativ, da, wo sie endigen, positiv elektrisch wäre; diese scheinbare Ladung der Oberfläche spielt hier dieselbe Rolle, wie die äquivalente Oberflächenbelegung in der Theorie des Erdmagnetismus.

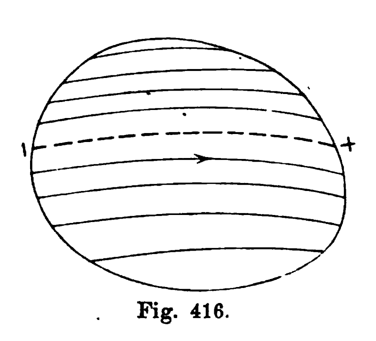


Fig. 416.

§ 398. Wirkung im Innern eines diëlektrischen Körpers. Von den Kräften, welche ein diëlektrisch erregtes Element eines Körpers in seiner unmittelbaren Umgebung und auf sein Inneres ausübt, besitzen wir keine Kenntnis; daher können wir die elektrischen Kräfte im Innern diëlektrisch

erregter Körper nur dann definieren, wenn jene Wirkungen der einzelnen Elemente dabei ausgeschlossen bleiben; dies ist der Fall, wenn wir um den Punkt *P*, für welchen die Kraft definiert werden soll, eine Höhlung machen, welche wir uns als vollkommen frei von elektrischer Masse denken. Die Kraft, welche dann auf die Einheit der positiven Elektrizität in *P* wirkt, bezeichnen wir als elektrische Kraft in diesem Punkte. Nun ergiebt sich aber die Verwickelung, daß die Kraft abhängig ist von der Gestalt jener Höhlung. Man muß also auch für diese noch eine bestimmte Festsetzung treffen, wenn die elektrische Kraft vollständig definiert sein soll. Als einfachste Begrenzungselemente des Raumes bieten sich nun die von unseren Induktionslinien gebildeten Röhren und ihre senkrechten Querschnitte dar. Unter den mannigfachen Formen, welche sich mit diesen Elementen abgrenzen lassen, wählen wir zwei extreme Typen aus; 1. die Form eines langen und sehr dünnen Cylinders, 2. die einer breiten, aber sehr dünnen Scheibe. Die beiden Fälle sind ersichtlich in Fig. 417, welche das elektrische Feld zweier entgegengesetzt geladener Kondensatorplatten darstellt, die in ein dielektrisches Mittel eingesenkt sind. Im ersten Fall ist die auf den Punkt *P* wirkende Kraft gleich der Summe der Kräfte, welche von den gegebenen Ladungen der Konduktoren und von der scheinbaren Oberflächenladung des Isolators zusammen ausgeübt werden. Die Wirkung der auf den Endflächen des Hohlcylinders befindlichen Ladungen verschwindet. Im zweiten Fall kommt zu jenen Wirkungen noch die Kraft hinzu, welche von den elektrischen Belegungen der beiden parallelen Grenzflächen der Hohlscheibe herrührt (Fig. 418). Diese Kraft ist zu den Grenz-

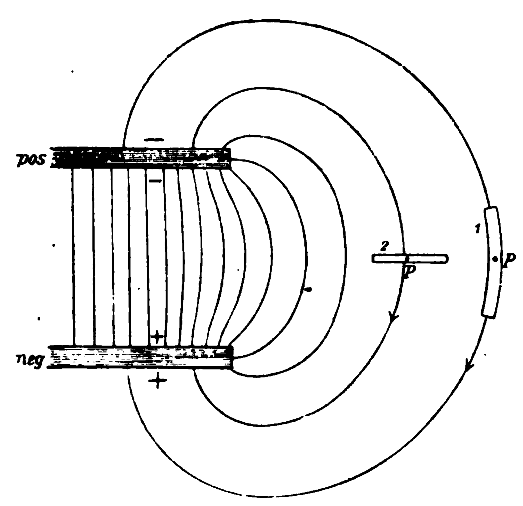


Fig. 417. Elektrostatische Kraft und elektrostatische Induktion.

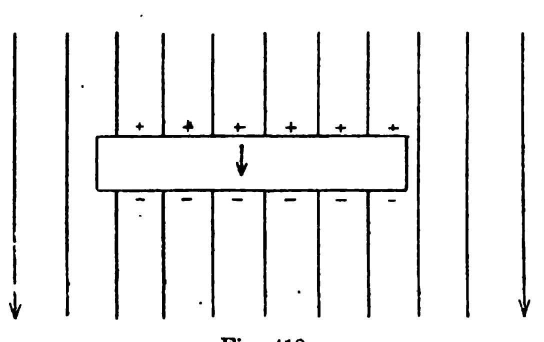


Fig. 418.

flächen senkrecht gerichtet und, gerade so, wie zwischen den parallelen Platten eines Kondensators, gleich $4\pi\mathfrak{J}$, wenn wir durch $\mathfrak{J}$ die Dichtigkeit jener Belegungen bezeichnen. Die in dem Innern eines cylindrischen Hohlraumes von der Form 1 auf die Einheit der positiven Elektrizität wirkende Kraft $\mathfrak{F}$ bezeichnen wir als elektrostatische Kraft schlechtweg; die im Innern eines scheibenförmigen Raumes wirkende Kraft $\mathfrak{B}$ als elektrostatische Induktion; die Richtung von $\mathfrak{F}$ fällt, wie in § 400 ausführlicher begründet wird, ebenso wie die von $\mathfrak{B}$, mit der Richtung der Induktionslinien zusammen; zwischen beiden Kräften besteht die Beziehung:

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{F} + 4\pi\mathfrak{J}.$$

§ 399. Das spezifische elektrische Moment. Für die Größe $\mathfrak{J}$ ergiebt sich eine etwas andere Deutung durch die folgende Betrachtung. Wenn wir uns die geschiedenen Elektrizitäten eines Körperelementes in zwei Polen konzentriert denken, so hat für ihre Fernwirkung das Produkt aus Polstärke und Poldistanz dieselbe Bedeutung, wie das magnetische Moment für einen Elementarmagneten. Die Fernwirkung diëlektrisch polarisierter Elemente wird von ihrem „elektrischen Momente“ ebenso abhängen, wie die magnetische Fernwirkung von dem magnetischen Moment. Wir nehmen nun einen Würfel von 1 cm Seite und denken uns in demselben eine gleichmäßige Scheidung der Elektrizitäten nach der Richtung einer Kante vollzogen, so daß auf den zwei dazu senkrechten Würfelseiten je zwei entsprechende entgegengesetzt elektrische Pole $\pm e$ auf einer Parallele zu jener Kante liegen. Jedes solche Polpaar hat das elektrische Moment e; das Moment des ganzen Würfels ergiebt sich nach § 330 durch Addition all jener einzelnen Momente, es ist also gleich Σe; gleichzeitig bestimmt aber diese Summe auch die elektrische Ladung auf den Endflächen des Würfels, oder da ihre Fläche gleich 1 qcm ist, die elektrische Dichtigkeit. Hiernach ist die mit $\mathfrak{J}$ bezeichnete Dichtigkeit auf einer zu der Richtung der elektrischen Axe senkrechten Fläche gleich dem elektrischen Momente der Volumeinheit oder, wie wir sagen, gleich dem spezifischen elektrischen Moment.

§ 400. Die diëlektrische Erregung bei Körpern von verschiedener Form. Elektrisierungskonstante. Die praktische Forderung, welche wir an eine Theorie der Diëlektrizität richten, ist diese: Es sollen Formeln aufgestellt werden, mit Hilfe deren die spezifischen elektrischen Momente zum voraus zu berechnen sind, die im elektrischen Felde im Innern eines Isolators erregt werden. Die Lösung der Aufgabe ist möglich, wenn wir voraussetzen, daß für einen Körper von bestimmter Form auf empirischem Wege die elektrischen Momente gefunden sind, wie sie von gegebenen elektrischen Kräften erzeugt werden. Als einen solchen Normalkörper können wir einen sehr gestreckten Cylinder benützen, den wir so in ein homogenes elektrisches Feld bringen, daß seine Axe mit der Richtung der Kraftlinien zusammenfällt. Er wird dann ganz gleichmäßig erregt,

so daß die Richtung der elektrischen Axen überall mit der Richtung der Kraftlinien zusammenfällt, und daß das elektrische Moment $\mathfrak{J}$ der Volumeinheit der elektrischen Kraft proportional ist. Wir setzen $\mathfrak{J} = \varepsilon\,\mathfrak{F}$ und bezeichnen ε als die Elektrisierungskonstante.

Dieses empirische Resultat bildet nun die Grundlage für die weitere Entwickelung der Theorie. Die elektrischen Kräfte, die im Innern eines Isolators wirken, haben einen doppelten Ursprung; einmal befindet sich der Isolator in einem gegebenen elektrischen Felde, welches als solches von Kraftlinien durchzogen ist; dazu aber treten die Kräfte, welche von den scheinbaren Ladungen der Isolatoroberfläche ausgehen; diese haben eine Schwächung des Feldes im Innern zur Folge. Man kann sich hiervon überzeugen durch die Betrachtung der Figur 417; die Pfeile geben dabei die positiven Richtungen der Kraftlinien an, d. h. die Richtungen, in denen ein positiv elektrisches Teilchen an der betreffenden Stelle getrieben wird. Wir nehmen an, daß die durch jene kombinierte Wirkung bestimmten Kraftlinien und Kraftröhren gegeben sind. Schneiden wir aus einer Kraftröhre ein langes cylindrisches Segment aus, so ist die elektrische Kraft an der von ihm ausgefüllten Stelle gleich $\mathfrak{F}$. Nach dem vorhergehenden Satze wird in dem Cylinder ein elektrisches Moment induziert, dessen Axe in die Richtung der Kraftlinien fällt, und welches, auf die Volumeneinheit gerechnet, die Größe $\mathfrak{J} = \varepsilon\,\mathfrak{F}$ besitzt. Hieraus ergiebt sich, daß die Linien, welche wir früher als Induktionslinien bezeichnet haben, mit den Kraftlinien zusammenfallen. Die elektrische Kraft $\mathfrak{F}$ setzt sich zusammen aus der gegebenen Kraft des Feldes und aus der von der scheinbaren Oberflächenbelegung herrührenden. Da diese letztere selber wieder von $\mathfrak{J}$ abhängen muß, so führt die Beziehung $\mathfrak{J} = \varepsilon\,\mathfrak{F}$ zu einer Gleichung, aus welcher das unbekannte Moment $\mathfrak{J}$ berechnet werden kann. Mit der Auflösung der Gleichung ist das Problem der diëlektrischen Erregung gelöst.

Eine Kugel wird in einem ursprünglich homogenen elektrischen Felde von der Intensität $\mathfrak{F}$ gleichförmig polarisiert, und das elektrische Moment der Volumeneinheit wird:

$$\mathfrak{J} = \frac{\varepsilon}{1 + \frac{4}{3}\pi\varepsilon}\,\mathfrak{F}.$$

Diese Formel kann benützt werden, um aus der Anziehung zwischen einer diëlektrischen Kugel und einer geladenen Konduktorkugel die Elektrisierungskonstante ε zu berechnen.

Bei einer dünnen Scheibe, deren Flächen zu den Kraftlinien des Feldes senkrecht stehen, wird unter den gleichen Umständen:

$$\mathfrak{J} = \frac{\varepsilon}{1 + 4\pi\varepsilon}\,\mathfrak{F}.$$

§ 401. Wahre und freie Ladung an der Oberfläche eines Konduktors. Nehmen wir an, wir hätten der Kollektorplatte einer Franklinschen Tafel

mit der Elektrisiermaschine eine positiv elektrische Ladung e zugeführt; sie verteilt sich an der Oberfläche des Kollektors in einer Dichtigkeit $\sigma = \frac{e}{S}$, wenn wir unter S seinen Flächeninhalt verstehen. Wir bezeichnen die Ladung e als die wahre Ladung des Kollektors, die Dichte σ als die wahre Dichte. Nun wird aber die isolierende Zwischenschicht diëlektrisch erregt; ist $\mathfrak{J}$ das elektrische Moment der Volumeneinheit, so entspricht dem nach § 399 eine negative Oberflächenbelegung von der Dichte $\mathfrak{J}$ auf der Kollektorseite. Nach außen wirkt der Kollektor nicht mit der ihm zugeführten Ladung, sondern mit einer scheinbar kleineren. Wir bezeichnen diese nach außen wirksame Ladung als die freie, ihre Dichte als die freie Dichte. Bezeichnen wir diese durch σ', so ist $\sigma' = \sigma - \mathfrak{J}$. Die elektrische Kraft $\mathfrak{F}$ an der Oberfläche der Kollektorscheibe ist dann nicht wie in § 368 gleich $4\pi\sigma$, sondern gleich $4\pi\sigma'$. Da ferner nach § 400 $\mathfrak{J} = \varepsilon\mathfrak{F}$, d. h. gleich $4\pi\varepsilon\sigma'$, so erhält man die Beziehung:

$$\sigma = (1 + 4\pi\varepsilon)\,\sigma'.$$

§ 402. Diëlektrische Konstante und Elektrisierungskonstante. Um den Zusammenhang der beiden von uns eingeführten Konstanten, der diëlektrischen und der Elektrisierungskonstante zu ermitteln, gehen wir wieder von der Betrachtung des Kondensators aus. Ist das Potential der Kollektorplatte gleich u, das der Kondensatorplatte gleich Null, die Entfernung beider Platten gleich c, so ist die elektrische Kraft im Zwischenraume nach § 364 überall gleich $\frac{u}{c}$; andererseits aber nach dem vorhergehenden Paragraphen gleich

$$4\pi\sigma' \text{ oder } \frac{4\pi\sigma}{1 + 4\pi\varepsilon}.$$

Setzen wir für σ den Quotienten aus der wahren Ladung e und aus der Fläche S der Kondensatorplatte, so ergiebt sich:

$$e = (1 + 4\pi\varepsilon)\,\frac{S}{4\pi c}\,u.$$

Die Kapazität des Kondensators ist somit gleich $(1 + 4\pi\varepsilon)\frac{S}{4\pi c}$, und es ist $1 + 4\pi\varepsilon$ identisch mit dem, was wir früher diëlektrische Konstante genannt haben. In der That ergiebt die Vergleichung mit dem in § 395 gemachten Ansatze:

$$1 + 4\pi\varepsilon = K,$$

und dies ist die Beziehung, welche die diëlektrische Konstante K mit der Elektrisierungskonstante ε verbindet.

Zugleich sieht man, daß bei einem Kondensator, dessen Kondensatorscheibe zur Erde abgeleitet ist, zwischen der wahren elektrischen Dichte der Kollektorscheibe und ihrem Potential u die Beziehung besteht:

$$Ku = 4\pi c\sigma.$$

Zwischen der in § 398 eingeführten elektrostatischen Induktion $\mathfrak{B}$ und der elektrischen Kraft $\mathfrak{F}$ bestand die Beziehung:

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{F} + 4\pi\mathfrak{J}.$$

Nun ist $\mathfrak{J} = \varepsilon\mathfrak{F}$, somit

$$\mathfrak{B} = (1 + 4\pi\varepsilon)\mathfrak{F} = K\mathfrak{F}.$$

Man kann daher die diëlektrische Konstante auch definieren als das Verhältnis zwischen elektrostatischer Induktion und elektrostatischer Kraft.

Endlich ergiebt sich auch noch für das in dem vorhergehenden Paragraphen berechnete Verhältnis der wahren und der freien Oberflächendichte der Wert $\frac{\sigma}{\sigma'} = K$. Die freie, die thatsächlich nach außen wirkende Dichte ist gleich der wahren Dichte dividiert durch die Diëlektrizitätskonstante.

Aus den letzten beiden Sätzen ergiebt sich zugleich deutlich, daß die diëlektrische Konstante ein Verhältnis zweier gleichartiger Größen, d. h. eine reine Zahl ist. Ihr Wert ist von der Wahl der Maßeinheiten ganz unabhängig. Wollen wir dies in einer Dimensionsgleichung zum Ausdruck bringen, so müssen wir schreiben:

$$[K] = l^0 \cdot m^0 \cdot t^0.$$

Man sagt, die diëlektrische Konstante hat in den Grundmaßen der Länge, Masse und Zeit die Dimension Null. Gleiches gilt natürlich auch von der Elektrisierungskonstanten.

§ 403. Elektrische Kräfte im diëlektrischen Mittel. Die Betrachtungen der vorhergehenden Paragraphen führen mit Notwendigkeit zu dem Schluß, daß die elektrischen Wechselwirkungen verschiedener Konduktoren von dem Isolator abhängen, in dem sie sich befinden; wir wollen dies etwas genauer untersuchen.

Denken wir uns einen Konduktor, den wir mit der Elektrizitätsmenge e geladen haben. Machen wir vorläufig die Fiktion, daß er sich in einem unpolarisierbaren Raume befände, so würden wir die von ihm ausgeübten Kräfte nach dem Coulombschen Gesetze berechnen können. Wenn er aber in einem diëlektrischen Mittel sich befindet, so kommt überall von der wahren, an einer Stelle der Oberfläche befindlichen Ladung die entgegengesetzte scheinbare Oberflächenladung des Isolators in Abzug. Nach dem vorhergehenden Satze werden dadurch die wahren elektrischen Dichten σ reduziert auf $\frac{\sigma}{K}$, und dasselbe muß daher von den Kräften, von den Potentialen gelten. Wenn eine mit der Elektrizitätsmenge e geladene Konduktorkugel (Fig. 419) sich in einem diëlektrischen Mittel befindet, so ist infolge der entgegengesetzten Oberflächenladung des letzteren die auf die Einheit der positiven Elektrizität ausgeübte Kraft in der Entfernung r gleich $\frac{e}{Kr^2}$, das Potential gleich $\frac{e}{Kr}$. Betrachten wir die Wirkung, welche eine negativ elektrische, fest aufgestellte Kugel im diëlektrischen Felde auf eine zweite, positiv geladene, bewegliche Kugel ausübt. Die

elektrische Kraft an einer beliebigen Stelle ihrer Oberfläche hatten wir in § 368 durch das Produkt aus 4π und aus der Oberflächendichtigkeit σ dargestellt. Im diëlektrischen Mittel reduzieren sich die Dichtigkeiten all der elektrischen Elemente, welche zu ihrer Erzeugung zusammenwirken, auf den K-ten Teil, dies muß somit auch für die Kraft gelten, und diese ist daher gegeben durch $\mathfrak{F} = \frac{4\pi\sigma}{K}$; der auf die Flächeneinheit berechnete Zug, welchem die Oberfläche des Konduktors an irgend einer Stelle unterliegt, ist nach § 368 gleich $\frac{1}{2}\sigma\mathfrak{F}$, also, je nachdem wir σ oder $\mathfrak{F}$ mit Hilfe der vorhergehenden Beziehung eliminieren, gleich $\frac{K}{8\pi}\mathfrak{F}^2$ oder gleich $\frac{2\pi\sigma^2}{K}$. Die ganze auf den Konduktor ausgeübte Wirkung ist die Resultante aus all jenen Zügen, und somit von der diëlektrischen Konstante des Mittels abhängig, in dem sich der Konduktor befindet. Sind e_1 und e_2 die wahren Ladungen der beiden Kugeln einer Coulombschen Drehwage, so ergiebt sich hiernach für ihre wechselseitige Abstoßung der Wert $\frac{e_1 e_2}{K r^2}$; sie ist der diëlektrischen Konstante des umgebenden Mittels umgekehrt proportional. Zwischen den beiden Platten einer Franklinschen Tafel besteht eine Anziehung, welche gegeben ist durch

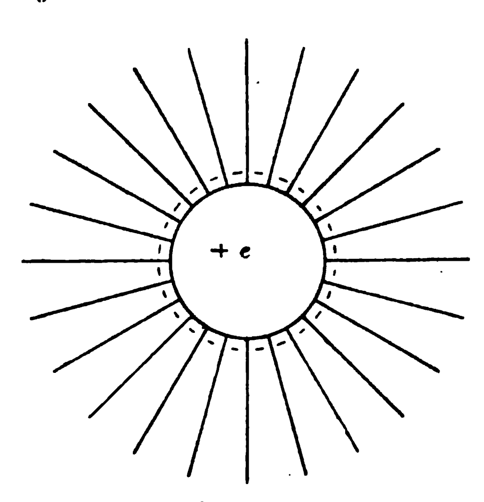


Fig. 419.
Elektrische Kugel im diëlektrischen Mittel.

$$\frac{K u^2 S}{8\pi c^2} \quad \text{oder} \quad \frac{2\pi e^2}{KS},$$

wenn u das Potential, e die Ladung, S die Kondensatorfläche, c die Distanz der Platten bezeichnet.

Diese Folgerungen sind durch mannigfache Versuche bestätigt worden. Es wird aber nützlich sein, mit Bezug auf sie noch eine Bemerkung nachzutragen. Wir waren bei unserer Betrachtung ausgegangen von der Fiktion eines unpolarisierbaren Raumes. Ein solcher existiert in Wirklichkeit nicht; es wird sich später ergeben, daß wir auch dem sogenannten leeren Raum, d. h. dem Äther, diëlektrische Erregbarkeit zuschreiben müssen. Die Versuche können also nur darin bestehen, daß wir die elektrischen Kräfte in verschiedenen Isolatoren, zu denen auch der leere Raum gehört, miteinander vergleichen. Die Versuche geben dann das Verhältnis der diëlektrischen Konstanten für die verschiedenen Isolatoren, in denen beobachtet wurde.

Die auf die Franklinsche Tafel sich beziehenden Formeln geben Veranlassung zu einer wichtigen praktischen Anwendung. Man macht die Kondensatorscheibe beweglich, indem man sie an dem einen Arm eines Wagebalkens in horizontaler Lage aufhängt; die Kollektorplatte wird unter der Kondensatorplatte, parallel zu ihr, fest aufgestellt. Wird der Kondensator geladen, so erfährt die Kondensatorplatte eine Anziehung, die durch Auflage von Gewichten auf die an dem anderen Arme des Wagebalkens hängende Wagschale kompensiert werden kann. Man mißt so direkt die Anziehung der beiden Platten, und kann daraus ihre Potentialdifferenz oder ihre Ladung berechnen.[1] Von der eigentümlichen Einrichtung des „Schutzringes“, wodurch Thomson sein „absolutes“ Elektrometer wesentlich verbessert hat, wird in § 422 die Rede sein.

§ 404. Faradays Theorie der elektrostatischen Kräfte in der Fassung Maxwells. Durch die Ergebnisse des vorhergehenden Paragraphen ist gezeigt, daß dem umgebenden diëlektrischen Mittel unter allen Umständen ein ganz wesentlicher Einfluß auf die Wechselwirkung der Konduktoren zukommt. Diese Erkenntnis bedingt aber für die Coulombsche Theorie der Elektrostatik eine störende Komplikation. Die beobachteten Wirkungen hängen nur zum Teil von den wahren Ladungen, zum anderen Teil von den durch das diëlektrische Medium vermittelten scheinbaren Ladungen ab. Nun ergiebt sich auf der anderen Seite, daß die ganze Wirkung auf einen Konduktor als Resultante der Züge aufgefaßt werden kann, welche auf seine Oberfläche in der Richtung der Kraftlinien und in der Stärke $\frac{K\mathfrak{F}^2}{8\pi}$ wirken. Nach Faraday liegt der Ursprung dieser Kräfte nicht in den Konduktoren, sondern in dem sie umgebenden, die diëlektrischen Mittel durchdringenden und durch sie beeinflußten Äther. Wo immer elektrische Konduktoren vorhanden sind, besitzt das sie umgebende diëlektrische Mittel eine Spannung $\frac{K\mathfrak{F}^2}{8\pi}$ in der Richtung der Kraftlinien und sucht sich in dieser Richtung mit einer der Spannung entsprechenden Kraft zu kontrahieren. Diese Kraft ist es, welche an den Enden der Kraftröhren auf die Konduktorflächen wirkt und ihre scheinbaren Fernwirkungen erzeugt. Die Annahme wahrer Fernwirkungen aber verschwindet vollkommen aus der Theorie, alle Erscheinungen werden in einheitlicher Weise durch Spannungen des Äthers erklärt. Damit sind wir zu einer Theorie der elektrostatischen Wirkung gelangt, welche der auf der Konzeption der Kraftlinien beruhenden Theorie der magnetischen Kräfte analog ist; wir sind aber weiter vorgedrungen als bei diesen, da wir den Einfluß des Zwischenmediums durch Thatsachen bewiesen und gezeigt haben, daß die Theorie auch quantitativ mit den beobachteten Gesetzen in Übereinstimmung steht.

Für den die diëlektrischen Mittel erfüllenden Äther selbst bedarf

[1] William Thomson, Reprint of Papers on Electrostatics and Magnetism. London 1884. p. 284.

die Theorie noch einer Ergänzung. Es stellt sich heraus, daß er unter der alleinigen Wirkung der Spannung längs der Kraftlinien nicht im Gleichgewicht sein könnte; um dieses herzustellen, muß noch ein Druck von derselben Größe hinzugenommen werden, welcher nach allen Richtungen senkrecht zu den Kraftlinien wirkt. Wir haben einen solchen Druck ja auch in der Lehre vom Magnetismus bei der Betrachtung der Kraftlinien eingeführt.

Man kann mit Bezug auf die FARADAYsche Theorie noch fragen, weshalb man die in diëlektrischen Mitteln angenommene Spannung nicht der ponderabeln Substanz selbst zuschreibt, so daß die Annahme eines Äthers überflüssig würde. Dagegen wird man zunächst bemerken, daß elektrische Wirkungen auch durch den leeren Raum hindurch vermittelt werden. Von größerem Gewicht ist aber das folgende: die Spannungen ponderabler Körper gehorchen gewissen Gesetzen der Elastizitätstheorie; das im diëlektrischen Raume anzunehmende System von Spannungen zeigt ein hiervon abweichendes Verhalten. Die Spannungen können also nicht durch die gewöhnlichen elastischen Deformationen ponderabler Körper erzeugt sein, und es ist daher das einfachste, als ihren unmittelbaren Träger den die Körper durchdringenden Äther zu betrachten.

§ 405. Die diëlektrische Konstante des Äthers gleich Eins; diëlektrische Konstante der Luft. Wie wir gesehen haben, können aus den betrachteten Erscheinungen, Kapazität von Kondensatoren, Wechselwirkung geladener Konduktoren, nur die Verhältnisse der diëlektrischen Konstanten verschiedener Körper gefunden werden; ihre absoluten Werte sind durchaus unbestimmbar. Für irgend einen Normalkörper kann man daher den Wert der diëlektrischen Konstanten willkürlich annehmen. Man hat als solchen den Äther, den leeren Raum, genommen und seine diëlektrische Konstante gleich Eins gesetzt. Im leeren Raum ist dann die Wechselwirkung zweier elektrischer Ladungen e und e' dem COULOMBschen Gesetz entsprechend gegeben durch $\frac{ee'}{r^2}$; die cm·g·sec-Einheit der Elektrizitätsmenge ist dadurch bestimmt, daß sie im leeren Raum auf eine ihr gleiche Menge in der Entfernung von 1 cm eine Abstoßung von 1 Dyne ausübt; die diëlektrische Konstante des Äthers verschwindet gewissermaßen in dieser Definition der Einheit. Im leeren Raum ist die Kapazität eines Plattenkondensators gegeben durch die Formel des § 385: $C = \frac{S}{4\pi c}$.

Wir haben in § 385 gesagt, daß die vorstehende Formel für einen Luftkondensator gültig sei. In der That ist die diëlektrische Konstante der Luft von 1 so wenig verschieden, daß die Abweichung für gewöhnlich vernachlässigt werden kann. Ihre Bestimmung erfolgt auf Grund der folgenden Bemerkung. Die diëlektrische Konstante der Luft nimmt mit ihrer Dichte zu; ist für den Druck von 1 Atmosphäre ihre diëlektrische Konstante gegeben durch $1 + \lambda$, so ist sie bei einem Queck-

silberdrucke von b cm gleich $1 + \lambda\frac{b}{76}$. Die Vergleichung der Kapazitäten eines Luftkondensators bei verschiedenem Druck führt hiernach zu der Bestimmung von λ und damit zu der Kenntnis der diëlektrischen Konstanten bei Atmosphärendruck; es ergiebt sich $K = 1 + \lambda = 1,000590$. Die diëlektrische Konstante der Luft ist hiernach von der des Äthers nur sehr wenig verschieden, und man kann sie in vielen Fällen, wo es nicht auf sehr große Genauigkeit ankommt, ebenso wie jene gleich Eins setzen. In derselben Weise lassen sich die diëlektrischen Konstanten anderer Gase bestimmen. Die diëlektrischen Konstanten von festen oder flüssigen Körpern können nach dem von FARADAY benützten Prinzip gefunden werden, indem durch Kondensatormessungen ihr Verhältnis zu der Luftkonstante bestimmt wird.

§ 406. Molekulartheorie der diëlektrischen Wirkungen. Ehe wir die Betrachtung der diëlektrischen Wirkungen verlassen, möge noch eine Beziehung angeführt werden, die aus gewissen molekularen Vorstellungen über den Bau der diëlektrischen Körper sich ergiebt. Man hat angenommen, daß ihre Moleküle Leiter der Elektrizität seien, daß aber die letztere nicht in den Raum zwischen den Molekülen eindringen könne. Wenn man danach den Raum zwischen den Platten eines Kondensators mit einem Diëlektrikum anfüllt, so ist die Wirkung dieselbe, wie wenn man in diesem Raum eine gewisse Menge von leitenden Kugeln verteilt. Wenn der Kondensator geladen wird, so werden jene Kugeln durch Influenz elektrisch, sie wirken zurück auf die in den Platten befindliche Elektrizität und verstärken die Kapazität. Die Verstärkung muß hiernach zusammenhängen mit dem Verhältnis, in dem der von den leitenden Molekülen eines Isolators wirklich ausgefüllte Raum zu dem ganzen äußeren Volumen des Isolators steht. In der That ergiebt eine genauere Ausführung dieses Gedankens, daß die diëlektrische Konstante K mit dem Verhältnis x des Molekularvolumens zu dem Gesamtvolumen durch die Gleichung verbunden ist:

$$K = \frac{1 + 2x}{1 - x},$$

woraus:

$$x = \frac{K - 1}{K + 2}.$$

Die Dichte des Isolators sei d, dann ist das spezifische Volumen, das von 1 g der Substanz eingenommen wird, gleich $\frac{1}{d}$. Das Volumen der in 1 g enthaltenen Moleküle ist dann gleich $\frac{x}{d}$. Dieses Volumen aber muß eine der Substanz eigentümliche Konstante, unabhängig von Druck und Temperatur sein. Setzen wir für x seinen Wert, so ergiebt sich, daß der Ausdruck $R = \frac{1}{d}\cdot\frac{K-1}{K+2}$ von Druck und Temperatur unabhängig sein muß. Nun ist, wie wir in dem Kapitel über die elektromagnetische Lichttheorie ausführen werden, K gleich dem Quadrat des Lichtbrechungs-

verhältnisses n; es muß also auch $R = \frac{1}{d} \cdot \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}$ eine Konstante sein; in der That haben wir in § 230 gesehen, daß diese Größe, das spezifische Brechungsvermögen, sich in weitem Umfange als eine Konstante erwiesen hat.

IV. Kapitel. Die Erscheinungen der elektrischen Entladung.

§ 407. Entladung durch einen metallischen Schließungskreis. Wir haben gesehen, daß zu der elektrischen Ladung eines Konduktors Arbeit erfordert wird, und daß diese Arbeit in der elektrischen Energie des Konduktors ihr Äquivalent findet. Es gilt dies natürlich auch für die Ladung einer Leidener Flasche oder Batterie. Die in ihr aufgespeicherte Energie ist nach § 370 gleich $\frac{1}{2} e u$, wenn e die Ladung, u das Potential des Kollektors ist. Bezeichnet man durch C die Kapazität der Batterie, so ist $\frac{e}{C} = u$, und man kann daher die Energie auch durch den Ausdruck $\frac{1}{2} \frac{e^2}{C}$ darstellen. Messen wir hier die elektrische Ladung e nach dem in § 357 angegebenen absoluten elektrostatischen Maße, C nach Centimetern, so erhalten wir auch die Energie in Einheiten des absoluten cm · g · sec-Systems, d. h. in Erg (§ 98).

Wenn wir mit Hilfe des in § 386 beschriebenen Ausladers die in der Batterie angesammelte Elektrizität durch einen aus metallischen Leitern zusammengesetzten Schließungsbogen hindurch entladen, so verschwindet ihre elektrische Energie; wir bemerken aber, daß in den Drähten, durch welche die Entladung geht, Wärme erzeugt wird. Ein dünner Eisendraht kann leicht so weit erhitzt werden, daß er glüht und verbrennt; bei schwächeren Entladungen beobachtet man mechanische Deformationen, kleine Knickungen des Drahtes. Wenn wir von derartigen Nebenwirkungen absehen, zu welchen außerdem die durch den Funken in Form von Schall und Licht zerstreute Energie zu rechnen ist, so würde sich die ganze elektrische Energie $\frac{1}{2} \frac{e^2}{C}$ in dem Schließungskreise in Wärme umsetzen, und es müßte seine Erwärmung dem Quadrat der entladenen Elektrizitätsmenge proportional, der Kapazität, d. h. der Zahl der Flaschen, welche die Batterie zusammensetzen, umgekehrt proportional sein. Soweit würde das allgemeine Prinzip von der Erhaltung der Energie zu der Aufklärung der Verhältnisse beitragen. Unbekannt aber würde die Art und Weise bleiben, wie sich die ganze im Schließungskreis erzeugte Wärme auf seine einzelnen Teile verteilt: nur soviel wird man voraussetzen dürfen, daß die in einem bestimmten Teile eines unveränderten Schließungskreises erzeugte Wärme immer denselben Bruchteil der gesamten Entladungswärme bildet.

Zur Prüfung dieser Folgerungen dient das sogenannte elektrische Thermometer, welches die in einem bestimmten Teile des Schließungskreises erzeugte Wärme mißt.

Das Thermometergefäß (Fig. 420) besteht aus einer Glaskugel von etwa 8 cm Durchmesser, an welche eine kapillare Glasröhre angeschmolzen ist; durch einen in dieser befindlichen Flüssigkeitsfaden wird die Luft in dem Gefäße von der äußeren abgesperrt. Durch das Gefäß ist mit Hilfe zweier Öffnungen ein spiralförmiger Platindraht gezogen, wobei die Öffnungen selbst nach dem Einsetzen des Drahtes wieder luftdicht zu verschließen sind. Geht die Entladung durch das Thermometer, so wird sich die in dem Drahte erzeugte Wärme der Luft mitteilen, diese dehnt sich aus und verschiebt den absperrenden Flüssigkeitsfaden; die Verschiebung des Fadens gilt dann als ein Maß für die in dem Platindraht entwickelte Wärme.

Mit Hilfe dieses Apparates kann man zunächst die beiden aus dem Energieprinzip gezogenen Folgerungen bestätigen; die Ladung der

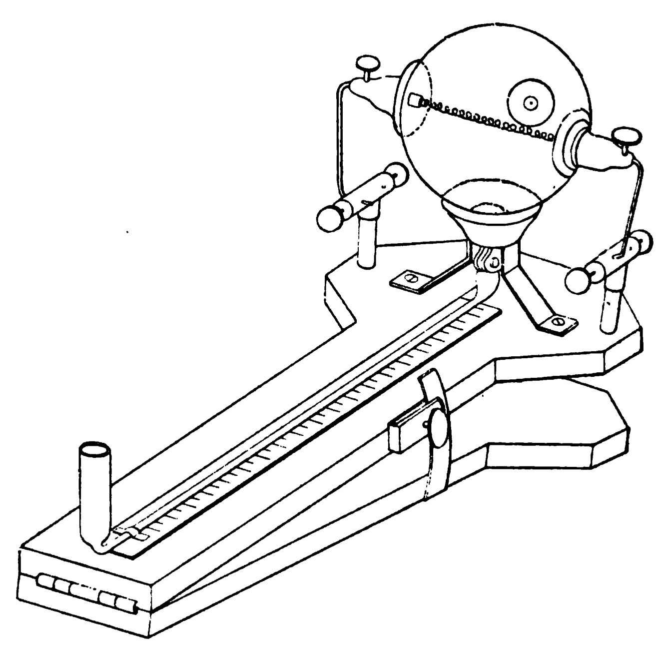


Fig. 420. Elektrisches Thermometer.

Batterie wird dabei mit einer Maßflasche zu bestimmen sein. Man kann aber weiter untersuchen, wie sich die Erwärmung des Thermometers ändert, wenn entweder durch Einschalten von verschiedenartigen Drähten die Zusammensetzung des äußeren Schließungsbogens geändert oder im Thermometer selbst ein anderer Draht eingezogen wird. Die Einschaltung von Drähten in den äußeren Schließungskreis erfolgt mit Hilfe eines Ausladers (Fig. 421), dessen beide Arme drehbar und verschiebbar auf zwei isolierenden Glasstützen befestigt sind. Die zu benützenden Drähte werden in der durch Figur 422 angezeigten Weise zwischen den

Armen des Ausladers ausgespannt. Das Resultat der Untersuchung, auf deren Einzelheiten wir nicht einzugehen brauchen, ist in dem folgenden

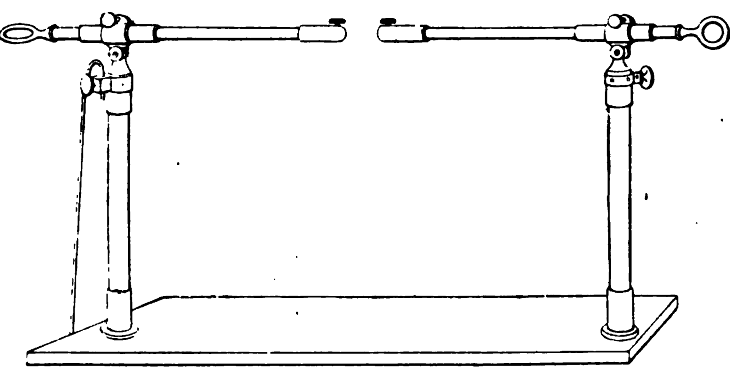


Fig. 421. Henleyscher Auslader.

Satze enthalten. Die gesamte im Schließungsbogen entwickelte Wärme verteilt sich auf die einzelnen ihn bildenden Drähte

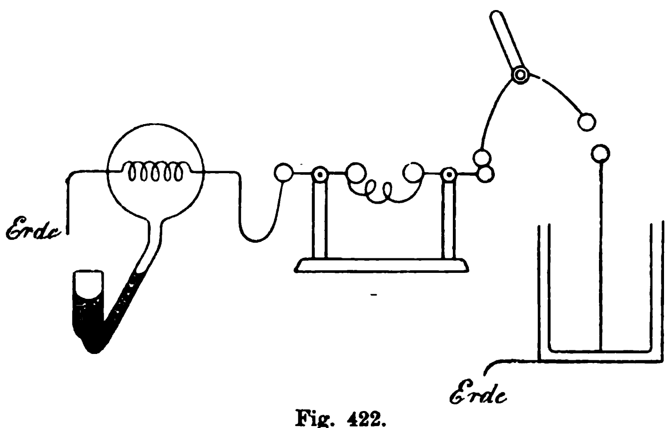


Fig. 422.

nach dem Maße einer Eigenschaft, welche man ihren Widerstand nennt. Der Widerstand eines Drahtes ist seiner Länge direkt, seinem Querschnitt umgekehrt proportional, außerdem abhängig von dem Metalle, aus dem er hergestellt ist. Ausführlicher werden wir die Verhältnisse des Widerstandes in der Lehre vom Galvanismus behandeln. Bezeichnen wir durch R den Widerstand des ganzen Schließungsbogens, d. h. die Summe der Widerstände all der ihn zusammensetzenden Drähte, durch r den Widerstand des Thermometerdrahtes, so ist nach dem angeführten Satze die im Thermometer entwickelte Wärmemenge gleich

$$\frac{1}{\mathfrak{A}} \frac{r}{R} \cdot \frac{1}{2} \frac{e^2}{C},$$

wenn $\mathfrak{A}$ das mechanische Äquivalent der Wärme bezeichnet; haben wir die elektrische Energie berechnet nach Erg, so ist nach § 100

$$\mathfrak{A} = 42\,000\,000\,;$$

die Wärmemenge ergiebt sich dann in Grammkalorien.

§ 408. Dauer der elektrischen Entladung. Um die Dauer der elektrischen Entladung zu bestimmen, unterbrach WHEATSTONE den metallischen Schließungsbogen durch eine kurze Funkenstrecke und beobachtete das Bild des überspringenden Funkens in einem sehr rasch rotierenden Spiegel. Es ergab sich, daß der Funke etwas in die Breite gezogen wurde; aus der Breite des Funkenbandes konnte der Winkel bestimmt werden, um welchen der Spiegel während seiner Dauer sich drehte; war die Umdrehungszahl bekannt, so ergab sich die Dauer des Funkens, d. h. die Dauer der Entladung. WHEATSTONE fand so eine Zeit von 42 Millionstel Sekunden.

§ 409. Elektrische Oscillationen. Benützt man als rotierenden Spiegel einen Hohlspiegel, so kann man das reelle Bild des Funkens auf eine lichtempfindliche Platte werfen und findet dann, daß das verbreiterte Funkenbild sich in eine Reihe von einzelnen, in ziemlich gleichen Abständen auf einander folgenden, allmählich schwächeren Funken auflöst (Fig. 423 und 424). Man erklärt diese Erscheinung durch die Annahme einer oscillierenden Bewegung der Elektrizitäten in dem Schließungsbogen einer Batterie. Bei der ersten Entladung würde die positive Elektrizität des inneren Beleges auf den äußeren, umgekehrt die negative des äußeren auf den inneren hinüberschwingen. Der zweite Funke würde



Fig. 423.



Fig. 424.

Photographieen oscillierender Funken.

durch ein Rückschwingen der Elektrizitäten nach ihren ursprünglichen Sitzen erzeugt; der dritte durch eine abermalige Bewegung in demselben Sinne, wie bei dem ersten Funken u. s. w.

Die Dauer einer einfachen Oscillation, d. h. die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Funken, ist proportional mit der Quadratwurzel aus der Kapazität der Batterie und außerdem abhängig von der Länge und Dicke des Schließungsdrahtes. Mit einer Batterie von 10 Flaschen und einem Schließungsdrahte von 1,35 mm Dicke erhielt FEDDERSEN unter anderen die folgenden Resultate:

Länge des Schließungsbogens in Metern	Oscillationsdauer in Millonstel Sekunden
5,26	1,32
25,26	4,10
65,26	7,53
317	17,7
1343	39,8

Die Oscillationsdauer hängt übrigens auch ab von der Form, in welcher der Schließungsdraht ausgespannt wird; doch kann dieser Einfluß erst in der Elektrodynamik besprochen werden.

§ 410. Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen Entladung. Für ein tieferes Eindringen in den Mechanismus der elektrischen Entladung ist von großer Bedeutung die Thatsache, daß sie sich durch einen Draht mit meßbarer Geschwindigkeit fortpflanzt. WHEATSTONE hat dies nachgewiesen, indem er in den Schließungskreis einer Batterie Funkenstrecken in gerader Linie hintereinander einschaltete (Fig. 425); bei den äußeren Strecken wurden die Kugeln 1 und 6 mit je einem Belege der Batterie verbunden; von den Kugeln 2 und 5 führten zwei 400 m lange Drähte zu der mittleren Funkenstrecke 34. Betrachtete man das Bild der drei bei der Entladung überspringenden Funken in einem Spiegel, welcher um eine mit den Funkenstrecken parallele Axe sehr schnell rotierte, so erschien der mittlere Funke 34 gegen die äußeren 12 und 56 verschoben nach der einen oder anderen Seite, je nach dem Sinne der Rotation. Hieraus berechnete WHEATSTONE eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Entladung von 463000 km. Bei späteren Beobachtungen ergaben sich Geschwindigkeiten von 100000 bis zu 260000 km · sec^{-1}. Diese großen, an die Lichtgeschwindigkeit erinnernden Werte machen es beinahe zur Gewißheit, daß die zum Eintritt eines Funkens nötige Potentialdifferenz sich nach Art einer Welle in dem Drahte fortpflanzt, daß der ganze Vorgang der Entladung als eine Wellenbewegung der Elektrizität zu betrachten ist.

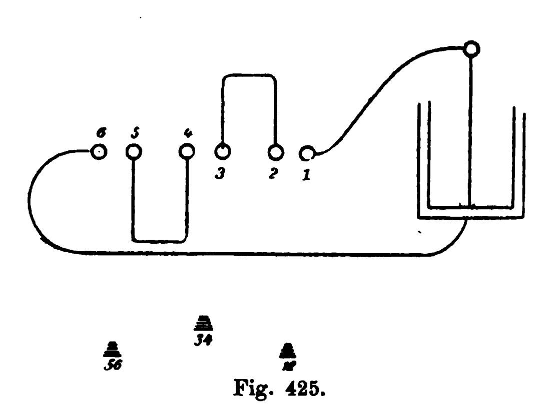


Fig. 425.

§ 411. Entladung durch einen Isolator. Elektrostriktion. Wir benützen zu dem Versuche den in § 407 erwähnten Auslader, dessen Arme verschiebbar und drehbar auf zwei isolierenden Füßen befestigt sind. Den einen, mit dem positiven Beleg einer Leidener Batterie verbundenen Arm versehen wir mit einer Spitze, den anderen, zur Erde abgeleiteten mit einer Kugel. Zwischen Spitze und Kugel legen wir eine Glasplatte; um die Spitze gießen wir Schellack oder Öl, um die Zerstreuung der Elektrizität über die Oberfläche des Glases zu verhindern. Bei genügender Spannung und Stärke der Ladung wird die Glasplatte durchbrochen, und die Vereinigung der entgegengesetzten Ladungen erfolgt durch den so gebildeten Kanal hindurch.

Man kann zunächst vermuten, daß es sich dabei nur um eine Er-

scheinung der gewöhnlichen Festigkeit handelt, daß das Glàs durch den Druck der elektrischen Kräfte ebenso zersprengt werde, wie durch einen rein mechanischen Druck. Man trifft aber damit nicht ganz das Wesen der Erscheinung. Vor allem ist klar, daß das Innere des Glases durch die beiderseits vorhandenen dichten Ladungen in einen Zustand intensiver diëlektrischer Polarisation versetzt wird. Dadurch unterscheidet sich sein Zustand von dem eines Körpers, der lediglich durch äußere Druckkräfte in Anspruch genommen ist. Es zeigt sich, daß die elektrische Polarisation eigentümliche Deformationen erzeugt, welche man als Elektrostriktionen bezeichnet hat. Diese verhalten sich zu einem gewissen Teile wie elastische Deformationen, welche von den in § 403 besprochenen, an der Grenze der Isolatoren wirkenden Spannungen und Drucken herrühren. Dazu aber kommt noch eine zweite Klasse von Kräften, die als Ausfluß einer gewissen reziproken Beziehung erscheinen. Wenn man einen Isolator irgend welchen Drucken oder Spannungen unterwirft, so ändert sich seine diëlektrische Konstante, sie ist also eine Funktion von Druck oder Spannung. Umgekehrt entstehen in einem diëlektrisch erregten Isolator innere Spannungen oder Drucke, die von jener Veränderlichkeit der diëlektrischen Konstanten abhängen. Bei dem Zerbrechen des Glases kommt vielleicht noch eine besondere Art von Festigkeit in Frage, welche das Glas diesen innern Elektrostriktionen gegenüber besitzt.

§ 412. Die Lichtenbergschen Figuren. Die Versuche, zu welchen wir nun übergehen, sind dadurch merkwürdig, daß bei ihnen ein bestimmter Unterschied der positiven und negativen Entladung hervortritt. Der Grund der Erscheinungen ist aber noch bis heute, über ein Jahrhundert nach ihrer Entdeckung, rätselhaft geblieben. Der erste Versuch bezieht sich auf die Entladung einer Leidener Flasche durch eine die Oberfläche einer Isolatorplatte berührende Spitze. Die Art und Weise wie sich die Elektrizität auf der Oberfläche der Platte ausbreitet, kann in sehr schöner Weise sichtbar gemacht werden, indem man ein Gemenge von Schwefel und Mennigepulver durch ein feines Sieb von Baumwolle gegen die Platte fallen läßt. Bei der hierdurch erzeugten Reibung wird der Schwefel negativ, die Mennige positiv elektrisch. Der erstere wird sich an den positiven, die letztere an den negativen Stellen einer elektrisch geladenen Oberfläche absetzen. Wenn man nun gegen die Oberfläche eines Harzkuchens eine positive Entladung gehen läßt, so bildet nach der Bestäubung das negative Schwefelpulver eine von der Spitze nach allen Seiten weit sich ausbreitende, dendritische Figur (Fig. 426). Ist die Entladung eine positive, so drängt sich das rote Mennigepulver in wolkigen Gebilden eng um die Spitze zusammen.

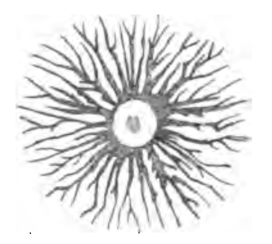


Fig. 426. Figur der positiven Entladung.

§ 413. Der Lullinsche Versuch. Man versieht die beiden Arme eines Ausladers mit Spitzen und bringt zwischen sie ein Kartenblatt, so daß es von den Spitzen an verschiedenen Stellen berührt wird. Es ergiebt sich, daß dieses Blatt von der elektrischen Entladung konstant an der negativen Spitze durchbrochen wird.

§ 414. Lichtwirkungen der Entladung. Der elektrische Funke. Wir haben den elektrischen Funken, welcher zwischen dem Konduktor einer Elektrisiermaschine und einem ihm gegenübergestellten, zur Erde abgeleiteten Konduktor überspringt, schon als ein Maß für das Potential oder die Spannung des Konduktors benützt. Wir wenden jetzt der Erscheinung des Funkens selbst unser Interesse zu.

Da die Luft ein diëlektrisch erregbares Mittel ist, so werden wir geneigt sein, Vorstellungen, wie wir sie bei der Durchbohrung einer Glasscheibe entwickelt haben, auch auf die Durchbrechung einer Luftstrecke in Anwendung zu bringen. Wir werden annehmen, daß die Luft eine gewisse elektrische Festigkeit besitzt, welche bei genügender Spannung oder bei einem hinreichenden Gefälle des Potentiales überwunden wird. Wenn man nun den Versuch macht, diese Festigkeit der Luft wirklich zu bestimmen, so ergiebt sich ein gewisser Einfluss der Form der Konduktoren, zwischen welchen die Entladung übergeht. Es wird dies erläutert durch die folgenden Tabellen. Die erste bezieht sich auf die Entladung zwischen einer ebenen und einer schwach gekrümmten Konduktorscheibe; der Krümmungshalbmesser betrug 9 cm. Die erste Kolumne enthält die Funkenlänge in Centimetern, die zweite die Potentialdifferenz in Volt, die dritte das mit Rücksicht auf die Krümmung berechnete Potentialgefälle, d. h. die auf 1 cm kommende Abnahme des Potentiales in der Funkenstrecke. Die zweite Tabelle bezieht sich auf die Entladung zwischen zwei Kugeln von je 1 cm Durchmesser. Dabei ist das Feld, welches in dem vorhergehenden Falle sehr nahe homogen war, insbesondere bei größerer Distanz der Kugeln ungleichmäßig, und es sind daher in der dritten und vierten Spalte die Potentialgefälle, g_1 und g_2, welche an der isolierten und an der zur Erde abgeleiteten Kugel auftraten, gesondert angegeben.[1]

I. Entladung zwischen einer ebenen und einer schwach gekrümmten Scheibe.

Funkenlänge (cm)	Potential (Volt)	Gefälle (Volt · cm^{-1})
0,0015	426	284 000
0,01	948	94 800
0,1	4 419	44 190
0,5	16 326	33 210
0,8	25 458	32 700
1,0	31 650	32 700

[1] Heydweiller, Über den Durchgang der Elektrizität durch Gase. 2. Über das Entladungspotentialgefälle. Wied. Ann. 1890. Bd. 40. p. 464.

II. Entladung zwischen zwei Kugeln von 1 cm Durchmesser.

Funkenlänge (cm)	Potential (Volt)	Potentialgefälle (Volt · cm^{-1})	
		g_1	g_2
0,01	1 020	105 810	105 810
0,10	4 920	51 330	51 240
0,50	17 760	53 880	42 630
0,80	24 780	61 710	37 410

Bei längeren Funken wächst die Spannung nahezu proportional mit der Länge; der Verlauf des Potentiales bei sehr kleinen Funken ist ein solcher, als ob selbst bei verschwindender Funkenstrecke noch eine bestimmte Potentialdifferenz zum Übergang der Elektrizität erforderlich wäre. Es liegt nahe, dieses Verhalten durch Schichten von besonderer Natur an der Oberfläche der Metalle zu erklären, welche der Entladung einen spezifischen Widerstand entgegensetzen, der in konstanter Stärke zu dem Widerstand der Luftstrecke hinzukommt. Außerdem muß aber auch die Art des elektrischen Feldes einen Einfluß auf das Entladungspotential besitzen; denn bei den zwischen Kugeln überspringenden Funken ist der mittlere Wert des Gefälles erheblich größer als im homogenen Felde.

Die Frage, wodurch das Leuchten des Funkens bedingt ist, kann auf spektroskopischem Wege leicht entschieden werden. Es zeigt sich, daß sein Spektrum die Linien der Metalle enthält, zwischen welchen der Funke überspringt, und die Linien der Gase, in denen die Entladung erfolgt. Die Lichtwirkung geht somit aus von ponderablen Teilchen, welche sich in der Funkenbahn befinden. Dabei ist das Ansehen des spektroskopisch zerlegten Funkenbildes in verschiedenen Entfernungen von den Konduktoren ein verschiedenes. Die den Metallen angehörenden Linien sind an ihrer Basis, d. h. da, wo sie von den Konduktoren ausgehen, breit, sie werden dann allmählich schmäler und verlieren sich, die einen früher, die anderen später, gegen die Mitte des Funkenbildes hin, ein Verhalten, das zu der Unterscheidung langer und kurzer Linien in dem Funkenspektrum eines Metalles Veranlassung gegeben hat. Die Linien des Gases, in dem die Entladung stattfindet, ziehen sich durch das ganze Spektrum, von einem Konduktor zum anderen. Es hängt dieses Verhalten jedenfalls mit den Temperaturverhältnissen in der Funkenstrecke zusammen.

Die Folge der hohen Temperatur und kurzen Dauer des Funkens ist eine plötzliche Ausdehnung der in der Funkenbahn befindlichen Luft und eine ihr entsprechende Kompression der umgebenden. Von der Funkenbahn aus schreitet daher eine Verdichtungswelle in der Luft fort, welche den Knall des Funkens erzeugt. Mit Hilfe des Schlierenapparates kann diese Welle sichtbar gemacht und in ihrem Verlaufe verfolgt werden.

§ 415. Der Blitz. Als einen elektrischen Funken im größten Maßstabe haben wir den Blitz zu betrachten, durch welchen wir die Elektrizität einer Gewitterwolke mit der entgegengesetzten der Erdoberfläche

sich vereinigen sehen. Ebenso wie jede andere elektrische Entladung erzeugt der Blitz Wärme in Leitern, durch welche er hindurchgeht, und man muß daher Material und Querschnitt der Blitzableitungen so wählen, daß ein Durchschmelzen derselben durch den Blitz nicht zu befürchten ist. Man hat beobachtet, daß ein Kupferdraht von 50 qmm Querschnitt durch einen Blitzschlag der Rotglut nahe gebracht wurde; Blitzschläge, welche im stande sind, Drähte von 5 qmm Querschnitt zu schmelzen, dürften nicht selten sein. Man kann darauf eine ungefähre Schätzung der Elektrizitätsmengen gründen, welche bei einem Blitzschlag zur Entladung kommen, und findet Grenzwerte von mindesten 52, höchstens 270 Coulombs.[1] Nach photographischen Aufnahmen von Blitzen ist es möglich, daß auch bei ihnen oscillierende Entladungen auftreten, wie wir sie in § 409 besprochen haben. Bei dem in Figur 427 gezeichneten, aus 4 Partialentladungen bestehenden Blitze betrug die Dauer der ganzen Entladung wahrscheinlich noch keine halbe Sekunde; die Zeiten zwischen den einzelnen Entladungen etwa 0,36 sec, 0,04 und 0,07 sec. Der Querschnitt des Hauptstrahles konnte auf 700 qcm, seine Länge auf 300 m geschätzt werden.[2]

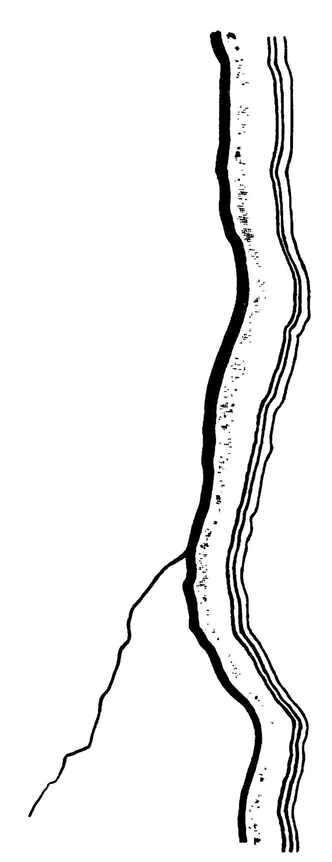


Fig. 427.
Blitzphotographie.

§ 416. Büschel und Glimmlicht. Wenn man aus der Nähe der Elektrisiermaschine alle Konduktoren entfernt und die Scheibe anhaltend dreht, so brechen aus dem Konduktor fein verzweigte Bäume von violettem Lichte hervor, welche man als elektrische Büschel bezeichnet. Die reizvolle Erscheinung ist aber lichtschwach und nur im verdunkelten Raume zu beobachten. Setzt man auf den Konduktor der Elektrisiermaschine eine Spitze, so verschwinden die Büschel und an der Spitze erscheint ein winziger leuchtender Stern, das sogenannte Spitzenlicht. In freier Luft tritt unter gleichen Umständen bei positiver Entladung der Büschel, bei negativer Spitzenlicht auf. So bei den Spitzenkämmen der Holtzschen Maschine; dreht man die letztere im Dunkeln, so sieht man aus den positiven Spitzen breite violette Büschel über die den Spitzen

[1] W. Kohlrausch, Die Berechnung von Blitzableitern und ein Versuch, die Elektrizitätsmenge der Gewitterentladungen zu schätzen. Elektrotechn. Zeitschr. 1888. p. 123.

[2] Kayser, Über Blitzphotographieen. Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1884. 27. Nov.

entgegenrotierende Scheibe hinfluten, während an den negativen Spitzen nur kleine Sterne erscheinen. Es erinnert dies an den Unterschied der Lichtenbergschen Figuren. Allein über die Gründe der Erscheinung sind wir noch ebenso unklar wie bei jenen, trotz der großen Zahl von experimentellen Untersuchungen, welche das Feld der Erscheinungen erweitert und eine beinahe verwirrende Fülle von Thatsachen zu Tage gefördert haben.

§ 417. Lichterscheinungen im luftverdünnten Raume. Schon im Jahre 1675 hatte man gelegentlich die Beobachtung gemacht, daß in dem Toricellischen Raume eines Barometers bei raschem Auf- und Abschwanken des Quecksilbers ein Lichtschein sich verbreitet. Man führt den Versuch zweckmäßiger mit einer Glasröhre aus, welche mit verdünnter Luft gefüllt ist, und in der sich außerdem etwas Quecksilber befindet; der Lichtschein tritt auf, sobald man das Quecksilber von dem einen Ende der Röhre zum andern laufen läßt.

Die Erscheinung beruht darauf, daß verdünnte Luft die Eigenschaft eines Konduktors besitzt, daß aber jede Bewegung von Elektrizität durch sie hindurch mit einem Leuchtprozeß verbunden ist. Die Reibung des Quecksilbers am Glase bedingt eine Scheidung der Elektrizitäten. Die Wiedervereinigung der entgegengesetzten Elektrizitäten erfolgt durch die Luft hindurch und bringt sie zum Leuchten. Man beobachtet dieselbe Erscheinung, wenn man die Glasröhre von außen mit Seide reibt, oder wenn man eine an ihrem oberen und unteren Ende mit Stanniolringen umgebene und mit verdünnter Luft gefüllte Röhre mit dem einen Beleg an den Konduktor der Elektrisiermaschine hält, während der andere abgeleitet ist. Die Röhre verhält sich dann wie eine Kombination zweier Leidener Flaschen, von denen die eine sekundär von der anderen aus geladen wird. So lange positive Elektrizität dem mit der Maschine verbundenen Beleg zuströmt, wird gleichnamige Elektrizität durch die verdünnte Luft hindurch nach dem entgegengesetzten Ende der Röhre getrieben, und bindet dort auf dem zur Erde abgeleiteten Beleg negative Elektrizität. Werden bei der so geladenen Luftflasche die Belege metallisch verbunden, so gleichen sich ihre Ladungen aus, zugleich erfolgt unter einem lebhaften Aufleuchten die Vereinigung der entgegengesetzten Elektrizitäten im Innern der Flasche. Mit der Konstatierung dieser Thatsachen wollen wir uns vorläufig begnügen; ausführlicher kommen wir auf die Lichtwirkungen der elektrischen Entladung in der Elektrodynamik zurück.

§ 418. Chemische Wirkungen der elektrischen Entladungen. Ein hervorragendes Interesse besitzen die chemischen Wirkungen der elektrischen Entladung. Ihr Studium ist nicht bloß für die Elektrizitätslehre in hohem Maße förderlich und anregend gewesen. Seine Ergebnisse haben auch auf die Natur der chemischen Prozesse ein neues Licht geworfen. Die beobachteten Wirkungen sind sehr mannigfaltige, sie sondern sich aber in drei wohl unterschiedene Gruppen.

Zunächst ist ein großer Teil dieser Wirkungen sekundärer Natur, eine Folge der hohen Temperatur des Funkens. So die durch den Funken eingeleitete Explosion des Knallgases, die Dissoziation von Wasser und Kohlensäure.

Ein Beispiel für eine zweite Klasse von chemischen Wirkungen bildet die Ozonisierung des Sauerstoffes. Bei ihr ist nicht der Funke selbst das Wirksame, sondern der schnelle Wechsel der diëlektrischen Polarisation in dem von Luft oder Sauerstoff erfüllten Raum, wie er mit einer Reihe aufeinander folgender Entladungen und Wiederladungen verbunden ist. Den Schwingungen gegenüber, welche hierdurch in den Molekülen selbst erregt werden, sind die Moleküle O_3 widerstandsfähiger als die Moleküle O_2.

In der innigsten Beziehung zu dem Vorgang der Entladung steht eine dritte Klasse chemischer Wirkungen, die sogenannte elektrolytische Zersetzung flüssiger Leiter, d. h. gelöster Säuren, Salze und Basen. Auf eine Glastafel (Fig. 428) kleben wir zwei einander zugekehrte Stanniolspitzen und füllen den Zwischenraum mit zwei Streifen

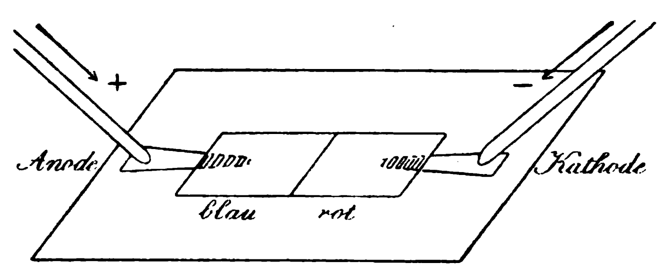


Fig. 428. Elektrolyse.

von blauem und von rotem Lakmuspapier, so daß die eine Stanniolspitze von dem einen, die andere von dem anderen Papiere bedeckt ist, und die Papiere selbst in der Mitte zusammenstoßen. Wir bringen die Scheibe in horizontaler Stellung zwischen die beiden Arme eines Ausladers, so daß die Stanniolbelege von den Kugeln oder Spitzen berührt werden. Die Arme des Ausladers verbinden wir mit den beiden Konduktoren einer Holtzschen Maschine und befeuchten die Papiere mit einer wässrigen Lösung von Na_2SO_4. Die Spitze, durch welche bei der Drehung der Maschine die positive Elektrizität in die Lösung eintritt, nennen wir die positive Elektrode oder Anode, die mit dem negativen Maschinenkonduktor verbundene die Kathode. Wenn die Maschine einige Zeit hindurch gedreht wird, so färbt sich das an der Anode liegende blaue Lakmuspapier rot, das an der Kathode liegende rote Lakmuspapier blau, während im ganzen Zwischenraum keine Veränderung beobachtet wird. In Figur 428 sind die Bezirke, in denen die Farbenänderung eintritt, gestrichelt. Dem Anscheine nach wird also das Salz in seinen basischen und sauren Bestandteil zerlegt, aber die Zerlegung ist eine

polare, deren Produkte nur an den Elektroden auftreten, und zwar die Basis an der Kathode, die Säure an der Anode. Legt man statt der Lakmuspapiere ein mit Stärkekleister präpariertes Papier zwischen die Arme des Ausladers, und befeuchtet dieses mit einer Lösung von KJ, so tritt bei der Drehung der Maschine an der Anode Jodfärbung ein. Es ist also die Zersetzung auch hier eine polare, und zwar wird an der Anode das Jod in Freiheit gesetzt. Die hierdurch charakterisierten Erscheinungen bezeichnet man als elektrolytische; die Hilfsmittel der Elektrostatik sind aber zu einem genaueren Studium derselben wenig geeignet, und wir bemerken, späteren Untersuchungen vorgreifend, vorläufig nur folgendes über ihre Erklärung. Die elektrolytische Leitung ist als eine konvektive zu betrachten; Träger der entgegengesetzten Elektrizitäten sind die sogenannten Ionen, Produkte einer Dissoziation der elektrolytisch leitenden Moleküle. Als Träger der positiven Elektrizität, positive Ionen, erweisen sich die Metalle und der Wasserstoff, als Träger der negativen Elektrizität, negative Ionen, die Säurereste und das Hydroxyl. Wir können diese elektrolytischen Dissoziationen durch Formeln ausdrücken, indem wir durch Striche über den chemischen Zeichen die elektrische Ladung der Ionen andeuten. So ergiebt sich beispielsweise:

$$\mathrm{KJ} = \overset{+}{\mathrm{K}} + \overset{-}{\mathrm{J}}$$

$$\mathrm{NaOH} = \overset{+}{\mathrm{Na}} + \overset{-}{\mathrm{HO}}$$

$$\mathrm{Na_2SO_4} = \overset{+}{\mathrm{Na}} + \overset{+}{\mathrm{Na}} + \overset{=}{\mathrm{SO}}_4$$

$$\mathrm{H_2SO_4} = \overset{+}{\mathrm{H}} + \overset{+}{\mathrm{H}} + \overset{=}{\mathrm{SO}}_4 .$$

Da die Moleküle einer chemischen Verbindung elektrisch neutral sind, so müssen die Ladungen der durch Dissoziation entstandenen Ionen sich wechselseitig kompensieren. Es muß also die positive Ladung des K-Ions ebenso groß sein, wie die negative des J-Ions. Wenn aber bei der Dissoziation des Na_2SO_4-Moleküls zwei Na-Ionen und ein SO_4-Ion entstehen, so muß das letztere mit einer Menge von negativer Elektrizität geladen sein, die ebenso groß ist, wie die positiven Ladungen der beiden Na-Ionen zusammengenommen. Dies ist durch die beiden —Zeichen über SO_4 angedeutet. Ebenso liegt der Fall bei H_2SO_4.

Im Schließungskreise werden die positiven Ionen in dem Sinne der positiven Elektrizität bewegt; sie werden also nach der Kathode getrieben, geben ihre positive elektrische Ladung an diese ab und neutralisieren einen entsprechenden Teil der negativen Kathodenladung. In der entgegengesetzten Richtung wandern die negativen Ionen, sie werden frei an der Anode und neutralisieren ihre positive Ladung. Die Ionen selbst werden bei ihrer Ausscheidung an den Elektroden elektrisch neutral und vereinigen sich wieder zu gewöhnlichen chemischen Molekülen.

V. Kapitel. Der Voltasche Fundamentalversuch.

§ 419. Berührungselektrizität von Metallen und Flüssigkeiten. Bei der Erzeugung der Elektrizität durch Reibung wird man kaum daran zweifeln, daß das eigentlich wirksame Moment in der Berührung verschiedener Körper liegt, daß die Reibung nur eine Multiplikation bewirkt, indem dabei die Körper in möglichst vielen Punkten in möglichst innige Berührung gebracht werden. Es würde hieraus zu schließen sein, daß schon die bloße Berührung zweier Körper zur Scheidung der Elektrizität genügt; da aber eine wirkliche Berührung bei festen Körpern im allgemeinen nur in wenigen Punkten möglich ist, so werden die Ladungen der wieder getrennten Körper, falls diese Isolatoren sind, sehr klein, und schwierig nachzuweisen sein. Wenn aber die beiden miteinander in Berührung befindlichen Körper Konduktoren sind, so kann man die geschiedenen Elektrizitäten fortführen und dadurch immer neue Scheidung veranlassen. Die Kombination der beiden Konduktoren stellt dann eine Elektrisiermaschine von vielleicht äußerst kleiner elektromotorischer Kraft vor; aber es ist möglich, die entwickelte Elektrizität in einen Kondensator zu leiten und dort zu sammeln; ist die Kapazität hinreichend groß, so erhält die Ladung der Kollektorplatte eine für den Nachweis durch das Elektroskop genügende Stärke.

Bei der Ausführung des Versuches ist es geraten, Kombinationen von metallischen und elektrolytischen Leitern zu benützen, da bei ihnen der Nachweis elektromotorischer Wirkungen verhältnismäßig leicht und sicher gelingt. In ein mit verdünnter Schwefelsäure gefülltes Becherglas (Fig. 429) stellen wir eine Zink- und eine Kupferplatte; wir bezeichnen eine solche Kombination zweier Metalle mit einer elektrolytischen Flüssigkeit als ein galvanisches Element, die beiden Metalle als seine Pole. In unserem Elemente haben wir nun zwei Berührungsflächen; aber die zwischen Zink und Schwefelsäure wirkende Scheidungskraft ist eine andere, als die zwischen Schwefelsäure und Kupfer, so daß infolge der Asymmetrie unserer Kombination zwischen dem Zink und Kupfer eine Potentialdifferenz entsteht, welche zu der Ladung eines Kondensators benützt werden kann. Um keine neuen Berührungen ins Spiel zu bringen, werden wir die eine Kondensatorplatte

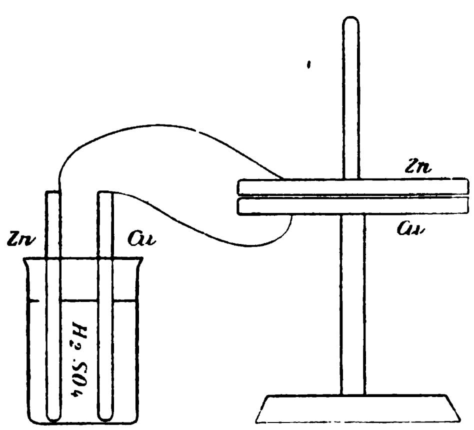


Fig. 429. Ladungen der Pole eines Elementes.

aus Kupfer, die andere aus Zink herstellen. Der Kondensator muß zerlegbar sein, damit wir nach der Ladung seine Platten trennen und die freiwerdenden Elektrizitäten einem Elektroskop mitteilen können. Zugleich muß die Kapazität möglichst groß sein, da die elektromotorischen Kräfte der Berührung und die ihnen entsprechende Potentialdifferenz zwischen dem Zinkpol und dem Kupferpol äußerst klein sind. Beides wird erreicht, indem wir die inneren Oberflächen der eben abgeschliffenen Kondensatorplatten mit dünnen Firnisschichten überziehen, welche nach dem Zusammensetzen eine isolierende Zwischenschicht von ungemein kleiner Dicke bilden. Wir verbinden nun den Zinkpol unseres Elementes mit der Zinkplatte, den Kupferpol mit der Kupferplatte des Kondensators (Fig. 429). Unterbrechen wir die Verbindungen, so ergiebt sich bei der Prüfung mit dem Elektroskop, daß die Zinkplatte negativ, die Kupferplatte positiv elektrisch geworden ist. Wir haben damit die Existenz von elektromotorischen Kräften an den Berührungsflächen von metallischen und flüssigen Leitern nachgewiesen; allein der Versuch selbst giebt uns nur die Summe von zwei solchen Wirkungen, und wir können aus ihm keinen Schluß auf die bei der Berührung von Zink und Schwefelsäure, sowie von Kupfer und Schwefelsäure einzeln auftretenden Kräfte ziehen. Man kann unseren Versuch nach dieser Richtung ergänzen durch Konstruktion von Kondensatoren, deren eine Platte aus Zink oder Kupfer, deren andere Platte aus Schwefelsäure besteht. Zu diesem Zwecke legt man auf eine als Kollektor dienende Kupfer- oder Zinkplatte eine dünne Glimmerscheibe als isolierende Zwischenschicht, und auf sie ein mit Schwefelsäure getränktes Fließpapier. Die Berührung zwischen dem Metalle des Kollektors und der Schwefelsäure wird durch einen an isolierendem Griffe befestigten Draht aus gleichem Metall vermittelt. Hebt man nach unterbrochener Verbindung die Glimmerplatte ab, so zeigt bei Zink der Kollektor eine entschiedene negative Ladung; aber bei Kupfer ist die Wirkung schwach, und es herrscht zwischen verschiedenen Beobachtungen nicht einmal über das Zeichen der Ladung Übereinstimmung. Jedenfalls überwiegt bei dem aus Zink, Schwefelsäure und Kupfer zusammengesetzten Elemente weitaus die Erregung an der Berührungsfläche von Zink und Säure; die hierdurch bedingte positive Ladung der Schwefelsäure teilt sich dem Kupfer mit, so daß auch dieses positiv elektrisch wird, obwohl es an sich bei der Berührung mit Schwefelsäure vielleicht eine schwache negative Ladung annimmt.

Betrachten wir noch etwas genauer den Fall eines einfachen Paares von Leitern, etwa eine in einem Becherglas mit Schwefelsäure stehende Zinkplatte (Fig. 430). An der Berührungsfläche muß eine elektromotorische Kraft wirken, welche die positive Elektrizität in die Säure, die negative in das Zink hineintreibt. Die geschiedenen Elektrizitäten müssen sich teils auf der äußeren Oberfläche, teils auf der Berührungsfläche der beiden Leiter ausbreiten, so daß das Potential im Innern der Schwefelsäure sowohl wie im Innern des Zinks einen konstanten Wert erhält. Ist die Ladung

der beiden Leiter nur Folge ihrer Berührung, so hat das Potential im Innern der Schwefelsäure einen positiven Wert U, im Innern des Zinks einen negativen Wert $-U'$ (§ 362). Nun kann man aber dem System der beiden Leiter von außen beliebig Elektrizität zuführen, sie breitet sich wie bei jedem anderen Konduktor über die äußere, freie Oberfläche aus; ihr Potential, welches im Innern beider Leiter einen und denselben konstanten Wert A hat, addiert sich zu den schon vorher vorhandenen Potentialen. Es wird sonach das Potential der Schwefelsäure V gleich $A + U$, das des Kupfers V' gleich $A - U'$; die Differenz der Potentiale behält aber nach wie vor denselben Wert:

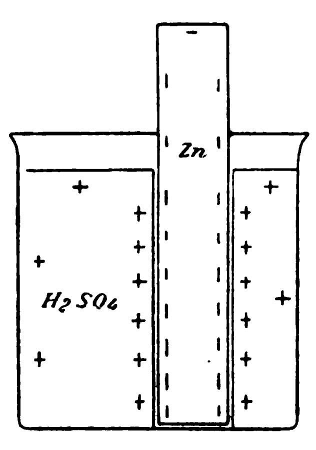


Fig. 430.

$$V - V' = (A + U) - (A - U') = U + U'.$$

§ 420. Potentialdifferenz und elektromotorische Kraft. Die weitere Ausdehnung der Versuche führt zu dem Satze: Jedes Metall nimmt gegen einen elektrolytischen Leiter, mit dem es in Berührung gebracht wird, eine bestimmte Potentialdifferenz oder Spannungsdifferenz an. In der Berührungsfläche wirkt eine elektromotorische Kraft, und es bildet sich an ihr eine elektrische Doppelschicht, indem die nach entgegengesetzter Richtung getriebenen Elektrizitäten sich auf beiden Seiten in zwei parallelen Flächen in gleicher Menge einander gegenüber lagern. Nehmen wir, um unsere Vorstellung zu fixieren, den Fall des Zinks, so wird dieses nach den vorliegenden Beobachtungen in Berührung mit elektrolytischen Leitern negativ elektrisch (Fig. 431). Es ist nun nicht schwer, die Beziehung anzugeben, in welcher die elektromotorische Kraft an der Grenzfläche zu den Verhältnissen der elektrischen Doppelschicht steht. Die entgegengesetzten Elektrizitäten der letzteren verhalten sich zu einander wie die beiden Ladungen eines Kondensators, und zwar würde in unserem Beispiel der elektrolytische Leiter dem positiven Beleg, das Zink dem negativen entsprechen. In dem Zwischenraum herrscht dann eine Kraft, welche die positive Elektrizität umgekehrt von dem Elektrolyt nach dem Zink zu treiben sucht. Das Gleichgewicht der Elektrizität wird dadurch herbeigeführt, daß die elektromotorische Kraft durch jene Rückwirkung kompensiert wird. Es ist aber, wenn wir durch V und V' die Potentiale auf der Seite des Elektrolyts und auf der des Zinks, durch c den Abstand der Grenzschichten bezeichnen, die elek-

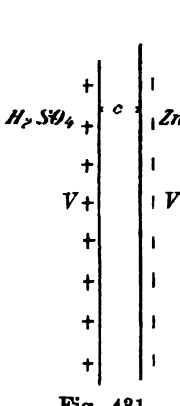


Fig. 431.

trische Kraft im Zwischenraum nach § 364 gleich $\frac{V - V'}{c}$. Verstehen wir daher unter Stärke einer elektromotorischen Kraft nach mechanischem Maße die Kraft, die in jenem Zwischenraum auf die Einheit der positiven Elektrizität ausgeübt wird, so hat die elektromotorische Kraft der Berührung die Stärke $\mathfrak{F} = \frac{V - V'}{c}$. Ihre Richtung ist dadurch bestimmt, daß die positive Elektrizität vom Zink zu dem Elektrolyten getrieben wird. Verstehen wir unter σ die Dichtigkeit der beiden elektrischen Grenzschichten, so folgt aus dem Satze des § 368 für jene Kraft der andere Ausdruck $\mathfrak{F} = 4\pi\sigma$. Es ergeben sich somit die weiteren Formeln: für die elektromotorische Kraft

$$\mathfrak{F} = 4\pi\sigma,$$

für die Potential- oder Spannungsdifferenz

$$V - V' = 4\pi\sigma c,$$

eine Beziehung, die man auch in dem Satze aussprechen kann:

Die Potentialdifferenz ist gleich dem elektrischen Momente, welches der Flächeneinheit der Doppelschicht zukommt, multipliziert mit 4π.

Die nach mechanischem Maße gemessene elektromotorische Kraft stimmt, wie man leicht sieht, durchaus mit dem überein, was wir in § 364 und 371 als elektrische Kraft schlechtweg oder als Feldintensität bezeichnet hatten, die Dimension ist daher ebenso wie dort:

$$[\mathfrak{F}] = l^{-\frac{1}{2}} \cdot m^{\frac{1}{2}} \cdot t^{-1}.$$

Daß außer der Doppelschicht noch freie Elektrizität an der äußeren Oberfläche vorhanden sein muß, damit die Potentialwerte V und V' im Innern des einen und anderen Leiters konstant sind, haben wir schon früher hervorgehoben.

So oft Thatsachen der Beobachtung zu der Einführung neuer Begriffe Veranlassung geben, ist ihre Definition bis zu einem gewissen Grade willkürlich. Dies gilt auch von der im vorhergehenden benützten Bestimmung der elektromotorischen Kraft; es ist wichtig, schon hier darauf hinzuweisen, daß wir durch nichts gehindert werden, eine andere Definition zu geben. Unsere seitherige Bestimmung knüpft sich an ein anschauliches Bild von den Verhältnissen an der Berührungsfläche, aber sie leidet an dem Nachteil, daß die elektromotorische Kraft nach ihr abhängig ist von Elementen, welche der Beobachtung unzugänglich sind. Wir können die Definition auch so fassen, daß die elektromotorische Kraft unmittelbares Objekt der Beobachtung wird. Am einfachsten geschieht dies dadurch, daß wir als elektrostatisches Maß der elektromotorischen Kraft die Potentialdifferenz der beiden sich berührenden Leiter betrachten. In der That haben wir schon die elektromotorische Kraft einer Elektrisiermaschine in dieser Weise durch eine Potentialdifferenz zweier Leiter gemessen. Die nach elektro-

statischem Maße gemessene elektromotorische Kraft hat die Dimension $l^{\frac{1}{2}} \cdot m^{\frac{1}{2}} \cdot t^{-1}$ eines elektrostatischen Potentials.

§ **421. Galvani und Volta.** Zu der Entdeckung der elektromotorischen Wirkungen der Berührung gab im Jahre 1780 eine zufällige Beobachtung Galvanis Veranlassung. Er sah, daß präparierte Froschschenkel zuckten, wenn an dem Konduktor einer in der Nähe befindlichen Elektrisiermaschine Funken übersprangen. Er wollte auf Grund dieser Wahrnehmung Froschschenkel als empfindliche Elektroskope zu Untersuchungen über atmosphärische Elektrizität benützen. Nun zeigte sich, daß Froschpräparate, welche zu diesem Zweck mit kupfernen Haken an einem eisernen Gartenzaune aufgehängt waren, zuckten, so oft der Wind eine gleichzeitige Berührung mit beiden Metallen erzeugte. Galvani betrachtete Nerv und Muskel als die beiden Belege einer Leidener Flasche, die beiden Metalle als den Schließungsbogen, durch welchen der Ausgleich der Elektrizitäten sich vollzieht. Volta aber zeigte, daß die Zuckung nur eintritt, wenn der Schließungsbogen aus zwei verschiedenen Metallen zusammengesetzt ist, und er verlegte daher den Sitz der Wirkung ausschließlich in die Berührungsstelle der Metalle, er betrachtete diese als den Sitz einer elektromotorischen Kraft.

Messende Versuche über die von Volta angenommene Kontaktkraft wurden später insbesondere von Rudolf Kohlrausch so ausgeführt, daß ein Luftkondensator aus zwei verschiedenen Metallplatten, etwa einer von Zink und einer von Kupfer, zusammengesetzt wurde. Verband man die Platten durch einen Kupferdraht, so luden sie sich mit den an der Berührungsfläche der beiden Metalle geschiedenen Elektrizitäten. Nach aufgehobener Berührung wurden die Platten getrennt und mit einem Elektroskop verbunden; sein Ausschlag wurde als ein Maß der kontaktelektromotorischen Kraft der beiden Metalle betrachtet. Diese Deutung der Beobachtung setzt voraus, daß die Berührungsstelle der beiden Metalle allein der Sitz einer elektromotorischen Kraft ist; sie sieht über die Möglichkeit, daß auch zwischen den Metallplatten und den angrenzenden Luftschichten Potentialdifferenzen bestehen, hinweg. Sobald man diese zuläßt, ist der Ausschlag des Elektroskops kein Maß mehr für die Potentialdifferenz der Metalle, vielmehr außerdem noch abhängig von ihren Spannungen gegen Luft.

§ **422. Theorie der Kondensatorversuche.** Es handelt sich nun darum, von dem neuen, im vorhergehenden angedeuteten Standpunkt aus zu einer Theorie der Versuche zu gelangen, bei denen die aus verschiedenen Metallen bestehenden Platten eines Kondensators zuerst durch einen Draht verbunden, dann getrennt und mit dem Elektroskop auf ihre Ladung hin untersucht werden. Wir machen die hypothetische Annahme, daß bei jedem elektrischen Konduktor, der sich in Luft befindet, zu der freien Ladung noch eine elektrische Doppelschicht an der Oberfläche hinzutrete, deren Moment der Potentialdifferenz zwischen Konduktor und Luft entspricht. Man geht nun bei der Entwickelung

der Theorie am besten aus von der Betrachtung eines Kugelkondensators (§ 392, Fig. 415), bei dem die innere Kugel A etwa aus Zink, die äußere B aus Kupfer bestehen möge. Die beiden Metalloberflächen sind dann bedeckt mit elektrischen Doppelschichten. Wir nehmen an, daß der Kugel A, dem Zink, die negative, der Kugel B, dem Kupfer, die positive Seite der entsprechenden Schicht zugewandt, daß also die Richtung der elektrischen Verschiebung in beiden Schichten dieselbe sei. Wenn wir nun die Zinkkugel mit der Kupferkugel für einen Moment durch einen Kupferdraht verbinden, so tritt eine Scheidung der Elektrizitäten ein; die Zinkkugel A ladet sich mit freier positiver, die Kupferkugel B mit freier negativer Elektrizität, so daß die Potentialdifferenz zwischen A und B gleich der elektromotorischen Kraft Zink-Kupfer wird; diese wollen wir durch das Symbol (A, B) darstellen. Bezeichnen wir die freie Ladung der Kugel A mit e, so ist die freie Ladung von B gleich $-e$; die Halbmesser der Kugeln seien beziehungsweise a und b. Ferner sei die Dichte der elektrischen Doppelschicht an der inneren Kugel gleich σ_a, an der äußeren gleich σ_b, die Distanz zwischen den beiden Flächen je einer Doppelschicht gleich γ. Wenn man berücksichtigt, daß γ gegenüber den Halbmessern a und b jedenfalls äußerst klein ist, so kommt man auf Grund der Sätze, durch welche das Potential einer gleichförmig mit Elektrizität belegten Kugelfläche für äußere und innere Punkte bestimmt wird, für die Potentialdifferenz zwischen den Kugeln A und B, d. h. für die elektromotorische Kraft (A, B) zu dem Ausdruck:

$$(A, B) = \frac{b-a}{ab} e - 4\pi\gamma\sigma_a - 4\pi\gamma\sigma_b .$$

Nun ist aber nach § 420 das Produkt $4\pi\gamma\sigma_a$ gleich der elektromotorischen Kraft zwischen Luft und Zink, die wir durch (L, A) bezeichnen; ebenso $4\pi\gamma\sigma_b$ gleich der elektromotorischen Kraft (B, L) zwischen Kupfer und Luft. Somit ergiebt sich:

$$(A, B) = \frac{b-a}{ab} e - (L, A) - (B, L).$$

Die freie Ladung der Kugeln A und B wird daher bestimmt durch die Formel:

$$e = \frac{ab}{b-a} \{(A, B) + (B, L) + (L, A)\}.$$

Um nun von dem Kugelkondensator den Übergang zu einem gewöhnlichen Plattenkondensator zu gewinnen, machen wir die Halbmesser der beiden Kugeln sehr groß und nahe gleich, so daß wir im Zähler der vorhergehenden Formel $b = a$ nehmen können; $b - a$, welches im Vergleich mit a sehr klein ist, setzen wir gleich c. Wir grenzen ferner auf der Kugel A eine als eben zu betrachtende Fläche vom Inhalt S ab; für ihre elektrische Ladung ergiebt sich dann der Wert:

$$e \frac{S}{4\pi a^2} = \frac{S}{4\pi c} \{(A, B) + (B, L) + (L, A)\}.$$

Sie entspricht der Kondensatorformel von § 395, wenn in dieser die

diëlektrische Konstante gleich Eins gesetzt wird. Aus unserer Entwickelung folgt aber, daß ihre Anwendung auf einen Plattenkondensator nur dann streng richtig wäre, wenn seine Konduktoren Ausschnitte von unendlich ausgedehnten Platten bilden würden. Man hat sich diesem Falle dadurch zu nähern versucht, daß man die Kollektorplatte wirklich aus zwei Teilen zusammengesetzt hat, einer inneren Kreisscheibe und einem mit ihr konzentrischen Ring, dem Schutzring; für die innere Scheibe ist dann der in § 395 gegebene Ausdruck in der That so gut wie richtig. Übrigens hat die Erfahrung gezeigt, daß er auch für einen gewöhnlichen Plattenkondensator genügend genaue Resultate liefert, wenn der Abstand der Platten sehr klein ist gegen ihren Halbmesser.

Für unsere gegenwärtige Untersuchung ist nun das Resultat wesentlich, daß die freien Ladungen des aus Zink und Kupfer zusammengesetzten Kondensators nicht der Potentialdifferenz (A, B) der beiden Metalle proportional sind, sondern dieser Potentialdifferenz, vermehrt um die Potentialdifferenz (B, L) von Kupfer gegen Luft und die Potentialdifferenz (L, A) von Luft gegen Zink. Nach der Trennung der Platten möge die Verbindung der Zinkplatte mit dem Elektroskop den Ausschlag φ erzeugen; nehmen wir an, daß er der freien Ladung der Platte proportional ist, so ist er auch proportional mit $(A, B) + (B, L) + (L, A)$.

Benützen wir das Symbol $\sim$ als Zeichen der Proportionalität, so können wir dies Resultat in der Formel zum Ausdruck bringen:

$$\varphi \sim (A, B) + (B, L) + (L, A).$$

Unsere Untersuchung ist natürlich davon unabhängig, ob die Kugel A gerade aus Zink, die Kugel B aus Kupfer besteht. Das Ergebnis ist ganz dasselbe, wenn die Kugel A aus irgend einem anderen Metalle — wir wollen es durch denselben Buchstaben A bezeichnen — die Kugel B aus einem anderen Metalle, B, besteht. Wir erhalten ganz allgemein den Satz:

Wenn der Kondensatorversuch mit zwei Metallen A und B ausgeführt wird, so giebt nach der Trennung der Platten der Ausschlag des Elektroskops bei seiner Verbindung mit dem Metalle A ein Maß für die Summe der Potentialdifferenzen von A gegen B, von B gegen Luft und von Luft gegen A.

Wenn in der Theorie von Volta die beiden letzten Differenzen gleich Null gesetzt werden, so ist dies eine willkürliche, durch die Beobachtungen nicht geforderte Annahme.

§ 423. Gesetz der Voltaschen Spannungsreihe. Obwohl nach dem vorhergehenden die wahre Deutung des Voltaschen Versuches eine unsichere ist, giebt er doch Veranlassung zu einem sehr wichtigen Satze. Wir wollen unseren Kondensatorversuch erst mit den Metallen A und B ausführen, wobei am Elektroskop der Ausschlag φ_1 gemessen werde, sodann mit den Metallen B und C, welchen der Ausschlag φ_2 entspreche. Nach dem vorhergehenden ist dann:

$$\varphi_1 \sim (A, B) + (B, L) + (L, A),$$
$$\varphi_2 \sim (B, C) + (C, L) + (L, B).$$

Somit

$$\varphi_1 + \varphi_2 \sim (A, B) + (B, C) + (C, L) + (L, A),$$

da die entgegengesetzten elektromotorischen Kräfte (B, L) und (L, B) sich aufheben. Wir machen nun einen dritten Versuch, bei welchem wir die aus den Metallen A und C konstruierten Kondensatorplatten benützen. Es ergiebt sich, daß der Ausschlag des Elektroskopes jetzt gerade gleich $\varphi_1 + \varphi_2$ ist. Wir haben somit:

$$\varphi_1 + \varphi_2 \sim (A, C) + (C, L) + (L, A).$$

Verbinden wir diese Beziehung mit der vorhergehenden, so ergiebt sich:

$$(A, B) + (B, C) = (A, C),$$

d. h. wenn wir irgend drei Metalle nehmen, so ist die Potentialdifferenz zwischen dem ersten und zweiten vermehrt um die Potentialdifferenz zwischen dem zweiten und dritten gleich der Potentialdifferenz zwischen dem ersten und dritten. Diesen Satz bezeichnet man als das Gesetz der VOLTAschen Spannungsreihe. Es folgt nämlich aus ihm weiter, daß die verschiedenen Metalle in eine Reihe geordnet werden können, in welcher jedes Metall in Berührung mit einem folgenden positiv elektrisch wird, d. h. so, daß seine Potentialdifferenz gegen das folgende Metall einen positiven Wert besitzt. Die von VOLTA aufgestellte Reihe war folgende:

+ Zink · Pb · Sn · Fe · Cu · Ag · Au · Graphit · Braunstein. —

Zink würde hiernach in Berührung mit allen Metallen positiv, Kupfer in Berührung mit Eisen negativ, in Berührung mit Silber positiv.

Die Versuche, auf welchen diese Sätze beruhen, sind schwierig und ihre Deutung zweifelhaft. In der That könnte man hierin bis zu einer völligen Umkehr der VOLTAschen Theorie gehen; man könnte die elektromotorischen Wirkungen an der Grenzfläche der Metalle ganz leugnen. Die beobachteten Wirkungen würden dann durch die zwischen Luft und Metallen angenommenen Spannungsdifferenzen erklärt werden können. Das einzige, was wir auf Grund der Versuche behaupten können, ist also der Satz: Wenn kontaktelektromotorische Kräfte zwischen den Metallen existieren, so gehorchen sie dem Gesetz der Spannungsreihe. Es wäre hiernach schlecht um die Lehre von der Berührungselektrizität der Metalle bestellt, wenn sie nicht noch von anderer Seite gestützt werden könnte. Wir werden in der That später Erscheinungen kennen lernen, aus welchen die Existenz elektromotorischer Wirkungen an der Berührungsfläche zweier Metalle und die Gültigkeit des VOLTAschen Gesetzes mit Sicherheit hervorgeht.

§ 424. Das galvanische Element und die galvanische Batterie. Die an einer Berührungsstelle zweier Leiter auftretenden elektromotorischen Kräfte sind unter allen Umständen schwach. Es liegt der Gedanke nahe, nach dem Prinzip der Multiplikation viele solche Kräfte zu vereinigen, um so zu stärkeren, für praktische Zwecke nutzbaren Wirkungen

zu kommen. Daß das bei metallischen Leitern nicht möglich ist, sieht man leicht. Würde man eine ganze Reihe von Kupfer- und Zinkplatten abwechselnd aufeinander löten, so würden sich die elektromotorischen Kräfte der Berührungstellen zerstören bis auf eine, und die Säule würde nicht anders wirken, wie ein einziges Kupfer-Zinkpaar. Nach dem Gesetz der VOLTAschen Spannungsreihe würde daran nichts geändert, wenn zwischen je zwei Kupfer-Zinkpaare eine Platte aus anderem Metalle eingeschaltet würde. Wohl aber gelingt die Multiplikation, wenn wir metallische Leiter mit Elektrolyten kombinieren, wodurch zugleich gezeigt ist, daß das Gesetz der VOLTAschen Spannungsreihe für Elektrolyte nicht gültig ist.

In ein Becherglas mit verdünnter Schwefelsäure stellen wir eine Zink- und eine Kupferplatte. Wie wir schon in § 419 gesehen haben, wird dann das Zink negativ, das Kupfer positiv elektrisch; es entspricht das der ebenfalls in § 419 gemachten Beobachtung, daß Kupfer in Berührung mit Schwefelsäure jedenfalls viel weniger elektrisch wird, wie Zink. Wir bezeichnen nach § 419 unsere Zusammenstellung als ein galvanisches Element, das Kupfer als den positiven, das Zink als den negativen Pol. Wenn wir zwei solche Elemente nehmen und den Zinkpol des einen mit dem Kupferpol des anderen verbinden, so zeigt eine elektroskopische Messung, daß die so hintereinander geschalteten Elemente an ihren freien Polen die doppelte Spannung besitzen, wie ein einzelnes. Wir können in derselben Weise drei, vier und mehr Elemente hintereinander schalten, die Potentialdifferenz der freien Kupfer- und Zinkpole wächst dann proportional mit der Anzahl der Elemente. Wir bezeichnen eine solche Kombination als eine galvanische Batterie (Fig. 432).

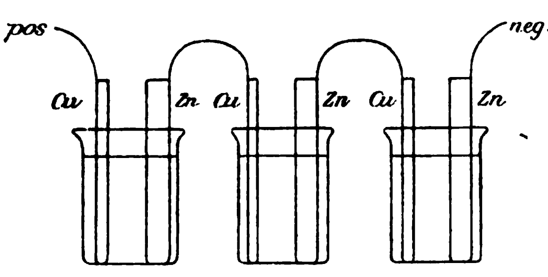


Fig. 432. Galvanische Batterie.

§ 425. Die ZAMBONIsche Säule. Als elektrolytische Leiter kann man, wie zuerst VOLTA bemerkte, feuchte Scheiben von Papier oder Zeug benützen; er baute auf diese Weise die nach ihm benannte Säule auf, indem er eine Anzahl von Kupfer-Zinkplatten in gleichem Sinne übereinander schichtete und jedes Plattenpaar von dem folgenden durch eine feuchte Scheibe trennte. Eine Säule von analogem Charakter wird noch jetzt für elektrische Zwecke verwandt, die trockene oder ZAMBONIsche Säule. Aus unechtem Gold- und Silberpapier schlägt man runde Scheiben, etwa von 3 cm Durchmesser, aus und schichtet sie übereinander, so daß die metallischen Flächen von je zwei aufeinander folgenden sich in gleicher Weise berühren. Die Belegung des Silberpapiers besteht aus einer Legierung von Zinn und Zink und entspricht in ihrer

elektromotorischen Wirkung dem letzteren; die Belegung des Goldpapiers, aus einer Kupferlegierung bestehend, entspricht diesem.

Bezeichnen wir durch *P* die trennenden Papierlagen, so würde das Schema der ZAMBONIschen Säule folgendes sein:

$$+ \text{CuP PZn CuP PZn CuP} \ldots \text{PZn CuP PZn} - .$$

Das Papier spielt die Rolle des elektrolytischen Leiters infolge seiner hygroskopischen Eigenschaften.

§ 426. Heterostatische Elektrometer; Messung von Potentialen. Die ZAMBONIsche und die galvanische Säule können wir benützen zu der Konstruktion von Elektroskopen und Elektrometern, welche nach verschiedenen Seiten ausschlagen, je nachdem die Elektrizität des zu untersuchenden Körpers positiv oder negativ ist. Es beruht diese Eigenschaft darauf, daß das elektrische Feld nicht durch den zu untersuchenden Körper allein erzeugt wird, wie bei der ursprünglichen Benützung des Goldblattelektroskops, sondern daß ein von der Elektrizität des Körpers unabhängiges Feld existiert.

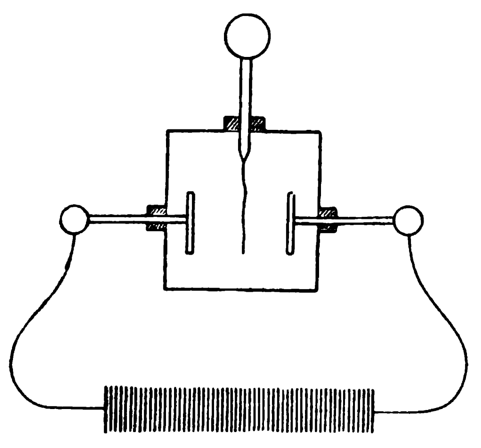


Fig. 433. Elektroskop von BEHRENS.

Bei dem Elektroskop von BEHRENS (Fig. 433) wird dieses durch zwei gleiche, vertikal einander gegenübergestellte Metallplatten erzeugt, welche mit den beiden Polen einer ZAMBONIschen Säule oder einer aus vielen Elementen zusammengesetzten galvanischen Batterie verbunden sind. Zwischen den Platten hängt an einem Metallstabe, gegen Luftzug geschützt, ein Goldblatt; sobald dieses positiv elektrisch wird, giebt es einen Ausschlag nach der negativen Metallplatte, sobald es negativ wird, einen nach der positiven.

Bei dem THOMSONschen Quadrantenelektrometer (Fig. 434) in seiner einfachsten Gestalt wird das elektrische Feld in folgender Weise erhalten. Ein Messingring wird in der Richtung von vier zu einander senkrechten Halbmessern aufgeschlitzt; die vier Quadranten *A, B, C, D* werden centrisch und in derselben Ebene auf isolierenden Stützen befestigt, je zwei gegenüberliegende, *A* und *C*, *B* und *D*, metallisch miteinander verbunden. Das Quadrantenpaar *A C* verbindet man mit dem Körper, dessen elektrische Ladung untersucht werden soll, das Quadrantenpaar *BD* wird zur Erde abgeleitet. Über den Quadranten und konzentrisch mit ihnen schwebt eine dünne Nadel aus Aluminiumblech an zwei Seidenfäden oder einem von ihr isolierten Draht, so daß sie in

horizontaler Ebene leicht drehbar ist. Die Nadel trägt nach unten an einem Platindraht eine Scheibe aus Platin, welche in Schwefelsäure taucht; ein zweiter Platindraht führt von außen isoliert zu der Schwefelsäure; durch ihn wird die Nadel mit dem positiven Pol einer Zambonischen Säule verbunden, deren anderer Pol zur Erde abgeleitet ist. Die Platinscheibe wirkt zugleich dämpfend auf die Schwingungen der Nadel. Das Instrument wird so justiert, daß die Nadel in ihrer Nulllage, d. h. gerade über den die Quadranten *A*, *B* und *C*, *D* trennenden Schlitzen steht, wenn die beiden Quadrantenpaare zur Erde abgeleitet sind. Wird nun das Quadrantenpaar *A*, *C* isoliert und dann positiv geladen, so geht die Nadel nach *B*, *D*; wird *A*, *C* negativ geladen, nach *A*, *C*.

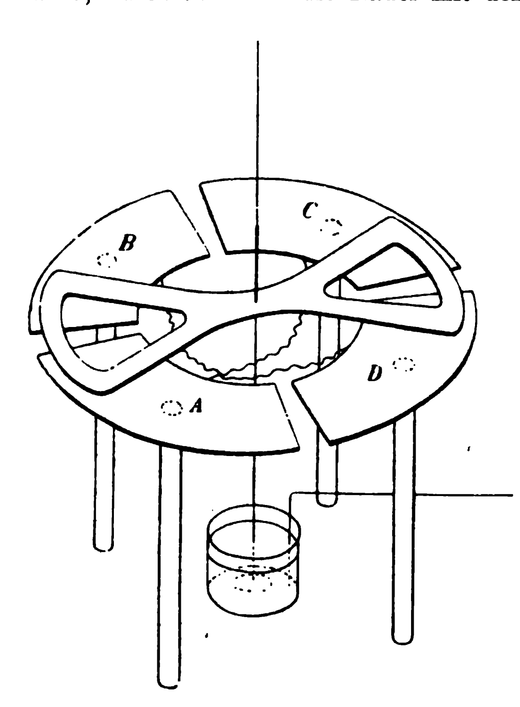


Fig. 434. Quadrantenelektrometer.

Der große Vorzug der heterostatischen Elektroskope besteht einmal darin, daß man ihre Empfindlichkeit in weiten Grenzen regulieren kann; sodann in der einfachen Beziehung, die zwischen dem Ausschlag und den in dem elektrischen Felde herrschenden Potentialdifferenzen besteht. Der Ausschlag, die Empfindlichkeit des Instrumentes, ist zunächst mit der in dem elektrischen Felde herrschenden Potentialdifferenz proportional, bei dem Behrensschen Elektroskop proportional mit der Potentialdifferenz zwischen den beiden Platten, bei dem Thomsonschen proportional mit der Potentialdifferenz zwischen beiden Quadrantenpaaren. Außerdem ist bei dem Behrensschen Elektroskop der Ausschlag proportional dem Potential des Goldblattes, bei dem Thomsonschen proportional dem der Nadel, wenigstens so lange dieses letztere hoch ist im Vergleich mit der Potentialdifferenz der Quadranten. Bei dem Behrensschen Elektroskop kann die Potentialdifferenz zwischen den beiden Platten beliebig verstärkt werden; man braucht nur die Anzahl der Plattenpaare oder Elemente der zur Ladung benützten Säule zu vermehren. Beim Thomsonschen Elektrometer wird Vergrößerung der Empfindlichkeit ebenso durch Erhöhung des Nadelpotentials erzielt.

Vermöge der im vorhergehenden besprochenen Eigenschaft sind die heterostatischen Elektroskope vorzüglich geeignet zur vergleichenden

Messung von Potentialen. Beim BEHRENSschen Elektroskop ist der Ausschlag des Goldblattes seinem Potential proportional. Wenn das eine Quadrantenpaar eines THOMSONschen Elektrometers zur Erde abgeleitet, also auf den Wert Null reduziert wird, so ist der Ausschlag proportional dem Potential des anderen Paares.

Die Empfindlichkeit des Quadrantenelektrometers kann so gesteigert werden, daß das Potential eines einzigen galvanischen Elementes einen Ausschlag von mehreren Graden erzeugt, der mit Spiegel und Skale leicht und scharf gemessen werden kann.

VI. Kapitel. Pyroëlektrizität und Piezoëlektrizität.

§ 427. Pyroëlektrizität des Turmalins. Im Jahre 1703 machte man in Holland, wohin der Turmalin von Ceylon gekommen war, die Beobachtung, daß er erhitzt bei der Wiederabkühlung die Fähigkeit erhielt, kleine Konduktorteilchen anzuziehen. Die späteren Untersuchungen zeigten, daß diese Eigenschaft in innigem Zusammenhange mit den Symmetrieverhältnissen der Turmalinkrystalle steht. Diese gehören dem hexagonalen Systeme an, und zwar seiner zweiten hemimorph-tetartoëdrischen Gruppe; wir finden an ihnen leicht eine reguläre sechsseitige Säule (Fig. 435), sowie eine dreiseitige Säule, durch welche die abwechselnden Kanten der ersteren gerade abgestumpft werden; endlich ein Rhomboëder, dessen Flächen an dem einen Ende des Krystalls

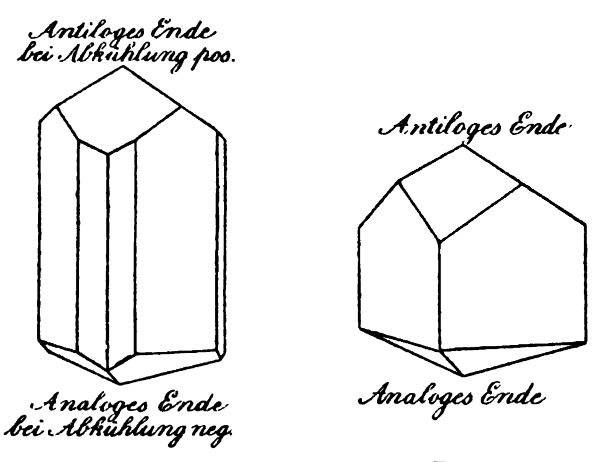


Fig. 435. Fig. 436.

gerade über den Flächen, an dem anderen gerade über den Kanten der dreiseitigen Säule sich befinden. Wir bezeichnen das erstere als das **analoge**, das letztere als das **antiloge** Ende. Besonders deutlich tritt der Unterschied dann hervor, wenn die Flächen der sechsseitigen Säule völlig verschwinden, wie in Figur 436. Die drei Ebenen, welche durch die Axe der beiden Säulen, die **Hauptaxe** des Krystalls, senk-

recht zu den Seiten der dreiseitigen Säule hindurchgehen, sind Symmetrieebenen.

Die Verteilung der Elektrizität, wie sie an der Oberfläche des Turmalins bei der Abkühlung eintritt, kann man am einfachsten mit Hilfe der Bestäubungsmethode (§ 412) studieren. Man versieht den Krystall mit einer Schlinge von Kokonfaden, hängt ihn mit dieser in einen Trockenkasten und erhitzt auf etwa 120°; nach dem Herausnehmen hängt man ihn mit der Schlinge frei auf; wenn er sich ein wenig abgekühlt hat, läßt man aus einem Bestäuber das Gemisch von Mennige und Schwefelpulver durch ein feines Sieb von Baumwollenfäden auf ihn fallen. Man findet, daß das analoge Ende rot, das antiloge Ende gelb wird. Beim Abkühlen wird somit das analoge Ende negativ, das antiloge Ende positiv elektrisch. Elektrische Erregung tritt ebenso ein, wenn man einen abgekühlten Turmalin sich erwärmen läßt; das Verhalten der beiden Enden kehrt sich dann aber um, das analoge ist positiv, das antiloge negativ.

§ 428. Permanente Elektrizität des Turmalins. Zu quantitativen Beobachtungen über den Verlauf der Ladung ist die Bestäubungsmethode nicht geeignet. Man hängt zu diesem Zwecke den Turmalin nach der Entfernung aus dem Trockenkasten frei über dem Knopf eines Goldblattelektroskopes auf und verfolgt die Divergenz des letzteren. Im ersten Moment nach der Herausnahme des Turmalins beobachtet man nie eine solche. Sie entwickelt sich erst allmählich, steigt zu einem Maximum an, um dann wieder zu Null herabzusinken. Die Eintrittszeit und die Größe der maximalen Ladung hängt ab von der Zeit, welche der Krystall zur Abkühlung braucht, von der Anfangstemperatur und von der Feuchtigkeit der Luft. Diese letztere übt insbesondere auf den Wiederabfall der Ladung einen großen Einfluß aus; je trockener die Luft, um so langsamer ist jener; in gut getrockneter und verdünnter Luft lassen sich Turmaline, deren Abkühlungszeit keine Stunde beträgt, tagelang elektrisch erhalten. Man wird durch diese Beobachtung zu dem Schlusse geführt, daß der Turmalin ein permanent elektrischer Körper ist, ebenso wie ein Stahlmagnet ein permanent magnetischer; man nimmt also nach William Thomson an, daß seine Masse dieselbe Art von Elektropolarisation besitzt, welche bei den diëlektrischen Wirkungen temporär im Innern der Isolatoren erzeugt wird, daß aber diese natürliche diëlektrische Polarisation eine Funktion der Temperatur ist.[1] Der Turmalin übt infolge seiner molekularen Polarisation influenzierende Wirkungen auf den umgebenden Raum aus; da nun dieser und insbesondere die Oberfläche des Turmalins selbst, wenn auch in geringem Grade, leitend ist, so bedeckt sich die letztere mit einer elektrischen

[1] Vgl. Maxwell, Treatise on electricity and magnetism. Vol. I. p. 57. — Riecke, Zwei Fundamentalversuche zur Lehre von der Pyroëlektrizität. Wied. Ann. 1887. Bd. 31. p. 889.

Schicht, welche die Wirkungen der inneren Polarisation gerade kompensiert. Ändert sich die Temperatur, so ändert sich die molekulare Polarisation; die kompensierende Oberflächenschicht vermag aber nicht, diesem Wechsel sofort zu folgen, um so weniger, je besser das umgebende Medium und die Oberfläche des Turmalins isoliert. Dadurch erklärt sich das Hervortreten und das allmähliche Wiederverschwinden der Ladung. Zwischen dieser und der Temperatur, welche der Turmalin in den verschiedenen Phasen seiner Abkühlung besitzt, muß hiernach ein sehr enger Zusammenhang bestehen und in der That ist es möglich, aus dem bloßen Verlauf der Ladung, also aus rein elektrischen Messungen, das Gesetz der Temperaturabnahme zu bestimmen.[1]

§ 429. Piezoëlektrizität des Turmalins. Die Anschauungen, zu welchen die Erscheinung der Pyroëlektrizität geführt hat, finden ihre Bestätigung und Ergänzung durch die Entdeckung, daß auch rein mechanische Kompression oder Dilatation des Turmalins mit einer elektrischen Erregung verbunden ist.[2]

Um diese sogenannte Piezoëlektrizität nachzuweisen, schneiden wir aus einem Krystalle ein Prisma, dessen Längskante der Hauptaxe parallel sein möge. Dieses stellen wir auf eine nach der Erde abgeleitete Metallplatte (Fig. 437) und bedecken seine obere Fläche mit einer Metallscheibe *M*, von welcher ein Draht zu dem isolierten Quadrantenpaar eines Thomsonschen Elektrometers führt. Die Platte *M* ist mit einer Vorrichtung verbunden, mittels welcher man die obere Fläche des Krystallprismas einem beliebigen Druck unterwerfen kann, natürlich ohne daß die Isolation von *M* und dem damit verbundenen Quadrantenpaar irgendwie gestört wird. Um den Versuch auszuführen, leiten wir die Platte *M* zuerst gleichfalls nach der Erde ab, so daß die Nadel des Elektrometers sicher in ihre Nulllage sich einstellt. Wenn wir die Isolation wieder herstellen und nun den Turmalin belasten, so erfolgt ein Ausschlag der Nadel als Zeichen einer elektrischen Ladung der oberen Endfläche. Wir leiten nun, während die Belastung bleibt,

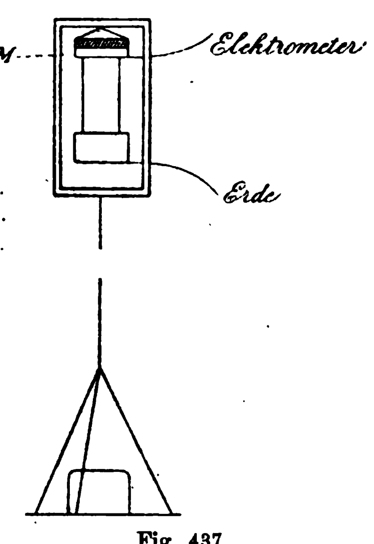


Fig. 437.

[1] Riecke, Über die Pyroëlektrizität des Turmalins. Wied. Ann. 1886. Bd. 28. p. 43.

[2] J. et P. Curie, Développement par compression de l'électricité polaire dans les cristaux hémièdres à faces inclinées. Compt. rend. 1880. Bd. 91. p. 294.

die Platte M von neuem ab und führen dadurch die Nadel des Elektrometers wieder in die Nullstellung zurück. Heben wir nach hergestellter Isolation die Belastung auf, so erfolgt ein Ausschlag nach der entgegengesetzten Seite. Die genauere Untersuchung zeigt, daß bei Kompression die Ladung der Endflächen dieselbe ist, wie bei Abkühlung, bei Dilatation dieselbe wie bei Erwärmung. Diese Übereinstimmung macht es wahrscheinlich, daß die innere Polarisation des Turmalins nicht sowohl abhängig ist von der Temperatur, als vielmehr von den molekularen Verschiebungen, den Dilatationen und Kontraktionen, welche in seinem Innern ebenso durch Temperaturänderungen, wie durch Zug oder Druck bewirkt werden können. Von diesem Standpunkte aus würden die pyroëlektrischen Erscheinungen im Grunde nur einen speziellen Fall der allgemeineren piezoëlektrischen repräsentieren. Seine Richtigkeit kann nur an der Hand eines theoretischen Leitfadens geprüft werden, der die vermuteten Beziehungen der beiden Erscheinungsklassen in bestimmten Gesetzen zum Ausdruck bringt; unsere nächste Aufgabe würde daher in der Entwickelung eines solchen Leitfadens bestehen.

§ 430. Theorie der elektrischen Eigenschaften des Turmalins. Wenn die Elemente des Turmalins ein permanentes elektrisches Moment besitzen, so werden auf jeden Punkt seines Innern elektrische Kräfte ausgeübt, die wir zu einer Resultante vereinigen können. Man kann ferner annehmen, daß diesen resultierenden Kräften elektrische Polarisationen des Innern entsprechen. Zu der molekularen Elektrizität selbst kommen die induzierten elektrischen Momente noch hinzu, werden aber ebenso wie jene durch Oberflächenschichten von entgegengesetzter Wirkung kompensiert. Die auf einen Punkt des Innern wirkende elektrische Kraft wird nun bei jeder Verschiebung, welche die polar elektrischen Moleküle des Körpers erleiden, geändert; dieser Änderung entsprechen neue elektrische Momente, welche, durch keine Oberflächenschicht kompensiert, als Piezo- oder Pyroëlektrizität in Erscheinung treten.

In der That führt diese Betrachtung zu bestimmten Ansätzen, durch welche die pyroëlektrischen oder piezoëlektrischen Momente als Funktionen der inneren Verschiebungen dargestellt werden. Eine genaue Übereinstimmung mit den beobachteten Thatsachen ergiebt sich aber erst, wenn man den Molekülen eine allgemeinere Art von elektrischer Polarität zuschreibt, welche den Symmetrieverhältnissen der Krystallform vollkommener entspricht. Beim Turmalin erweist sich die Hauptaxe durch ihr ganzes Verhalten als eine polare, an ihren Enden ungleichwertige. Dem entsprechen wir in der That durch die Annahme, daß der Turmalin in der Richtung seiner Hauptaxe C ein permanentes elektrisches Moment besitze. Aber ein polares Verhalten zeigen auch die drei in den Symmetrieebenen zu der Hauptaxe senkrechten Axen B_1, B_2, B_3 (Fig. 438). Die Hauptaxe des Turmalins ist daher eine sogenannte dreizählige Symmetrieaxe, d. h. bei jeder Drehung von 120^0 um die Axe C kommt der Krystall mit sich selbst zur Deckung; drei solche

Deckbewegungen führen ihn in seine anfängliche Lage zurück. Dieser Eigentümlichkeit der Symmetrieverhältnisse entsprechen wir, wenn wir auch den Axen B_1, B_2, B_3 elektrische Momente zuordnen. In vollständiger Weise kann demnach die elektrische Polarität des Turmalins dargestellt werden durch zwei entgegengesetzte Pole auf der Hauptaxe C und durch ein in den Ecken eines regulären Sechseckes abwechselnd verteiltes System positiver und negativer Pole auf den Axen B_1, B_2, B_3. Berechnet man die Wirkungen dieses Polsystems für irgend welche inneren Deformationen, so kommt man zu einer vollständigen Darstellung der elektrischen Erscheinungen des Turmalins. Insbesondere ergiebt sich, daß ein elektrisches Moment in der Richtung der Axe C, und dementsprechend eine Ladung der zu C senkrechten Endfläche des Prismas, nicht bloß durch einen in derselben Richtung ausgeübten, sondern auch durch einen zu C senkrechten Druck erregt wird; daß ferner bei einem senkrecht zu einer Symmetrieebene CB wirkenden Druck, außer dem Moment in der Richtung C, noch ein elektrisches Moment in der Richtung von B, bei einem Druck in der Richtung von B selbst noch ein Moment von gleicher Richtung entsteht; Folgerungen der Theorie, welche mit den experimentellen Thatsachen im Einklange stehen.

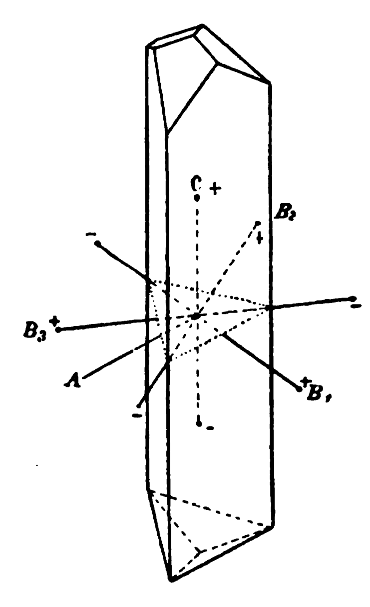


Fig. 438. Elektrisches Polsystem des Turmalins.

Bei einer beliebigen Deformation des Krystalles entsteht ein elektrisches Moment, das man, ebenso wie nach § 330 ein magnetisches Moment, durch seine Komponenten nach drei zu einander senkrechten Axen ersetzen kann. Wir wählen als solche die Hauptaxe C, eine der Axen B und eine zu B und C senkrechte Axe A. Die spezifischen Momente nach diesen Axen werden durch lineare Funktionen der Längendilatationen und Winkeländerungen ausgedrückt, die der Krystall infolge der äußeren Einwirkungen erleidet. Die in diesen Funktionen auftretenden Koëffizienten werden als piezoëlektrische Konstanten bezeichnet. Handelt es sich um piezoëlektrische Wirkungen, so empfiehlt es sich, die Deformationen des Krystalles durch seine Elastizitätsmoduln und die Drucke, welche auf ihn wirken, auszudrücken. Man erhält dann Formeln, durch welche die piezoëlektrischen Momente unmittelbar als Funktionen der gegebenen äußeren Drucke dargestellt werden. Die dabei auftretenden neuen Koëffizienten setzen sich aus den piezoëlektrischen Konstanten und den Elastizitätsmoduln zusammen, man bezeichnet sie als piezo-

elektrische Moduln. Sind diese Moduln durch Messung der bei verschieden gerichteten Drucken erzeugten Momente bestimmt worden, so können umgekehrt auch die piezoëlektrischen Konstanten berechnet werden, vorausgesetzt, daß die Elastizitätsmoduln des Turmalins bekannt sind.

Kehren wir zurück zu dem Fall eines Prismas, das durch zwei zu der Hauptaxe C senkrechte Flächen begrenzt ist, und einem Drucke in der Richtung der Axe C unterworfen wird. Wie schon erwähnt, entsteht dann ein elektrisches Moment in der Richtung der C-Axe; bezeichnen wir das Moment der Volumeneinheit durch c, den Druck für die Flächeneinheit durch p, so ist:

$$c = \delta \cdot p ,$$

wo δ den entsprechenden piezoëlektrischen Modul repräsentiert. Nach § 399 ist c zugleich die Dichte der auf den Endflächen des Prismas hervortretenden Ladungen. Hiernach ergiebt sich der piezoëlektrische Modul durch Division einer elektrischen Oberflächendichte mit einem Druck. Nach § 357 und 114 ist somit die Dimension der piezoëlektrischen Moduln in absolutem Maße:

$$[\delta] = l^{\frac{1}{2}} \cdot m^{-\frac{1}{2}} \cdot t .$$

Ist q der Querschnitt des Turmalinprismas, so ergiebt sich weiter:

$$qc = \delta \cdot qp .$$

Hier ist qc die ganze auf den Endflächen entwickelte Ladung; qp die ganze auf das Prisma wirkende Druckkraft. Der Modul δ giebt somit zugleich die ganze Ladung der Endflächen bei einem Prisma, das in der Richtung der Hauptaxe mit der Kraft Eins zusammengepreßt wird.

§ 431. Piezoëlektrische Moduln und pyroëlektrische Konstante des Turmalins. Wir teilen im folgenden Resultate einer Untersuchung mit, welche eine genaue Maßbestimmung der piezo- und pyroëlektrischen Momente des Turmalins zum Ziele hatte.[1]

1. Ein Turmalinprisma werde in der Richtung der Hauptaxe C einem Druck von 1 Dyne auf 1 qcm unterworfen; in der Richtung von C entsteht dann ein elektrisches Moment, welches, bezogen auf die Volumeneinheit, in absolutem elektrostatischen Maße gleich $5{,}71 \times 10^{-8}$ ist. Diese Zahl repräsentiert zugleich einen ersten der piezoëlektrischen Moduln:

$$\delta_3 = 5{,}71 \times 10^{-8}\ \mathrm{cm}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{g}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec} .$$

Wenn hiernach ein Turmalinprisma in der Richtung der Axe mit einer Kraft von 1 Kilogrammgewicht = 981×10^3 Dynen zusammengepresst wird, so beträgt die ganze auf der Endfläche entwickelte Elektrizitätsmenge, unabhängig von Querschnitt und Länge des Prismas,

$$0{,}056\ \mathrm{cm}^{\frac{3}{2}} \cdot \mathrm{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}^{-1}$$

elektrostatische Einheiten des cm · g · sec-Systemes.

[1] Riecke und Voigt, Die piezoëlektrischen Konstanten des Quarzes und Turmalins. Wied. Ann. 1892. Bd. 45. p. 523.

2. Ein Prisma sei so aus dem Turmalin geschnitten, daß seine Endflächen senkrecht zu der Hauptaxe *C*, das eine Paar seiner Seitenflächen senkrecht zu einer Axe *B*, das andere Paar senkrecht zu der Axe *A* liege. Wenn auf ein Paar von Seitenflächen ein Druck ausgeübt wird, so entsteht in der Richtung der Hauptaxe ein Moment, welches, für 1 ccm und für den Druck von 1 Dyne auf 1 qcm, in absoluten elektrostatischen Einheiten den Wert hat: $0{,}88 \times 10^{-8}$. Die Zahl repräsentiert zugleich einen zweiten piezoëlektrischen Modul:

$$\delta_1 = 0{,}88 \times 10^{-8}\,\mathrm{cm}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{g}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}\,.$$

Wenn die Seitenflächen, welche parallel der Ebene *BC* sind, einem Druck unterworfen werden, so entsteht außer dem Moment in der Richtung *C* noch eines in der Richtung der Axe *B*. Bezogen auf die Einheit des Volumens und für den Druck von 1 Dyne auf 1 qcm hat es den Wert: $0{,}67 \times 10^{-8}$. Diese Zahl giebt zugleich einen dritten piezoëlektrischen Modul:

$$\delta_2 = 0{,}67 \times 10^{-8}\,\mathrm{cm}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{g}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}\,.$$

Es ergeben sich somit aus den genannten Beobachtungen drei piezoelektrische Moduln. Sie reichen aber zu einer vollständigen Darstellung der piezoëlektrischen Erscheinungen nicht aus, vielmehr muß zu diesem Zweck noch ein vierter hinzugenommen werden, der bei beliebigen, zur Hauptaxe schiefen Druckrichtungen zur Geltung kommt.

3. Wenn ein Turmalin auf eine konstante Temperatur, welche um ϑ Grade höher ist als die Zimmertemperatur, erwärmt wird, so entsteht bei der Abkühlung ein elektrisches Moment in der Richtung der Hauptaxe *C*, welches, bezogen auf die Einheit des Volumens, gleich

$$1{,}23\ \vartheta$$

in elektrostatischen Einheiten des cm · g · sec-Systems ist; und zwar gilt dies, wenn die Oberfläche des Turmalins vollkommen isoliert. Die Zahl 1,23 bezeichnen wir als die pyroëlektrische Konstante des Turmalins. Nach der im vorhergehenden Paragraphen angedeuteten Theorie ist das elektrische Moment allein abhängig von den molekularen Verschiebungen, welche im Innern des Turmalins infolge der Abkühlung eintreten. Diese aber sind bestimmt durch die Koëffizienten der Wärmeausdehnung und die Abnahme der Temperatur. Nun haben wir im vorhergehenden Paragraphen gesehen, daß die im Turmalin erregten elektrischen Momente durch lineare Funktionen der Dilatationen gegeben sind. Setzen wir für die letzteren die aus der Temperaturabnahme sich ergebenden Kontraktionen ein, so erscheinen die elektrischen Momente ausgedrückt durch die piezoëlektrischen Konstanten, die Koëffizienten der Wärmeausdehnung und die Temperaturabnahme. Daraus aber folgt, daß die pyroëlektrische Konstante aus den piezoëlektrischen Konstanten und den Wärmeausdehnungskoëffizienten des Turmalins berechnet werden kann. Eine solche Rechnung hat für die pyroëlektrische Konstante den

Wert 1,34 gegeben, welcher von dem beobachteten Wert 1,23 so wenig abweicht, daß die Voraussetzungen der Theorie als nahe erfüllt zu betrachten sind. Als die gemeinsame Ursache aller piezo- und pyroëlektrischen Erscheinungen sind daher zunächst die inneren Verschiebungen zu betrachten. Wenn daneben der Temperatur noch ein selbständiger Einfluß zukommt, so ist er sicher von untergeordneter Bedeutung.

§ 432. Die elektrische Erregbarkeit eine Eigenschaft aller hemimorphen Krystalle. Wir haben die pyro- und piezoëlektrischen Erscheinungen bisher studiert an dem Turmalin, den wir als ein gewissermaßen klassisches Beispiel für eine ganze Reihe elektrisch erregbarer Krystalle betrachten können. Seine Krystallform ist wesentlich ausgezeichnet durch die Existenz polarer Axen, an deren Enden er verschiedene Ausbildung, verschiedene physikalische Eigenschaften, entgegengesetzte elektrische Ladungen zeigt. Nun ergiebt sich, daß alle Krystalle, welche eine solche hemimorphe Ausbildung besitzen, der piezo- und pyroëlektrischen Erregung fähig sind. Nur ist zu beachten, daß bei zahlreichen Krystallen eine allseitige gleichförmige Kompression oder eine gleichmäßige Erwärmung ohne Einfluß ist, daß bei ihnen die elektrische Erregung nur bei einseitigem Druck oder bei ungleichförmiger Erwärmung eintritt. Ein Beispiel hierfür bietet der gleichfalls dem hexagonalen System, und zwar der trapezoëdrisch-tetartoëdrischen Gruppe, angehörende Quarz; er besitzt in einer zu der Hauptaxe senkrechten Ebene drei unter 120° gegeneinander geneigte polare Axen A_1, A_2, A_3; sie gehen durch je zwei gegenüberliegende Kanten der regulären sechsseitigen Säule, die bei den meisten Krystallen in sehr deutlicher Weise hervortritt, senkrecht hindurch. Die Axen sind sogenannte zweizählige Symmetrieaxen, d. h. der Krystall kommt mit sich selbst zur Deckung, wenn man ihn um eine der Axen A um 180° herumdreht. Man überzeugt sich hiervon durch die Betrachtung von Figur 439, wenn man die Mitten zweier gegenüberliegender Säulenkanten durch eine Axe A verbindet und nun um diese dreht. Allseitig gleichmäßige Ausdehnung oder Kompression müßte nach den drei gleichwertigen Richtungen A_1, A_2 und A_3 gleiche elektrische Momente erzeugen; ihre Wirkung wäre äquivalent mit der eines Systems abwechselnd positiver und negativer Pole, welche auf den Axen A_1, A_2, A_3 in den Ecken eines regulären Sechseckes verteilt wären. Nun verbinde man diese Pole zu je zweien so, daß das eine Paar auf einem Durchmesser, die beiden anderen auf zwei zu ihm parallelen Seiten des Sechseckes liegen; man sieht dann, daß die Summe der elektrischen Momente für die so gebildeten Paare gleich Null ist, daß die den letzteren entsprechenden Fernwirkungen verschwinden, und zwar muß dies, ebenso wie für den ganzen Krystall, auch noch für seine kleinsten Elemente gelten. Unsere Betrachtung zeigt, daß allseitig gleichförmiger Druck

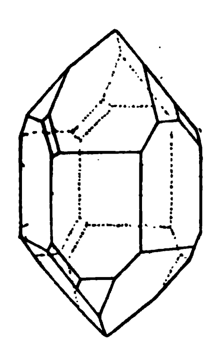


Fig. 439.
Quarzkrystall.

und gleichmäßige Erwärmung beim Quarz schon wegen der Symmetrieeigenschaften keine elektrischen Momente erzeugen können. Wenn man aber auf ein rechtwinkliges Quarzprisma, von dessen Fächenpaaren eines einem Flächenpaar der sechsseitigen Säule parallel ist, ein zweites zu einer Axe A senkrecht steht, einen einseitigen Druck in der Richtung der Axe A ausübt, so entsteht in der Volumeneinheit ein elektrisches Moment $a = \delta \cdot p$ in der Richtung von A; andererseits entsteht ein elektrisches Moment $a = -\delta \cdot p$, entgegengesetzt dem vorigen, wenn der Druck in der zu A senkrechten Richtung B erfolgt, aber kein Moment in der Richtung von B selbst. δ, der eine von zwei piezoëlektrischen Moduln des Quarzes, hat den Wert $\delta = 6{,}45 \times 10^{-8}\,\mathrm{cm}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{g}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}$. Der zweite Modul kommt, ebenso wie der vierte des Turmalins, bei Drucken zur Geltung, die gegen die Hauptaxe schief gerichtet sind. Erwärmt man eine kreisförmige oder sechsseitige Quarzscheibe von der Mitte aus, so teilt sie sich in sechs durch die Axen B von einander geschiedene Felder, welche abwechselnd positiv und negativ elektrisch sind, wie durch Bestäubung leicht nachgewiesen werden kann (Fig. 440).

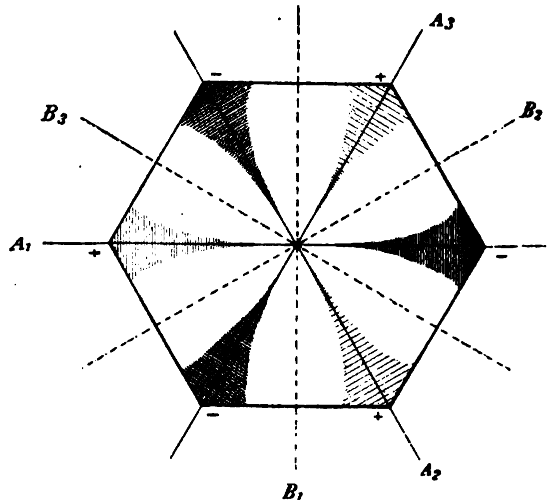


Fig. 440. Quarzscheibe in der Mitte erhitzt.

§ 433. Allgemeine Theorie der elektrostatischen Erscheinungen an Krystallen. Zu einer allgemeinen Übersicht über die bei Krystallen von verschiedenen Symmetrieverhältnissen zu erwartenden elektrischen Erscheinungen kommt man, ohne spezielle Voraussetzungen über den Mechanismus des Vorganges, durch die Annahme, daß Verschiebungen im Innern der Krystalle elektrische Momente nach drei zu einander senkrechten Richtungen erzeugen, und daß diese Momente gleich linearen Funktionen der die Deformation bestimmenden Größen sind.[1] Dem hierdurch gegebenen allgemeinen Ansatz muß man dann noch die Bedingung hinzufügen, daß die Art der Erregung mit den allgemeinen Symmetrieeigenschaften der Krystalle in Übereinstimmung stehen soll. Man gelangt auf diesem Wege in der That zu Formeln, welche den beobachteten Erscheinungen entsprechen. Auf der anderen Seite kann

[1] Voigt, Allgemeine Theorie der piezo- und pyroelektrischen Erscheinungen an Krystallen. Abh. d. K. Ges. d. Wiss. zu Göttingen 1890. Bd. 36.

auch die oben für den Turmalin entwickelte molekulare Theorie auf alle Krystalle ausgedehnt werden. Man nimmt dann an, daß ihre Moleküle umgeben sind von Polsystemen, deren Symmetrieeigenschaften denen der Krystalle selbst entsprechen Die piezoëlektrischen und pyroëlektrischen Momente werden als eine Folge der elektrischen Kräfte betrachtet, welche durch die mit jeder Deformation verbundene Verschiebung und Drehung der Moleküle erregt werden. Diese Betrachtung führt zu denselben Formeln, wie die Spezialisierung des zu Anfang erwähnten allgemeinen Ansatzes nach den Verhältnissen der Symmetrie. Dieselben Anschauungen können endlich auf gewisse Erscheinungen angewandt werden, welche den Erscheinungen der Piezoëlektrizität als reziproke gegenüberstehen. Wird ein Turmalinprisma mit zwei zu der Hauptaxe C senkrechten Endflächen in der Richtung dieser Axe zusammengepreßt, so wird die Endfläche am analogen Ende negativ elektrisch. Wird diese Fläche umgekehrt von außen her negativ geladen, so dehnt sich der Turmalin in der Richtung der Axe C aus. Auch der Pyroëlektrizität muß ein solches reziprokes Phänomen entsprechen. Aus energetischen Prinzipien kann man schließen, daß ein Turmalinprisma sich abkühlen muß, wenn es in ein elektrisches Feld gebracht wird, dessen Kraftlinien vom antilogen Ende zum analogen laufen.[1] Die Vorstellung von einer elektrischen Polarität der Moleküle, auf welche die Betrachtung der elektrischen Erscheinungen der Krystalle geführt hat, dürfte aber eine über den Kreis der Elektrizitätslehre hinausgreifende Bedeutung besitzen. Zu der Annahme polarer, d. h. von der Richtung gewisser Axen der Moleküle abhängender Wirkungen führen auch die Untersuchungen der Elastizitätstheorie. Der Vorgang der Krystallisation scheint ohne sie völlig unverständlich, und man darf daher hoffen, daß die in den vorhergehenden Paragraphen entwickelten Vorstellungen einen Leitfaden bilden werden für Untersuchungen, die sich auf die allgemeinen Kohäsionsverhältnisse der Krystalle und die Gesetze ihrer Bildung beziehen.[2]

---

[1] Riecke, Thermodynamik des Turmalins und mechanische Theorie der Muskelkontraktion. Wied. Ann. 1893. Bd. 49. p. 430.

[2] Riecke, Molekulartheorie der piezoëlektrischen und pyroëlektrischen Erscheinungen. Wied. Ann. 1893. Bd. 49. p. 459. — Zwei Fundamentalversuche zur Lehre von der Pyroëlektrizität. Ibid. 1887. Bd. 31. p. 889. — Voigt, Beiträge zur molekularen Theorie der Piezoëlektrizität. Wied. Ann. 1894. Bd. 51. p. 638.

DRITTES BUCH.

ELEKTROMAGNETISMUS.

I. Kapitel. Wechselwirkung zwischen Strömen und Magneten.

§ 434. Der Fundamentalversuch von OERSTEDT. 1820. Die mannigfachen Analogieen, welche in dem Verhalten des Magnetismus und der Elektrizität bei unseren bisherigen Untersuchungen hervorgetreten sind, legen die Vermutung einer wechselseitigen Beziehung zwischen den beiden Gebieten von Erscheinungen nahe. In der That hat man schon frühe nach einem Zusammenhang zwischen Elektrizität und Magnetismus gesucht; aber das Resultat der zu diesem Zweck angestellten Experimente war ein negatives, es ergab sich, daß zwischen ruhendem Magnetismus und ruhender Elektrizität keine Wechselwirkung existiert. Es bleibt also die Möglichkeit, daß Wechselwirkungen existieren zwischen bewegter Elektrizität und ruhendem Magnetismus und zwischen bewegtem Magnetismus und ruhender Elektrizität. Von diesen beiden Möglichlichkeiten wollen wir zunächst die erste weiter verfolgen. Wir können Elektrizität konvektiv bewegen zusammen mit dem Konduktor oder Isolator, auf welchem sie sich befindet. Wenn wir aber nun in die Nähe des bewegten elektrischen Körpers eine Magnetnadel bringen, so wird in dieser Influenzelektrizität induziert und sie unterliegt den Wirkungen, welche wir in dem ersten Fundamentalversuch der Elektrostatik kennen gelernt haben. Sind die gesuchten elektromagnetischen Wechselwirkungen schwach, so wird es schwer sein, sie von den elektrostatischen zu trennen. Nun können wir aber mit jeder Elektrisiermaschine, am einfachsten mit der HOLTZschen, eine Strömung der Elektrizität erzeugen, bei der die Ansammlung von statischen Ladungen vermieden wird. Wir brauchen zu diesem Zweck nur die beiden Konduktoren der Maschine mit einander leitend zu verbinden; wir erhalten dann bei der Drehung einen kontinuierlichen Strom in dem Verbindungsdrahte, bei welchem die positive Elektrizität vom positiven Konduktor zum negativen, die negative in umgekehrter Richtung sich bewegt. Es ist aber das ganze Innere des Drahtes von strömungsfähiger positiver und negativer Elektrizität erfüllt, so daß infolge des von dem positiven zum negativen Konduktor

sich vollziehenden Potentialfalles in jedem Element gleichviel positive Elektrizität in dem einen, und negative in dem entgegengesetzten Sinne getrieben wird. Wir bezeichnen eine solche Bewegung der Elektrizität als galvanische Strömung.

Wenn wir nun in die Nähe des verbindenden Drahtes eine Magnetnadel bringen, so beobachten wir zunächst keine Wirkung. Man hat erst allmählich die Umstände kennen gelernt, welche für die Anstellung des Versuches die günstigsten sind. Um die Existenz einer elektromagnetischen Wirkung des Stromes nachzuweisen, müssen wir uns eines sogenannten Multiplikators bedienen, eines kreisförmigen oder elliptischen Rahmens von Holz oder Messing, auf welchen ein dünner, mit Seide übersponnener gefirnister Kupferdraht in vielen Windungen gewickelt ist (Fig. 441). Wir stellen den Multiplikator so, daß die Ebene seiner Windungen in den magnetischen Meridian fällt, und hängen eine Magnetnadel so auf, daß sie im Innern des Multiplikators in einer horizontalen Ebene sich frei drehen kann. Sie stellt sich dann zunächst in den magnetischen Meridian, d. h. in die Ebene der Multiplikatorwindungen. Den ganzen Apparat, wie er durch Figur 441 dargestellt ist, bezeichnen wir als ein Galvanometer. Die Suspension des Magnets ist mit einem Spiegel verbunden, um sehr kleine Drehungen noch mit Spiegel und Skale beobachten zu können (§ 220). Wenn wir nun die Konduktoren der Holtzschen Maschine mit den Enden des Multiplikatordrahtes verbinden und die Maschine in Gang bringen, so beobachten wir eine Ablenkung der Nadel aus der Ebene des magnetischen Meridians. Die Ablenkung ist, wenigstens bei trockener Luft, der Rotationsgeschwindigkeit der Maschine proportional. Bei jeder einzelnen Umdrehung wird aber stets dieselbe Menge positiver und negativer Elektrizität durch den Schließungs-

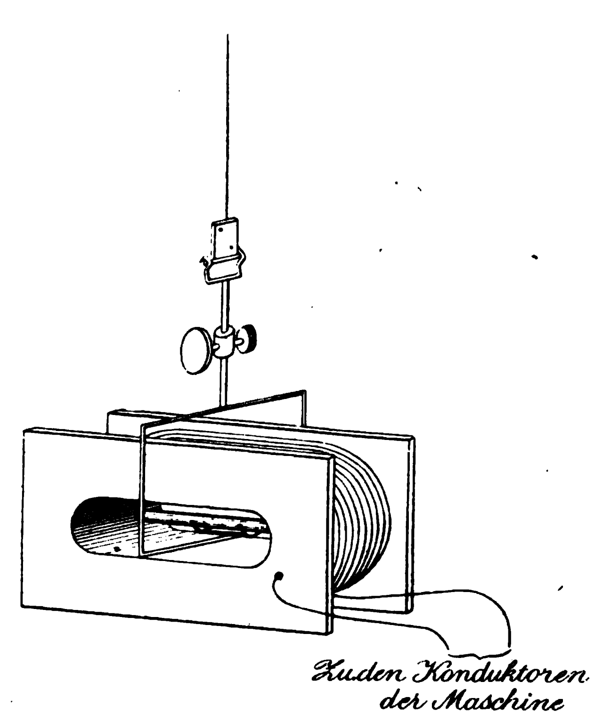


Fig. 441. Galvanometer.

bogen bewegt; die in einer bestimmten Zeit durch den Schließungsbogen strömenden Mengen sind somit der Umdrehungszahl der Maschine proportional. Da aber mit der letzteren auch die Ablenkungen der Nadel, wenigstens so lange sie nur einige Grade betragen, proportional zunehmen, so ergiebt sich, daß die Ablenkung der Menge der positiven und negativen Elektrizität proportional ist, welche durch den Schließungsdraht in einer gegebenen Zeit hindurchgeht. Nehmen wir diese Zeit gleich einer Sekunde, so bezeichnen wir die gesamte Menge der positiven und negativen Elektrizität, welche während derselben durch den Querschnitt des Leitungsdrahtes geht, als die *Stärke des galvanischen Stromes*, und wir erhalten dann den Satz: *Die elektromagnetische Wirkung des galvanischen Stromes ist seiner Stärke proportional*, dessen weitere Ausführung und schärfere Fassung wir auf § 438 verschieben.

Die Oberflächendichte der Elektrizität auf der Scheibe einer Influenzmaschine weist bei verschiedenen Maschinen keine sehr großen Differenzen auf; sie beträgt nach § 383 etwa $10\ \mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}^{-1}$. Daher kann die Stärke des von ihr gelieferten Stromes im wesentlichen nur gesteigert werden durch Vermehrung der Tourenzahl, durch Vergrößerung des Scheibendurchmessers oder durch Anwendung einer größeren Zahl von Scheibenpaaren. Nach all diesen Richtungen kann man aber aus technischen Gründen nicht allzuweit gehen und es ist daher die Influenzmaschine im ganzen doch kein sehr zweckmäßiges Mittel zur Erzeugung galvanischer Ströme. Weit überlegen ist ihr in dieser Beziehung die galvanische Säule. Zwar ist die elektromotorische Kraft eines Elementes wohl 100 000 mal kleiner als die der Influenzmaschine, dafür aber wirkt sie zwischen lauter Konduktoren, welche in Ruhe bleiben, während wir die geschiedenen Elektrizitäten auf andere Konduktoren übertragen; so oft wir einen unelektrischen, isolierten Konduktor mit einem Pole der Säule zur Berührung bringen, wird neue Elektrizität geschieden, die wir durch Entfernung des Konduktors wegführen können. Die Menge der Elektrizität, welche in einer bestimmten Zeit geschieden wird, hängt daher nur ab von der Schnelligkeit, mit welcher wir jenen konvektiven Vorgang vollziehen. Ein vollkommen kontinuierlicher Prozeß ergiebt sich, wenn wir die Pole eines galvanischen Elementes miteinander durch einen leitenden Draht verbinden; in diesem stellt sich ein stetiger Abfall des Potentiales von dem positiven Pole zu dem negativen her, so daß in dem ganzen Drahte die positive Elektrizität in dem einen, die negative in dem entgegegengesetzten Sinne in kontinuierlichem Strome getrieben wird. Unterhalten wird die Strömung dadurch, daß die VOLTAschen Scheidungskräfte die Potentialdifferenzen zu beiden Seiten der Flächen, in welchen sich die verschiedenen Leiter berühren, durch ununterbrochene neue Scheidung konstant erhalten.

OERSTEDT hat nun in der That die Wechselwirkung der Elektrizität und des Magnetismus mit Hilfe der galvanischen Säule entdeckt. Er

führte den Strom einer aus 20 Elementen zusammengesetzten Batterie durch einen geradlinigen Draht; diesen brachte er in die Nähe einer Magnetnadel, die, in horizontaler Ebene frei drehbar, sich selbst überlassen, in den magnetischen Meridian sich einstellte. Hielt er den Draht über die Nadel, parallel mit ihr, so daß die positive Elektrizität von Süd nach Norden strömte, so wurde der Nordpol nach Westen, der Südpol nach Osten abgelenkt (Fig. 442). Die Ablenkung war die entgegengesetzte, wenn bei gleicher Stromrichtung der Draht unter die Nadel gehalten wurde. Befand sich der Draht mit der Nadel in derselben Horizontalebene, so trat keine Drehung ein. Der Erfolg der Oerstedtschen Versuche bildet eine schlagende Bestätigung dessen, was wir über das Verhältnis der galvanischen Säule und der Influenzmaschine gesagt haben. Bei der ersteren genügt zum Nachweis der elektromagnetischen Wirkung ein einfacher Draht, bei der letzteren sind die vielfachen Windungen des Multiplikators erforderlich. Dementsprechend hat man auch bei der weiteren Erforschung der von Oerstedt entdeckten

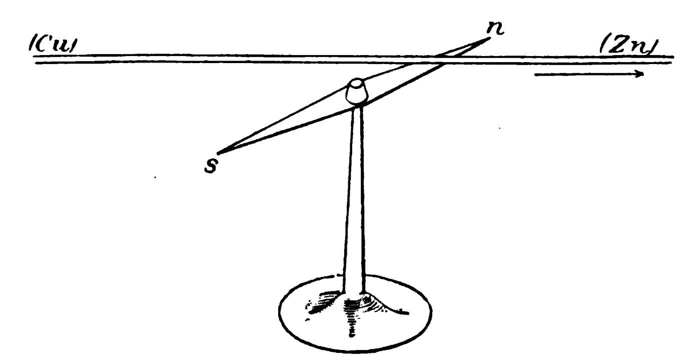


Fig. 442. Fundamentalversuch von Oerstedt.

Wechselwirkung die galvanische Säule benützt; erst die mit ihr gemachten Erfahrungen haben gezeigt, welche Einrichtungen man treffen muß, um die Ablenkung der Magnetnadel auch mit den Strömen der Influenz- und der Reibungselektrisiermaschine zu erzeugen. Endlich ist es dann auch gelungen, die Wirkung bei konvektiver Strömung der Elektrizität nachzuweisen, indem man eine mit Elektrizität geladene kreisförmige Scheibe um ihre Axe in rasche Rotation versetzte. Die Wirkung des Erdmagnetismus wurde dabei eliminiert durch Anwendung eines sogenannten astatischen Nadelpaares, d. h. zweier Magnetnadeln, die so miteinander verbunden wurden, daß ihre ungleichnamigen Pole nach derselben Seite gekehrt waren. Die elektrostatischen Wirkungen wurden aufgehoben, indem die Magnete in eine Metallhülle eingeschlossen wurden, die zur Erde abgeleitet war.[1]

[1] Rowland, Ber. d. Berl. Akad. 1876. p. 211.

§ 435. Die galvanischen Elemente. Durch die ausgezeichnete Brauchbarkeit der galvanischen Elemente zu der Erzeugung galvanischer Ströme gewinnen dieselben eine ganz neue Bedeutung für unsere Forschung, und es entsteht daher die Frage, wie wir dieses wichtige Werkzeug am zweckmäßigsten einrichten. Dabei haben wir einen Maßstab für die größere oder geringere Brauchbarkeit der Apparate in dem OERSTEDTschen Fundamentalversuch selbst, in der größeren oder kleineren Ablenkung, welche der Magnetnadel bei derselben Lage des wirkenden Drahtes durch verschiedene Elemente erteilt wird.

Wir haben ein galvanisches Element früher zusammengesetzt aus Kupfer, Zink und Schwefelsäure, und wir knüpfen mit unserer Untersuchung an dieses, das sogenannte VOLTAsche Element an. Bei der Konstruktion ist zunächst zu beachten, daß die flüssigen Leiter dem Durchgang des galvanischen Stromes einen viel größeren Widerstand entgegensetzen, als die metallischen; es ist dadurch geboten, dem Strome einen möglichst breiten Weg in dem flüssigen Leiter zu bieten, und man wendet daher die beiden Metalle in der Form von großen Platten an, die in ein mit der Säure gefülltes Glasgefäß gesetzt werden. Solche Elemente üben nun zuerst starke Wirkungen aus; aber sie lassen bald nach, so daß die Elemente nach kurzer Zeit für viele Zwecke unbrauchbar werden. Es muß somit der galvanische Strom selbst die elektromotorische Kraft des Elementes schwächen, und es liegt die Vermutung nahe, daß die elektrolytische Zersetzung des flüssigen Leiters (§ 418) die Ursache davon sei. Durch den Strom werden die Sauerstoffionen in der Richtung der negativen Elektrizität fortgeführt, sie scheiden sich daher an dem Zink ab und führen dort zu der Bildung von Zinksulfat. Dieser Prozeß ist von dem Strome unzertrennlich; er hat die allmähliche Auflösung des Zinks, die Umwandlung der Schwefelsäure in Zinksulfat zur Folge. Mit der positiven Elektrizität wandern die Wasserstoffionen; sie scheiden sich am Kupfer ab und überziehen dieses mit einer Schicht von Wasserstoff; dadurch wird die Berührungsfläche zwischen Kupfer und flüssigem Leiter wesentlich verändert, die Oberfläche des Kupfers wird, wie man sagt, durch den abgeschiedenen Wasserstoff polarisiert. Wir werden später sehen, daß infolge dieser Polarisation eine elektromotorische Kraft entsteht, welche der des Elementes entgegengesetzt ist; sie wächst zuerst mit der Menge des abgeschiedenen Wasserstoffes, um schließlich einen konstanten Grenzwert zu erreichen. Will man die Inkonstanz des Elementes beseitigen, so muß man danach die Abscheidung von Wasserstoff an der Kupferplatte verhindern. Dies wurde von DANIELL dadurch erreicht, daß er die Kupferplatte mit Kupfersulfatlösung umgab, welche von der die Zinkplatte umgebenden Schwefelsäure durch einen Cylinder von porösem Thon getrennt wurde. Die elektrolytische Zersetzung des Kupfersulfates ist gegeben durch die Formel $CuSO_4 = \overset{++}{Cu} + \overset{=}{SO_4}$; der Transport der positiven Elektrizität wird durch

die Kupferionen besorgt, und ihre Abscheidung an der Kupferplatte bedingt keine Veränderung ihrer Berührungsfläche mit dem elektrolytischen Leiter; eine Verdünnung der Lösung durch Abscheidung des metallischen Kupfers wird durch Nachfüllen von Kupfersulfatkrystallen vermieden. Die Zinkplatte kann ebenso gut wie mit Schwefelsäure auch mit Zinksulfat umgeben werden; die elektromotorische Wirkung wird dadurch nicht merklich verändert, und die Schwefelsäure geht, wie wir gesehen haben, doch allmählich in Zinksulfat über. An Stelle von je zwei Wasserstoffionen tritt dann ein Zinkion entsprechend den Gleichungen

$$H_2SO_4 = \overset{+}{H} + \overset{+}{H} + \overset{=}{SO_4}$$

und

$$ZnSO_4 = \overset{++}{Zn} + \overset{=}{SO_4}.$$

Betrachten wir die negative Ladung des SO_4-Ions als konstant, so müssen wir dem Zn-Ion die doppelte positive Ladung des H-Ions zuschreiben. Dasselbe gilt auch von dem Cu-Ion, und wir haben daher schon in der für $CuSO_4$ geltenden Formel die Zeichen + und − verdoppelt.

Sehr wesentlich für die Wirkung und Erhaltung der Elemente ist die Amalgamation des Zinks. Die natürliche Zinkoberfläche ist nicht homogen, und infolge hiervon bilden sich zwischen Stellen von verschiedener Beschaffenheit lokale Ströme aus, welche, für die äußere Wirkung vollkommen nutzlos, eine rasche Zerstörung des Zinks zur Folge haben. Dies wird vermieden durch die Amalgamation, bei welcher die Oberfläche des Zinks mit einem flüssigen und infolge hiervon homogenen Amalgame überzogen wird.

Wir haben gesehen, daß die Konstanz eines galvanischen Elementes nur durch Beseitigung der Wasserstoffabscheidung an der positiven Polplatte zu erzielen ist. Bei dem DANIELLschen Elemente geschieht dies durch geeignete Wahl zweier verschiedener elektrolytischer Leiter; man kann aber zu demselben Zwecke auch einen rein chemischen Prozeß benützen, indem man die positive Polplatte mit einer sauerstoffreichen Lösung umgiebt, welche den elektrolytisch abgeschiedenen Wasserstoff zu Wasser oxydiert. Bei den Elementen von BUNSEN und GROVE bestehen die positiven Polplatten aus Kohle und Platin, welche in Salpetersäure getaucht sind. Der negative Pol ist nach wie vor Zink in Schwefelsäure oder Zinksulfat. Ebenso wie Salpetersäure kann Chromsäure verwandt werden.

Die elektromotorische Kraft galvanischer Elemente oder Batterien messen wir durch die Potentialdifferenz der Klemmen, welche an den Polplatten zur Befestigung der Leitungsdrähte angebracht sind, der sogenannten Polklemmen. Wir geben im folgenden noch eine kleine Zusammenstellung gebräuchlicher galvanischer Elemente und ihrer elektromotorischen Kraft in Volt.

Bezeichnung des Elementes	Zusammensetzung	Elektromotorische Kraft in Volt
Daniell	Zn | $ZnSO_4$ aq | $CuSO_4$ aq | Cu	1,10
Clark	Zn | $ZnSO_4$ aq | Hg_2SO_4 | Hg	1,437 (bei 15°)
Calomel	Zn | $ZnCl_2$ aq | Hg_2Cl_2 | Hg	1,010
Grove	Zn | H_2SO_4 aq | $H_2N_2O_6$ aq | Pt	1,84
Bunsen	Zn | H_2SO_4 aq | $H_2N_2O_6$ aq | C	1,87
Leclanché	Zn | NH_4Cl aq | MnO_2 | C	1,28
Cupron	Zn | NaOH aq | CuO	0,8

Das Clark- und das Calomelelement sind nur für schwache Ströme verwendbar.

Wenig konstant, aber für den Gebrauch in vielen Fällen bequem, sind die Chromsäureelemente, bei denen Zink und Kohle in einer Lösung von Schwefelsäure und Kaliumbichromat $Cr_2O_7K_2$ ohne eine trennende Thonzelle verwandt werden. Die elektromotorische Kraft des frischen Elementes beträgt 2 Volt.

§ 436. Die Ampèresche Regel. Die Beobachtungen von Oerstedt enthalten im Grunde genommen schon alles, was zur Bestimmung der Richtung erforderlich ist, in welcher ein magnetischer Pol von einem geradlinigen Stück eines galvanischen Stromes getrieben wird. Allein seine Angaben setzen eine spezielle Lage der abgelenkten Nadel voraus und sind daher für die Anwendung nicht allgemein genug. Die einfache Regel, die wir jetzt benützen, rührt von Ampère her; es ist die folgende:

Man denke sich in die Richtung des Stromes versetzt, so daß die positive Elektrizität von den Füßen zum Kopf des Beobachters fließt, sein Gesicht der Nadel zugewendet ist; der Strom treibt dann den Nordpol der Nadel nach der linken Seite des Beobachters (vgl. Fig. 442). Unter Richtung eines galvanischen Stromes werden wir immer die Richtung verstehen, in welcher die positive Elektrizität in dem Leitungsdrahte von der elektromotorischen Kraft getrieben wird. Die mit dem Strome schwimmende Ampèresche Figur zeigt also, wenn sie das Gesicht dem Pole zuwendet, die Richtung der auf einen Nordpol ausgeübten Kraft durch ihre ausgestreckte linke Hand. Die Wirkungen auf einen Südpol sind unter gleichen Verhältnissen entgegengesetzt denen auf einen Nordpol.

§ 437. Kraftlinien des galvanischen Stromes. Lassen wir einen vertikal aufgespannten Draht von einem galvanischen Strome durchlaufen, so erleidet ein in der Nähe desselben befindlicher Pol eine elektromagnetische Kraft, welche nach der Ampèreschen Regel gegen den Draht und gegen den vom Drahte nach dem Pole gehenden Radius Vektor senkrecht gerichtet ist. Somit sind die von dem Strome erzeugten Magnetkraftlinien Kreise, deren Axe durch den Draht gegeben ist. Wir können diese Kraftlinien leicht erzeugen, wenn wir den vom Strom durchflossenen Draht durch ein horizontal gestelltes Papierblatt führen, welches mit Eisenfeilspänen bestreut ist. Bei leichter Erschütterung ordnen sich die Späne zu

Kreisen, welche den Draht konzentrisch umgeben (Fig. 443). Wir wollen diese Kraftlinien noch für einen anderen, besonders wichtigen Fall darstellen, für einen im Kreise gebogenen Draht, der mit der Kreisebene vertikal gestellt ist. Wir führen den Draht durch eine in einem leichten Rahmen befestigte Papierscheibe, so daß diese in horizontaler Lage durch den Mittelpunkt des Kreises hindurchgeht. Die Kurven, zu welchen sich die auf die Scheibe gestreuten Eisenfeilspäne infolge der Stromwirkung ordnen, sind in Figur 444 gezeichnet. Wir sehen, daß sie die Ebene des Kreises senkrecht durchschneiden und die Punkte, in welchen der Stromkreis die Ebene des Papiers durchdringt, wirbelförmig umziehen. Wir wollen insbesondere noch beachten, daß die Kraftlinien in der Nähe des Kreismittelpunktes sehr nahe parallel verlaufen; das von dem Strome erzeugte magnetische Feld verhält sich hiernach in der Umgebung des Kreismittelpunktes ebenso wie das Feld des Erdmagnetismus, es ist ein homogenes Feld von konstanter Intensität und Richtung der magnetischen Kraft.

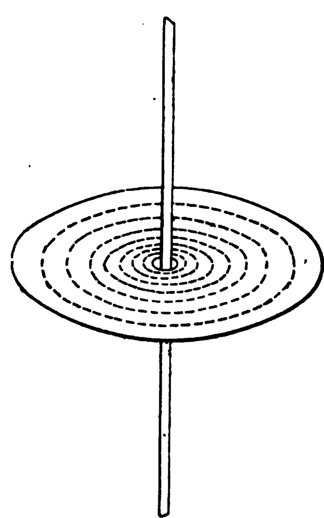


Fig. 443. Kraftlinien eines geradlinigen Stromes.

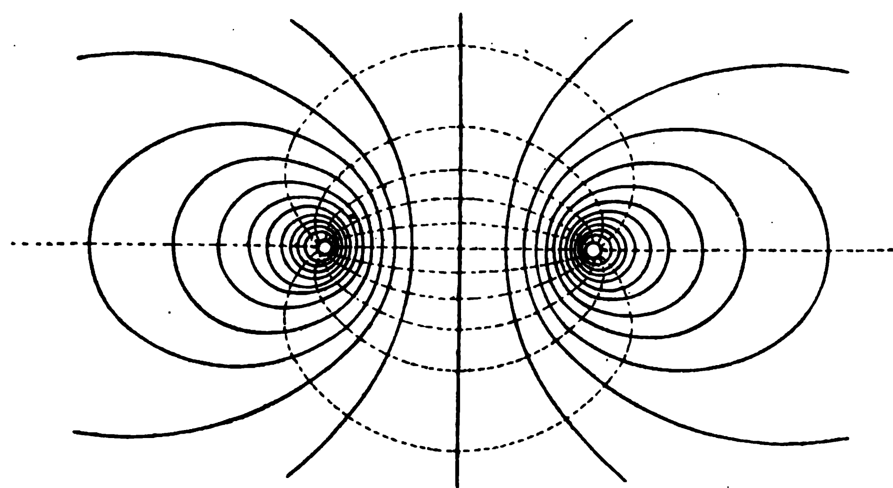


Fig. 444. Kraftlinien eines Kreisstromes.

§ 438. **Die Tangentenbussole.** Von dieser Bemerkung machen wir Gebrauch bei der Konstruktion eines Apparates, der eine Maßbestimmung elektromagnetischer Kräfte und damit auch eine Messung der sie erzeugenden Ströme möglich macht. Wir stellen einen, aus einem Kupfer-

drahte gebildeten Kreisring (Fig. 445) vertikal auf, so daß seine Ebene in den magnetischen Meridian fällt. Der Ring ist unten aufgeschnitten; die Schnittflächen sind von einander isoliert. Auf der einen Seite des Schnittes wird der Strom dem Ringe zu, auf der anderen von ihm weggeführt. Bei kleinem Abstand der Schnittflächen wirkt der Ring wie ein zusammenhängender, von einem in sich zurücklaufenden Strome durchflossener Kreis. In die Mitte des Ringes stellen wir eine Magnetnadel, welche entweder mit einem Hütchen auf einer Spitze, oder um einen vertikalen Suspensionsdraht in horizontaler Ebene leicht drehbar ist. Der Mittelpunkt der Nadel falle zusammen mit dem Mittelpunkt des Kreises, die Nadel sei so kurz, daß ihre beiden Pole noch innerhalb des homogenen Magnetfeldes liegen, welches den Kreismittelpunkt umgiebt (Fig. 444). Die Ruhelage der Nadel fällt in den magnetischen Meridian, d. h. in die Ebene des Kreises, so lange dieser stromlos ist. Die Kraftlinien eines den Kreis durchfließenden Stromes stehen zu seiner Ebene senkrecht. Sobald wir den Strom schließen, wird, der AMPÈREschen Regel entsprechend, der Nordpol in der Richtung der Kraftlinien nach der einen, der Südpol nach der entgegengesetzten Seite getrieben. Die Nadel wird aus der Ebene des magnetischen Meridians abgelenkt, offenbar so weit, bis ihre Axe in die Richtung der aus der elektromagnetischen und der erdmagnetischen Kraft konstruierten Resultante fällt. Die Figur 446 stellt die Nadel aus der Vogelperspektive gesehen dar; C ist ihr Mittelpunkt, N der Nord-, S der Südpol, n und s sind die Projektionen dieser Punkte auf

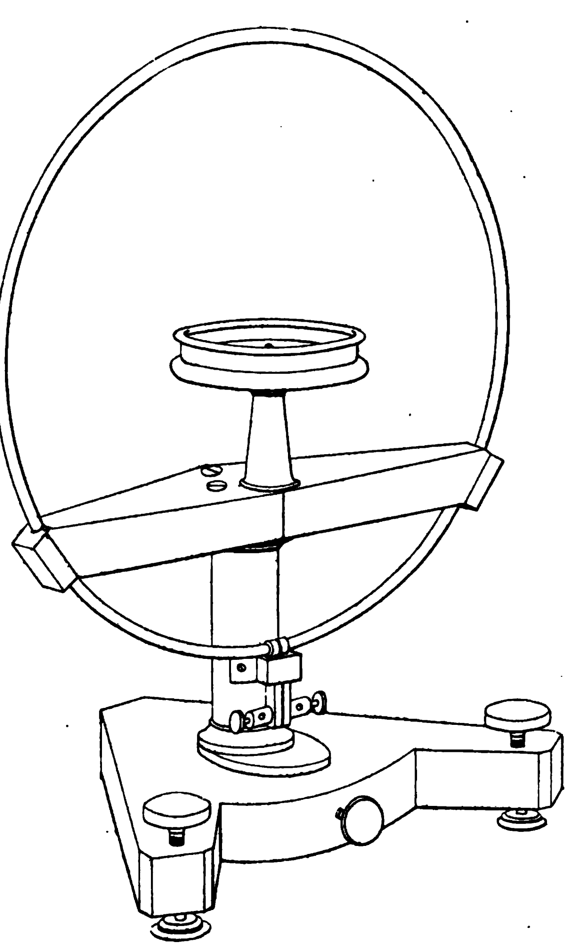


Fig. 445. Tangentenbussole.

die Richtung der horizontalen Komponente des Erdmagnetismus. Bezeichnen wir durch μ die Menge des im Nordpol der Nadel konzentrierten Magnetismus, so ist die von der horizontalen Komponente H des Erdmagnetismus auf ihn ausgeübte Kraft gleich $H\mu$; bei der elektromagnetischen Wirkung liegt die Annahme nahe, daß sie, wie jede auf einen Magnetpol wirkende Kraft, der Polstärke μ proportional sei. Bezeichnen wir dann mit K die Kraft, welche von unserem Kreisstrome auf einen Pol von der Stärke Eins ausgeübt wird, d. h. ist K die Intensität des von dem Strom erzeugten Magnetfeldes, so ist die auf den Pol der Nadel wirkende elektromagnetische Kraft gleich $K\mu$, und die Bedingung für das Gleichgewicht der Nadel wird:

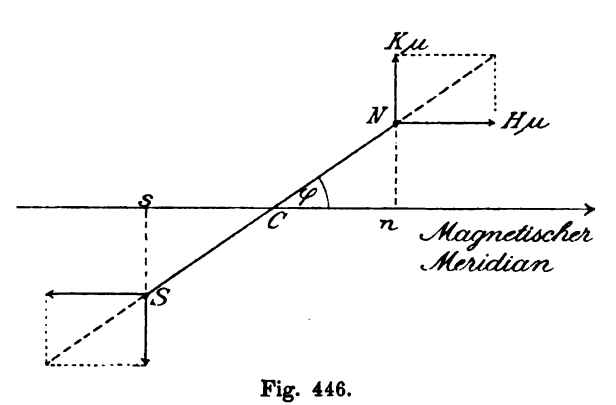


Fig. 446.

$$\frac{K\mu}{H\mu} = \frac{Nn}{Cn}.$$

Bezeichnen wir den Winkel, um den die Nadel aus dem Meridian abgelenkt wird, durch φ, so ist $\frac{Nn}{Cn} = \operatorname{tg}\varphi$ und $K = H \operatorname{tg}\varphi$.

Wir können diese Formel auch auf die Versuche mit der Influenzmaschine anwenden, die wir in § 434 beschrieben haben. Nach unserer Voraussetzung sollten dabei nur kleine Ablenkungswinkel benützt werden; für diese aber ist $\operatorname{tg}\varphi = \varphi$, und die Formel geht daher über in: $K = H \cdot \varphi$. Die Bedeutung von K ist dabei allerdings insofern eine andere, als die Wirkung bei jenen Versuchen von einem Multiplikator mit vielen Windungen herrührte. Jedenfalls wird K proportional mit φ, andererseits war aber φ proportional mit der Stromstärke; es ergiebt sich somit, daß auch K der Stromstärke proportional ist, und dieses Resultat dürfen wir ohne Bedenken auch für den einzelnen Stromkreis als gültig betrachten. Bezeichnen wir demnach die Kraft, welche der von der Stromeinheit durchflossene Kreis auf einen Pol von der Stärke Eins ausübt, durch K_1, die Stromstärke durch c, so ist $K = K_1 c$, und es gilt daher für unseren Kreisring allgemein die Formel:

$$K_1 c = H \operatorname{tg}\varphi .$$

Hier denken wir uns die Stromstärke c durch eine elektrostatische Messung der Elektrizitätsmenge bestimmt, welche in 1 sec durch den Querschnitt des Leitungsdrahtes geht. Die Zahl, die wir in dieser Weise erhalten, nennen wir das elektrostatische Maß der Stromstärke, im

Gegensatz zu anderen Maßen, von denen wir im folgenden zu sprechen haben. Auch über die Umstände, unter denen die vorausgesetzte Messung praktisch ausgeführt werden kann, wird noch berichtet werden.

Lassen wir Ströme von verschiedener Stärke durch den Ring gehen, so verhalten sich die Tangenten der Ablenkungswinkel wie die Stromstärken, und es geben also auch umgekehrt diese Tangenten ein relatives Maß für die Stromstärken. Der in der angegebenen Weise aufgestellte und benützte Kreisring bietet uns somit ein Mittel, um die Stärke von galvanischen Strömen zu vergleichen. Man bezeichnet einen nach diesem Prinzip konstruierten Meßapparat als Tangentenbussole, weil eben die Tangenten der Winkel, um welche die in ihrem Mittelpunkt befindliche Bussolennadel abgelenkt wird, das Maß der Stromstärke bilden.

Die Kraft K_1, welche ein Kreisstrom von der Stärke Eins nach unserem elektrostatischen Maße auf einen in seinem Mittelpunkt befindlichen Pol Eins ausübt, kann nur abhängen von dem Halbmesser des Stromkreises. Man könnte diese Abhängigkeit durch Beobachtungen mit der Tangentenbussole selbst ermitteln, indem man Ringe von verschiedenem Radius benützte. Thatsächlich wurde die Kraft berechnet auf Grund eines Gesetzes, welches von LAPLACE für die elektromagnetische Wirkung aufgestellt wurde, die von einem geradlinigen Elemente eines galvanischen Stromes ausgeübt wird. Wie wir in § 443 zeigen werden, ergiebt sich für die Kraft K_1 der Ausdruck:

$$K_1 = \frac{1}{v} \cdot \frac{2\pi}{r} .$$

Hier bezeichnet $\frac{1}{v}$ einen konstanten Faktor, dessen Wert noch näher zu bestimmen ist. Eine anschauliche Bedeutung ergiebt sich für den Faktor $\frac{1}{v}$, wenn wir $r = 2\pi$ setzen; es wird dann $K_1 = \frac{1}{v}$, und wir erhalten daher den Satz: $\frac{1}{v}$ ist der Wert der Kraft, die ein Kreisstrom von der Stärke $c = 1$ nach elektrostatischem Maße auf einen in seinem Mittelpunkt befindlichen Pol von der Stärke Eins ausübt, wenn der Halbmesser des Stromkreises gleich 2π ist. Substituieren wir den für K_1 gegebenen Wert in der Formel der Tangentenbussole, so wird diese:

$$\frac{c}{v} = \frac{r}{2\pi} H \operatorname{tg} \varphi .$$

Bei einer aus mehreren Windungen bestehenden Tangentenbussole wird die Kraft K_1 der Windungszahl n proportional sein, so daß man die Formel erhält:

$$\frac{c}{v} = \frac{r}{2n\pi} H \operatorname{tg} \varphi .$$

§ 439. Elektrostatisches und elektromagnetisches Maß der Stromstärke. Wir haben die Stromstärke in § 434 definiert als die gesamte Menge von Elektrizität, welche in einer Sekunde durch den Querschnitt des Leitungsdrahtes fließt. Wenn wir diese Elektrizitätsmenge durch die

Wirkung messen, welche sie nach dem COULOMBschen Gesetze auf eine ihr gleiche in der Entfernung Eins ausübt, also nach dem in § 357 eingeführten absoluten elektrostatischen Maße, so sagen wir, daß auch die Stärke des galvanischen Stromes in elektrostatischem Maße bestimmt sei.

Diesem elektrostatischen Maße stellen wir nun ein anderes gegenüber, welches wir als das elektromagnetische Maß der Stromstärke bezeichnen. Zu seiner Einführung kommen wir durch die Überlegung, daß es nicht nötig und fürs erste jedenfalls nicht bequem ist, die elektromagnetischen Messungen auf die schwierigen elektrostatischen zu reduzieren. Es erscheint in vieler Hinsicht besser, für die Zwecke des Elektromagnetismus ein neues Maßsystem einzuführen, welches nur die magnetischen Maße und die mit großer Genauigkeit auszuführenden magnetischen Messungen zu seiner Voraussetzung hat. Zu einem solchen Maße gelangen wir in einfachster Weise, wenn wir das v-fache der elektrostatischen Stromeinheit als ein neues Maß der Stromstärke benützen; der Wert einer Stromstärke in diesem neuen Maß, ist dann v-mal kleiner als in dem elektrostatischen. Bezeichnen wir die Stromstärke in elektrostatischem Maße wie bisher durch c, so ist ihr Wert in dem neuen elektromagnetischen Maße gleich $\frac{c}{v}$. Für diesen Bruch aber gilt die Gleichung:

$$\frac{c}{v} = \frac{r}{2n\pi} H \operatorname{tg} \varphi ;$$

er hängt in der That nur von dem Halbmesser r des Ringes und von der Horizontalintensität des Erdmagnetismus, nicht von elektrostatischen Messungen ab. Bezeichnen wir die Stärke des galvanischen Stromes in diesem elektromagnetischen Maße durch i, so ist:

$$i = \frac{c}{v} = \frac{r}{2n\pi} H \operatorname{tg} \varphi .$$

Die Einheit der elektromagnetischen Stromstärke würde somit durch einen Strom gegeben sein, welcher der Nadel einer Tangentenbussole mit einer Windung und mit einem Halbmesser von $r = 2\pi$ cm eine Ablenkung von 45^0 erteilte, an einem Orte, wo die horizontale Intensität des auf die Nadel wirkenden Magnetfeldes $H = 1 \text{ cm}^{-\frac{1}{2}} \cdot \text{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{sec}^{-1}$ wäre.

Das Magnetfeld, welches die von dem Strom durchflossene Windung der Tangentenbussole in ihrem Mittelpunkt erzeugt, hat unter diesen Umständen gleichfalls die Intensität Eins; hiernach ist der Strom Eins nach elektromagnetischem Maße auch dadurch definiert, daß er, einen Kreis vom Halbmesser $r = 2\pi$ durchfließend, im Mittelpunkt desselben ein Magnetfeld von der Stärke Eins erzeugt. Zugleich giebt die Konstante v die Anzahl der elektrostatischen Einheiten, welche der Strom Eins nach elektromagnetischem Maße in 1 sec durch den Querschnitt des Leitungsdrahtes führt, denn für $i = 1$ ergiebt sich $c = v$.

Aus der für die Strommessung mit der Tangentenbussole geltenden Formel folgt, daß die elektromagnetische Stromstärke erhalten wird, wenn man die Intensität eines Magnetfeldes mit einer Länge multipliziert. Hieraus folgt mit Rücksicht auf die in § 334 angegebene Dimension jener Intensität die Dimension der elektromagnetischen Stromstärke:

$$[i] = \mathrm{cm}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}^{-1}.$$

Die Stromstärke in elektrostatischem Maße ist definiert als die in der Sekunde durch den Querschnitt des Leitungsdrahtes fließende Elektrizitätsmenge. Wir erhalten sie, wenn wir die in einer beliebigen Zeit durchfließende Elektrizitätsmenge mit dieser Zeit dividieren. Die Dimension der elektrostatischen Stromstärke ist somit die einer Elektrizitätsmenge dividiert durch eine Zeit; also nach § 357:

$$[c] = \mathrm{cm}^{\frac{3}{2}} \cdot \mathrm{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}^{-2}.$$

Zu demselben Resultat führt die folgende Betrachtung. Wir nehmen an, es seien uns in elektrostatischem Maße die Mengen ε_p und ε_n von positiver und negativer Elektrizität gegeben, welche in der Längeneinheit eines Leitungsdrahtes in Strömung begriffen sind, und außerdem die Geschwindigkeiten $\mathfrak{g}_p$ und $\mathfrak{g}_n$ ihrer Bewegung. Dann ist die gesamte Menge von Elektrizität, welche in einer Sekunde durch den Querschnitt des Drahtes geht, d. h. die elektrostatisch gemessene Stromstärke

$$c = \varepsilon_p \mathfrak{g}_p + \varepsilon_n \mathfrak{g}_n.$$

Nun erhalten wir ε_p und ε_n, wenn wir die in einem beliebigen Stück des Leitungsdrahtes enthaltenen strömenden Elektrizitätsmengen durch seine Länge dividieren; ihre Dimension ist somit:

$$[\varepsilon_p] = [\varepsilon_n] = \mathrm{cm}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}^{-1}.$$

Die Dimensionen der Geschwindigkeiten $\mathfrak{g}_p$ und $\mathfrak{g}_n$ sind:

$$[\mathfrak{g}_p] = [\mathfrak{g}_n] = \mathrm{cm} \cdot \mathrm{sec}^{-1}.$$

Somit ist die Dimension der elektrostatischen Stromstärke:

$$[c] = \mathrm{cm}^{\frac{3}{2}} \cdot \mathrm{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}^{-2}.$$

Den Quotienten $\frac{c}{v}$ haben wir als elektromagnetische Stromstärke i eingeführt; das Verhältnis der Maßzahlen der elektrostatischen und elektromagnetischen Stromstärke ist somit:

$$\frac{c}{i} = v.$$

Aus den Dimensionen von c und i ergiebt sich, daß die Konstante v die Dimension einer Geschwindigkeit hat, ein Resultat, welches sofort ein eigentümliches Interesse gewinnen wird.

§ 440. Bestimmung der Konstanten v, des Verhältnisses der elektrostatischen und elektromagnetischen Stromstärke. Ein Prinzip, nach welchem eine Bestimmung der in dem vorhergehenden Paragraphen eingeführten Konstanten v ausführbar erscheint, ergiebt sich aus dem in § 434 besprochenen Versuche über die elektromagnetische Wirkung einer konvektiven Strömung. Wir denken uns einen Konduktorring mit positiver Elektrizität geladen, so daß auf die Längeneinheit ε elektrostatische Einheiten kommen; wenn wir den Ring um seine horizontal gedachte Figurenaxe in Rotation setzen, so daß die lineare Geschwindigkeit seines Umfanges $\mathfrak{g}$ cm · sec^{-1} beträgt, so wird in der Sekunde die Elektrizitätsmenge $\varepsilon\mathfrak{g}$ durch den Querschnitt des von dem Ringe erfüllten Kanales geführt. Die Drehung des Ringes erzeugt also einen konvektiven Strom, dessen Stärke in elektrostatischem Maße gleich $\varepsilon\mathfrak{g}$ ist. In der Mitte des Ringes können wir nun eine Magnetnadel gerade so aufhängen, wie in dem Ringe einer Tangentenbussole. Wenn sie bei ruhendem Ringe durch ein magnetisches Feld in die Ebene des Ringes gestellt wird, so wird sie bei rotierendem Ringe aus dieser Ebene abgelenkt, und es gilt dann die Formel von § 438:

$$\frac{\varepsilon\mathfrak{g}}{v} = \frac{r}{2\pi}\,\mathfrak{H}\,\operatorname{tg}\varphi,$$

wenn $\mathfrak{H}$ die horizontale Intensität des Magnetfeldes, r den Halbmesser des Ringes und φ den Ablenkungswinkel bezeichnet. Die elektrische Ladung ε, die Geschwindigkeit $\mathfrak{g}$, der Halbmesser r sind nach bekannten Methoden zu bestimmen. Würde außerdem die Feldintensität $\mathfrak{H}$ und der Winkel φ gemessen, so könnte die Konstante v berechnet werden. An der letzten Messung scheitert die praktische Ausführung der Bestimmung; die Ablenkung φ bleibt äußerst klein, selbst in einem sehr schwachen Felde, und es fehlt daher die Möglichkeit einer einigermaßen sicheren Bestimmung. Von theoretischem Standpunkte aus ist die Methode aber auch deshalb von Interesse, weil sie die Bedeutung von v als einer Geschwindigkeit unmittelbar anschaulich macht. Nach unserer Definition ist ja $\frac{\varepsilon\mathfrak{g}}{v}$ die Stromstärke in elektromagnetischem Maße. Nehmen wir an, daß auf der Längeneinheit des Ringes die Elektrizitätsmenge Eins nach elektrostatischem Maße sich befinde, so können wir fragen, mit welcher Geschwindigkeit wir den Ring drehen müssen, um die Einheit der elektromagnetischen Stromstärke zu erhalten. Man findet aus der Gleichung $\frac{\varepsilon\mathfrak{g}}{v} = 1$ mit ε gleich Eins $\mathfrak{g} = v$. Hiernach ist v die Geschwindigkeit, mit welcher ein auf der Längeneinheit mit der Elektrizitätsmenge Eins geladener Ring um seine Figurenaxe gedreht werden muß, um den Strom Eins nach elektromagnetischem Maße zu erhalten. Aus den nach anderen Methoden ausgeführten Bestimmungen ergiebt sich:

$$v = 3 \times 10^{10} \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-1},$$

eine Geschwindigkeit von 300000 km in der Sekunde, die Geschwindig-

keit des Lichtes im leeren Raum. In diesem ungeheueren Wert liegt natürlich auch der Grund für die Schwierigkeit, die eine Bestimmung von v aus den Wirkungen einer konvektiven Strömung darbietet.

Im Laufe der Zeit ist eine ganze Reihe von Methoden gefunden und ausgearbeitet worden, welche zu einer numerischen Bestimmung der Konstanten v dienen können. Wir wollen von diesen nur eine erwähnen, nach welcher Weber und Kohlrausch die erste Messung von v ausgeführt haben. Sie maßen zunächst elektrostatisch die Ladung einer Leidener Flasche. Darauf entluden sie die Flasche durch die Windungen einer Tangentenbussole und maßen so den Entladungsstrom nach elektromagnetischem Maße. Die Schwierigkeit der Bestimmung liegt, von den elektrostatischen Messungen abgesehen, darin, daß der Entladungsstrom der Nadel der Tangentenbussole nur einen momentanen Impuls erteilt; sie bekommt dadurch eine gewisse Winkelgeschwindigkeit und schwingt, ähnlich einem ballistischen Pendel, aus der Ebene des magnetischen Meridians heraus, bis die Geschwindigkeit durch die Gegenwirkung der Horizontalintensität aufgehoben ist. Gegenstand der Beobachtung ist der maximale Ausschlag, welchen die Nadel erreicht. Wie man aus diesem die elektromagnetische Stärke des Stromes berechnet, ergiebt sich aus einer auf den Galileischen Prinzipien ruhenden Untersuchung der Bewegung, deren Ausführung eine Aufgabe der Mathematik ist. Man übersieht jedenfalls, daß auf dem angegebenen Wege derselbe Strom elektrostatisch und elektromagnetisch gemessen werden kann. Ist c die berechnete Stärke im ersten, i im zweiten Falle, so ist:

$$\frac{c}{i} = v.$$

Weber und Kohlrausch fanden:

$$v = 3{,}111 \times 10^{10}\ \mathrm{cm} \cdot \mathrm{sec}^{-1},$$

während das Mittel der neuesten Messungen

$$v = 3{,}012 \times 10^{10}\ \mathrm{cm} \cdot \mathrm{sec}^{-1}$$

ist. Der Wert stimmt, wie schon erwähnt, mit der Lichtgeschwindigkeit völlig überein.

Aus der Beziehung

$$c = v \cdot i$$

folgt, wie schon erwähnt, daß für $i = 1$, d. h. für die Einheit der elektromagnetischen Stromstärke, $c = v$ wird; die Konstante v giebt die Anzahl der elektrostatischen Einheiten, welche bei dem Strom Eins nach elektromagnetischem Maße in einer Sekunde durch den Querschnitt des Leiters fließen. Diese Zahl ist somit gleich 3×10^{10}. Hierdurch werden die Bemerkungen, welche wir über das Verhältnis der bei den Strömen galvanischer Elemente bewegten Elektrizitätsmengen zu den Ladungen der Elektrostatik gemacht haben, von neuem bestätigt. Eine Anzahl von 3×10^9 elektrostatischen Einheiten haben wir in § 357 als ein Coulomb bezeichnet; wir sehen also, daß der Strom Eins nach elektro-

magnetischem Maße in der Sekunde 10 Coulomb durch den Querschnitt des Leiters führt.

§ 441. Das technische Maß der Stromstärke. In der Praxis gebraucht man als Einheit bei der Messung von Stromstärken das Ampère; Ein Ampère ist gleich dem zehnten Teil der elektromagnetischen Einheit des Stromes,

$$1 \text{ Ampère} = 0{,}1 \text{ cm}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{g}^{\frac{1}{2}} . \text{sec}^{-1}.$$

Die Elektrizitätsmenge, welche bei dem Strom von 1 Ampère in der Sekunde durch den Querschnitt des Leiters fließt, ist somit gleich 1 Coulomb, und auf dieser Bestimmung beruht natürlich die zuerst einigermaßen willkürlich scheinende Einführung dieser Maßeinheit.

Die Strommessung mit der Tangentenbussole liefert die Stromstärke in absolutem elektromagnetischem Maße. Multipliziert man die erhaltene Zahl mit 10, so hat man die Stromstärke ausgedrückt in Ampère. Die in der Praxis gebräuchlichen Meßapparate, die Ampèremeter, beruhen auf der Anziehung, die ein Körper aus weichem Eisen in dem Felde einer galvanischen Spirale erleidet (vgl. § 455); die Teilung, die auf empirischem Wege hergestellt wird, giebt die Stromstärke in Ampère.

§ 442. Äquivalenz zwischen galvanischer Spirale und Magnet. Für die Untersuchung der elektromagnetischen Wechselwirkung bietet die Tangentenbussole besonders einfache Verhältnisse dar, weil alle Elemente des Drahtringes von dem Mittelpunkt der Nadel gleichweit entfernt sind und alle gleichviel zu der Gesamtwirkung beitragen. Ein anderer Fall elektromagnetischer Wirkung, bei welchem gleichfalls einfache Gesetze sich ergeben, wird durch die Fernwirkung einer galvanischen Spirale dargestellt. Auf einen Cylinder von kreisförmigem, unter Umständen auch elliptischem oder rechtwinkligem Querschnitt winden wir einen umsponnenen Kupferdraht in einer gewissen Zahl von Windungen nebeneinander und von Windungslagen übereinander auf. Wenn wir durch die Drahtwindungen einen Strom gehen lassen, so haben wir das, was wir als eine galvanische Spirale bezeichnen. Die Axe des Cylinders, welche zugleich die gemeinsame Axe der Windungen ist, nennen wir die galvanische Axe der Spirale. Legen wir in die Richtung des Stromes eine menschliche Figur, welche das Gesicht gegen das Innere der Spirale kehrt, so zeigt sie mit dem ausgestreckten linken Arm nach dem Ende der Spiralaxe, welches wir das positive nennen; das andere Ende ist dann natürlich das negative. Wir verstehen außerdem unter Stromfläche der Spirale die Summe der von sämtlichen Windungen eingeschlossenen Flächen; bei der Berechnung wird jede Windung durch den Kreis ersetzt, in dem sie sich auf eine zur Axe senkrechte Ebene projiziert, auf Grund einer Überlegung, welche der auf den Ring der Tangentenbussole angewandten ähnlich ist. Wenn wir diese Festsetzungen treffen, so lassen sich alle elektromagnetischen Fernwirkungen der Spirale, d. h. ihre Wirkungen auf Punkte, deren Entfernung von der Spirale

groß ist im Vergleich mit den Querdimensionen der letzteren, durch den einfachen Satz bestimmen:

Die elektromagnetischen Fernwirkungen einer galvanischen Spirale sind identisch mit den Wirkungen eines Magnets, dessen Nordpol in dem positiven, dessen Südpol in dem negativen Ende der Spiralaxe liegt, und dessen magnetisches Moment gleich dem Produkt aus der Stromfläche und der elektromagnetisch gemessenen Stromstärke ist. Wir bezeichnen dieses Produkt auch als galvanisches Moment der Spirale, den Magne welcher die Spirale in ihren elektromagnetischen Fernwirkungen ersetzen kann, als den mit ihr äquivalenten Magnet. Diese Verhältnisse sind durch Figur 447 anschaulich gemacht; die Pfeile deuten die Stromrichtung an, die stärker gezogenen Teile der Spiralwindungen sind als die vornliegenden gedacht, *n* und *s* sind die Pole einer um *C* drehbaren Bussolennadel.

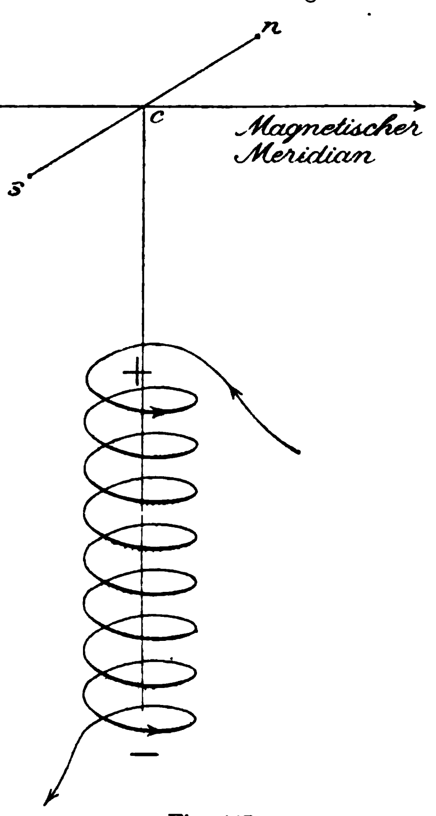


Fig. 447.
Galvanische Spirale und Magnet.

§ 443. Das Biot-Savartsche Gesetz. Auf Grund des vorhergehenden Satzes und mit Hilfe gewisser hypothetischer Annahmen ist es möglich, das Gesetz für die elektromagnetische Wirkung eines Stromelementes, d. h. eines kleinen, geraden Stückes von einem galvanischen Strom zu ermitteln. Wir teilen das Resultat der Untersuchung im folgenden mit. Bezeichnen wir (Fig. 448) durch l die Länge des Elementes, durch i die elektromagnetische Stromstärke, durch $\mathfrak{m}$ die Stärke eines magnetischen Poles, durch r seine Entfernung von dem Elemente, endlich durch α den Winkel, welchen die Richtung der Entfernung mit der des Elementes einschließt, so ergiebt sich für die Größe der Kraft:

$$k = \frac{i\,\mathfrak{m}\,l}{r^2} \sin\alpha\,.$$

Hier ist $\frac{\mathfrak{m}}{r^2}$ nichts anderes als die Stärke der magnetischen Kraft, welche von dem Pole $\mathfrak{m}$ an der Stelle des Elementes ausgeübt wird.

Bezeichnen wir diese durch $\mathfrak{H}$, so erhalten wir für die elektromagnetische Wirkung den anderen Ausdruck:

$$k = i\,\mathfrak{H}\,l\sin\alpha.$$

Die Kraft erscheint ausgedrückt durch Dynen, wenn die elektromagnetische Stromstärke i und die Feldintensität $\mathfrak{H}$ in den absoluten Einheiten des cm · g · sec-Systems (§ 439 und 334) gegeben und l nach Centimetern gemessen ist.

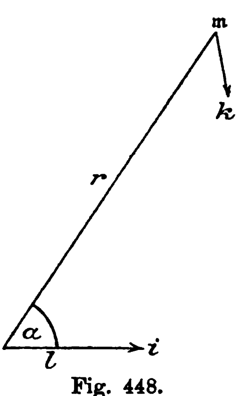


Fig. 448.

Das Gesetz wurde zuerst von Laplace ausgesprochen auf Grund von Beobachtungen, welche Biot und Savart über die elektromagnetische Wirkung eines sehr langen geradlinigen Leitungsdrahtes angestellt hatten. Bei der Tangentenbussole stehen die Elemente des Stromringes auf der Linie senkrecht, welche sie mit einem im Mittelpunkte des Ringes angenommenen Pole verbindet, es ist $\sin\alpha = 1$. Für diesen speziellen Fall hätte man das Gesetz durch Beobachtungen mit der Tangentenbussole ermitteln können; umgekehrt ist die in § 438 benützte Formel mit Leichtigkeit aus dem Gesetze zu entwickeln.

Wir führen zunächst an Stelle des elektromagnetischen das elektrostatische Maß der Stromstärke ein; mit $i = \frac{c}{v}$ ergiebt sich dann für die Wirkung eines Elementes, das zu der Entfernung r senkrecht steht:

$$k = \frac{c}{v}\cdot\frac{\mathfrak{m}}{r^2}\,l.$$

Wenn der Pol $\mathfrak{m}$ im Mittelpunkte eines vom Strom durchflossenen Kreisringes sich befindet, so ist die Entfernung r für alle Elemente des Ringes die gleiche. Wir erhalten somit die von dem ganzen Ringe ausgeübte Kraft, wenn wir an Stelle von l die ganze Kreisperipherie, d. h. $2\pi r$ setzen; die Kraft ist also gegeben durch:

$$\frac{c}{v}\cdot\frac{2\pi}{r}\cdot\mathfrak{m}.$$

Bezeichnen wir die Kraft, welche von dem Strome $c = 1$ nach elektrostatischem Maße auf den Pol Eins ausgeübt wird, wie früher durch K_1, so ergiebt sich:

$$K_1 = \frac{1}{v}\cdot\frac{2\pi}{r},$$

und dies ist in der That die Formel von § 438.

Die elektromagnetische Wirkung eines Stromelementes kehrt sich mit der Richtung des Stromes um; werden zwei gleich lange, unmittelbar nebeneinander liegende Stromelemente in entgegengesetzten Richtungen von gleichen Strömen durchflossen, so zerstören sich ihre Wirkungen wechselseitig. Ist $\alpha = 0$, fällt also das Stromelement in die Richtung einer von dem Pol ausgehenden Magnetkraftlinie, so verschwindet die Wirkung.

§ 444. Die Bifilarrolle. Prinzip der Gleichheit von Aktion und Reaktion. Die elektromagnetischen Elementarwirkungen unterscheiden sich von

anderen Fernwirkungen der Physik dadurch, daß sie nicht in die Richtung der Entfernung fallen, sondern zu ihr senkrecht stehen. Es ist nicht überflüssig, durch einen besonderen Versuch die Gültigkeit des Prinzips der Gleichheit von Aktion und Reaktion für diese neuen Kräfte festzustellen. Um dies zunächst für gewisse Gesamtwirkungen derselben zu thun, hängen wir eine galvanische Spirale an den Drähten, durch welche wir den Strom zuführen, auf, so daß sie sich in horizontaler Ebene frei drehen kann (Fig. 449 und 450). Schließen wir den Strom, so bemerken wir sofort, daß die Spirale durch eine Magnetnadel, die wir in ihre Nähe oder parallel mit den Windungsebenen in ihr Inneres halten, abgelenkt wird. Schon durch den Erdmagnetismus wird eine Drehung der Spirale erzeugt, wenn wir sie so hängen, daß ihre Axe sich ohne Strom zu dem magnetischen Meridian senkrecht stellt. Gegen den Erdmagnetismus und gegen fernwirkende Magnete verhält sich die Spirale genau so, wie der in § 442 eingeführte äquivalente Magnet. Es ergiebt sich hieraus die Möglichkeit, bei der Bestimmung der Horizontalintensität des Erdmagnetismus an Stelle des Hauptstabes eine galvanische Spirale zu benützen und die magnetischen Messungen durch elektromagnetische zu ersetzen.

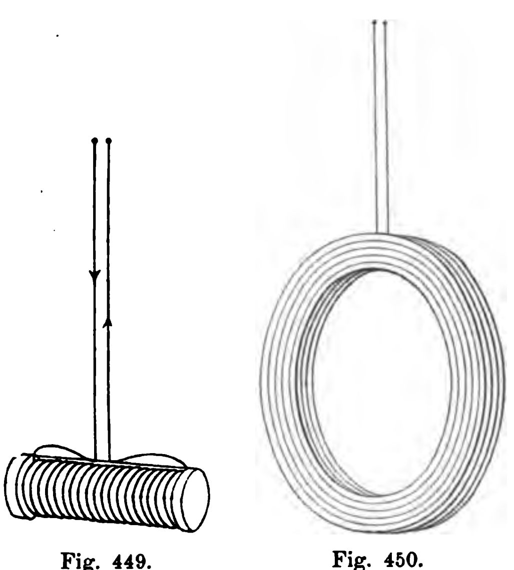


Fig. 449. Fig. 450.
Bifilarrollen.

Das Prinzip der Gleichheit von Aktion und Reaktion möge endlich noch zu einer Bemerkung über den Ausdruck benützt werden, den wir in § 443 für die elektromagnetische Kraft gegeben haben:

$$k = i\mathfrak{H}l \sin \alpha .$$

Wird das Kraftfeld durch festliegende Magnete erzeugt, und ist das Stromelement l in dem Felde beweglich, so stellt k umgekehrt die Wirkung dar, welche auf das Stromelement ausgeübt wird. Dabei ist α der Winkel, den die das Element durchschneidende Kraftlinie mit der Stromrichtung bildet. Fällt das Element in die Richtung der Kraftlinie, so ist die Wirkung Null.

Die Bewegung eines geradlinigen Leiters in einem magnetischen Felde kann man mit dem in Figur 451 dargestellten Apparate zeigen. Zu beiden Seiten der Polfläche eines kräftigen Elektromagneten befinden sich zwei horizontale parallele Kupferschienen; sie werden leitend ver-

bunden durch einen Draht, der mit zwei ausgedrehten, kupfernen Rollen auf die Schienen aufgesetzt ist, so daß er leicht auf ihnen rollt. Sobald

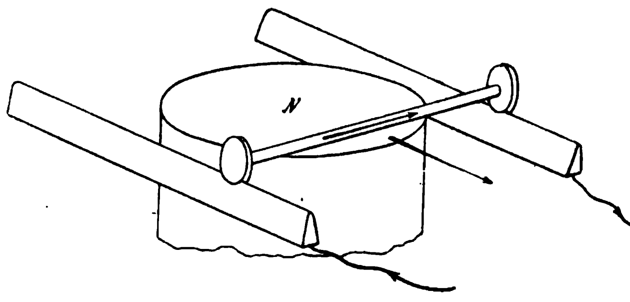
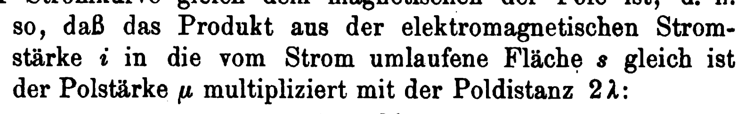
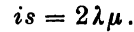


Fig. 451.

der Elektromagnet erregt und ein Strom durch den Kupferdraht geleitet wird, gerät dieser ins Rollen, nach der einen oder anderen Seite, je nach der Richtung des Stromes.

§ 445. Die magnetischen Doppelflächen. Der Satz, daß eine galvanische Spirale in ihren elektromagnetischen Fernwirkungen äquivalent ist mit einem Magnet, gilt, der Erfahrung zufolge, auch für jede einzelne Windung; verbinden wir ihre Endpunkte, so erhalten wir eine in sich geschlossene Kurve, welche nur wenig von einer ebenen abweicht. Wir werden den Satz von der Äquivalenz demnach auch für eine ebene geschlossene Kurve, die, ähnlich wie der Kreis der Tangentenbussole, von einem in sich zurücklaufenden Strom durchflossen wird, als richtig annehmen. Um den für die Fernwirkungen mit dem Strom äquivalenten Magnet zu finden, errichten wir in der Mitte der Stromfläche eine Senkrechte, die galvanische Axe; ihr positives Ende bestimmen wir in derselben Weise wie in § 442 durch die Ampèresche Figur. In den positiven Endpunkt der Axe legen wir einen Nordpol von der Stärke μ, in den negativen Endpunkt einen Südpol $-\mu$, so daß das galvanische Moment der Stromkurve gleich dem magnetischen der Pole ist, d. h.


so, daß das Produkt aus der elektromagnetischen Stromstärke i in die vom Strom umlaufene Fläche s gleich ist der Polstärke μ multipliziert mit der Poldistanz 2λ:



$$is = 2\lambda\mu.$$

In Figur 452 ist die Lage der Pole gegen die Stromfläche für den Fall einer rechteckigen Stromkurve gezeichnet. Man sieht, daß die Länge 2λ der Axe bis zu einem gewissen Grade willkürlich ist, da nur ihr Produkt mit der Polstärke einen gegebenen Wert haben muß; hat man eine bestimmte Länge für die Axe gewählt, so ist die zugehörige Polstärke bestimmt.

Fig. 452.

Wir wollen nun zeigen, daß ein analoger Satz auch existiert für die Wirkung, welche ein beliebiger geschlossener Strom auf einen beliebig nahe liegenden Magnetpol P ausübt, vorausgesetzt nur, daß man die

Strombahn als eine lineare betrachten kann. Zu diesem Zwecke legen wir zuerst durch die Stromkurve eine Fläche, die Stromfläche, von welcher wir nur voraussetzen, daß sie den Pol P nicht durchschneidet. Wir ziehen auf dieser Fläche zwei Systeme von Kurven (Fig. 453), so daß die ganze Stromfläche in viereckige oder dreieckige Stücke s zerschnitten wird, die wir durch Regulierung des Kurvenabstandes beliebig klein machen können. Diese Stücke denken wir uns alle im selben Sinne umlaufen von Strömen, welche gleiche Stärke mit dem gegebenen Strom besitzen. Wir sehen dann leicht, daß die Wirkungen aller im Innern der Stromfläche liegenden Stromstücke sich wechselseitig zerstören, daß nur die Wirkungen des Randes übrig bleiben. Wenn also Richtung und Stärke der die Rechtecke umziehenden Elementarströme mit Richtung und Stärke des gegebenen Stromes übereinstimmt, so ist ihre Gesamtwirkung mit der Wirkung des ersteren identisch. Nun können wir aber die Rechtecke s stets so klein machen, daß der Äquivalenzsatz auf sie anwendbar ist; jeden der Elementarströme können wir demnach ersetzen durch ein Paar von Magnetpolen, deren Stärke und Distanz durch die Gleichung $2\lambda\mu = is$ gegeben ist. Bei konstantem λ entstehen auf diese Weise zwei Parallelflächen zu der durch die Stromkurve ursprünglich gelegten Fläche, von denen die eine mit positivem, die andere mit negativem magnetischen Fluidum von der Dichte $\frac{\mu}{s} = \frac{i}{2\lambda}$ belegt ist. Die elektromagnetische Wirkung des Stromes ist dann dieselbe, wie die jener magnetischen Doppelfläche.

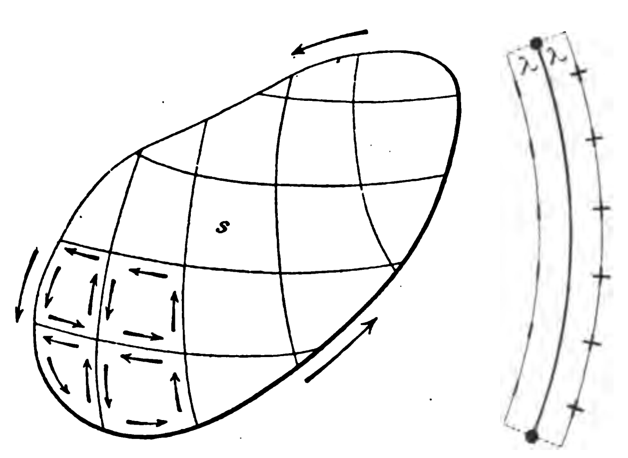


Fig. 453. Magnetische Doppelfläche und geschlossener galvanischer Strom.

Man kann den vorhergehenden Satz in Anwendung bringen auf ein System geschlossener galvanischer Ströme, die in irgend einer Weise einen gegebenen Raum erfüllen. Man findet dann eine Verteilung magnetischer Massen in demselben, deren magnetische Fernwirkungen mit den elektromagnetischen Wirkungen des Stromsystems übereinstimmen. Umgekehrt kann man die Wirkungen gegebener magnetischer Massen ersetzen durch die elektromagnetischen Wirkungen eines mit ihnen äquivalenten Stromsystems. So kann man die in § 340 besprochene ideale Verteilung des Erdmagnetismus durch ein System von fingierten galvanischen Strömen

ersetzen, die über die Oberfläche der Erde ausgebreitet sind.[1] Man kann ebenso die mit der Sonne umlaufenden Magnetpole, durch die wir in § 343 die täglichen Variationen des Erdmagnetismus erklärt haben, ersetzen durch galvanische Ströme, die in der Atmosphäre der Erde zirkulieren. Diese Bemerkung hat ein besonderes Interesse deshalb, weil die Annahme nahe liegt, daß der wahre Grund des Erdmagnetismus nicht in einer Verteilung magnetischer Massen, sondern in der Existenz galvanischer Ströme im Innern und in der Atmosphäre der Erde zu suchen sei. In der That hat man bei Telegraphenlinien schon lange das Auftreten sogenannter Erdströme bemerkt.[2] Die Beobachtungen gestatten aber noch nicht, den konstanten Teil der Ströme von den

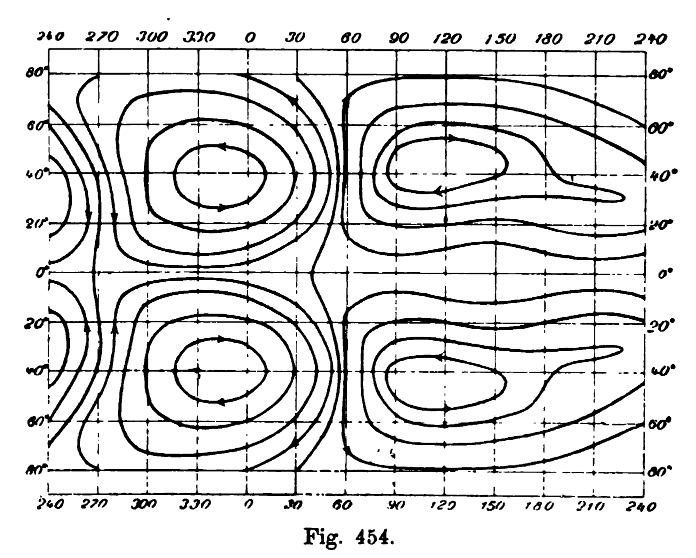


Fig. 454.

Oscillationen und Stromstößen zu trennen, die ein Analogon zu den unregelmäßigen Änderungen des Erdmagnetismus bilden. Man kann daher zur Zeit auch über den Zusammenhang jener Ströme mit dem beharrlichen Magnetismus der Erde kein Urteil fällen. Was aber elektrische Bewegungen in der Atmosphäre der Erde anbelangt, so ist es wahrscheinlich, daß das Nordlicht eine Folge solcher Bewegungen ist. Figur 454 giebt ein Bild der Ströme, die man sich in der Atmosphäre über der Erdoberfläche zirkulierend denken kann, um die Erscheinungen der täglichen Variation zu erklären; das ganze Stromsystem folgt, ebenso wie die Pole von § 343, dem täglichen Umlauf der Sonne.[3]

[1] Riecke, Beiträge zur Lehre vom induzierten Magnetismus. Wied. Ann. 1881. Bd. 13. p. 505.

[2] von Stephan, Die Erdstromaufzeichnungen in den deutschen Telegraphenleitungen. Ber. d. Berl. Akad. 1886. XXXIX. 29. Juli.

[3] Schuster, The Diurnal Variation of terrestrial Magnetism. Phil. Transact. Roy. Soc. London. Vol. 180 (1889), A, p. 467.

§ 446. Magnetfeld im Innern einer galvanischen Spirale. Für die folgenden, sowie für manche späteren Anwendungen ist die Kenntnis der magnetischen Kraft von Wichtigkeit, welche eine galvanische Spirale auf einen Punkt in ihrem Innern ausübt. Ihre Verhältnisse sind besonders einfach bei einer Spirale, deren Länge groß ist gegen ihren Querschnitt; die Kraft ist dann im Innern in großer Ausdehnung bis nahe an die Enden der Spirale konstant, der Axe parallel gerichtet. Am einfachsten überzeugt man sich von der Richtigkeit dieses Satzes, wenn man auf einer in das Innere der Spirale geschobenen Platte die Magnetkraftlinien mit Hilfe von Eisenfeilspänen herstellt (Fig. 455). Die in Wirklichkeit dicht aneinander liegenden Windungen der Spirale sind in der Figur der Deutlichkeit halber auseinandergezogen.

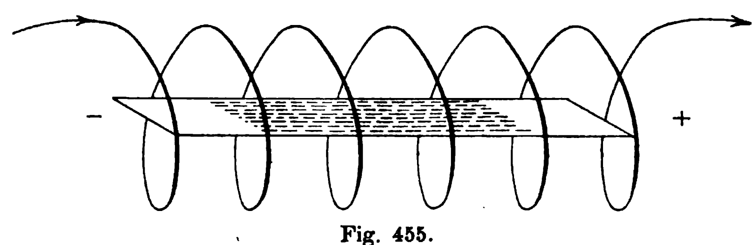


Fig. 455.

Ist die Stromstärke i, die Zahl der Windungen, die auf die Längeneinheit der Axe kommen, gleich n, so ist die Kraft $\mathfrak{H} = 4\pi n i$; also gleich 4π multipliziert mit der auf die Längeneinheit der Axe kommenden Stromstärke. Ist die Gesamtzahl der Windungen gleich z, die Länge der Spirale gleich l, so ist:

$$\mathfrak{H} = 4\pi \frac{z}{l} i \, \mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}^{-1} ,$$

wenn i in elektromagnetischem Maße, $\mathrm{cm}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}^{-1}$, l in Centimetern gegeben wird.

II. Kapitel. Der induzierte Magnetismus.

§ 447. Elektromagnete. Wenn der galvanische Strom auf den permanenten Magnetismus des Stahles wirkt, so ist von vornherein zu vermuten, daß er auch auf den Magnetismus im weichen Eisen einwirkt und zwar, der entgegengesetzten Wirkung auf nördliche und südliche Pole entsprechend, so, daß er die Elemente des Eisens in Elementarmagnete, ein Stück weichen Eisens in einen Magnet verwandelt. Wir können hiernach zwei verschiedene Wirkungen der elektromagnetischen oder der magnetischen Kräfte überhaupt unterscheiden. Einerseits suchen sie vorhandene Magnete als Ganzes zu bewegen; andererseits suchen sie im Innern des Eisens oder Stahles magnetische Verschiebungen zu erzeugen. Die erste Klasse von Wirkungen nennen wir ponderomotorische, die zweite magnetomotorische. Wir bezeichnen die durch galvanische Ströme erzeugten Magnete als Elektromagnete; sie

zeichnen sich vor den Stahlmagneten aus durch ihren größeren spezifischen Magnetismus, durch den Umstand, daß wir diesen Magnetismus vollständig in unserer Gewalt haben, ihn in jedem Augenblick erregen oder wieder aufheben können. Wir stellen einen Elektromagnet her aus

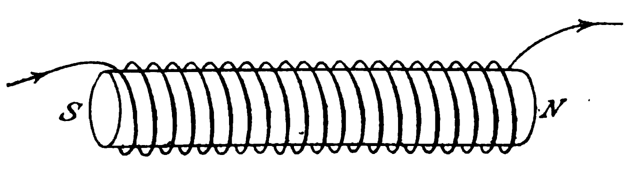


Fig. 456. Elektromagnet.

einem geradlinigen oder hufeisenförmig gebogenen Eisencylinder, welcher den Kern einer galvanischen Spirale bildet. Wenn wir den Strom schließen, so wird der Nordpol des Elektromagnets auf der positiven, der Südpol auf der negativen Seite der Spiralaxe entstehen, entsprechend der Zeichnung von Figur 456.

§ 448. Der induzierte Magnetismus. Den temporären Magnetismus, welcher im weichen Eisen durch die Wirkung magnetischer Kräfte erzeugt wird, nennt man den induzierten Magnetismus. Die elektromagnetischen Kräfte bieten ein vorzügliches Hilfsmittel zu seiner Untersuchung, da man nach § 446 mit ihrer Hilfe homogene magnetische Felder von in weiten Grenzen wechselnder Intensität erzeugen kann. Bringen wir in das magnetische Feld im Innern einer Spirale einen Eisenkörper, so hängt der in ihm induzierte Magnetismus von der Größe der magnetisierenden, magnetomotorischen Kraft einerseits, von der Größe und Gestalt des Körpers andererseits ab. Wir können daher in der Lehre vom induzierten Magnetismus genau dieselbe Aufgabe stellen, die wir früher bei der diëlektrischen Erregung in § 400 behandelt haben.

Bei einem Körper von bestimmter Form kann die Abhängigkeit des induzierten magnetischen Momentes von der äußeren Kraft ein für allemal auf dem Wege der experimentellen Forschung ermittelt werden. Aufgabe der Theorie ist es, Formeln aufzustellen, nach welchen man auf Grund der gewonnenen Kenntnis die in Körpern von irgend welchen anderen Formen induzierten Momente zum voraus berechnen kann. Es ist aber nicht bloß die Aufgabe dieselbe, sondern auch die Art ihrer Lösung; denn der Zusammenhang zwischen der in den Elementen des Eisens induzierten magnetischen Polarität und der auf sie wirkenden magnetischen Kraft ist vollkommen analog dem Zusammenhang zwischen der diëlektrischen Polarisation eines Isolators und der elektrischen Kraft; wir können daher die ganze frühere Darstellung auf unsere neue Aufgabe übertragen. In der Geschichte der Wissenschaft ist übrigens das Verhältnis der beiden Theorieen das umgekehrte; die Untersuchung des induzierten Magnetismus geht voran; erst als sehr viel später die Thatsachen der diëlektrischen Erregung zu allgemeiner Anerkennung gelangt waren, wurde die Theorie des induzierten Magnetismus auf die Erscheinungen der Diëlektrizität übertragen.

Nach Analogie mit den Betrachtungen des § 400 ist die erste Aufgabe der experimentellen Forschung auf dem Felde des induzierten Magnetismus die folgende. Man nimmt einen Cylinder von weichem Eisen, der eine im Verhältnis zu seinem Durchmesser große Länge besitzt, legt denselben in die Axe einer Spirale und bestimmt die Stärke $\mathfrak{J}$ des induzierten Magnetismus, d. h. das magnetische Moment der Volumeinheit für verschiedene magnetisierende Kräfte. Nun ergiebt sich aber sofort ein wesentlicher Unterschied zwischen dem induzierten Magnetismus und der diëlektrischen Polarisation; die letztere war der elektrischen Kraft proportional, bei unserem Eisencylinder aber ist das Verhältnis zwischen Magnetisierungsstärke und magnetisierender Kraft kein konstantes, sondern von der letzteren in hohem Maße abhängig. Der Elektrisierungskonstante ε entspricht also keine Magnetisierungskonstante, sondern eine Magnetisierungsfunktion oder Magnetisierungszahl. Als solche definieren wir das Verhältnis des in der Volumeneinheit induzierten Momentes, der Magnetisierungsstärke, zu der magnetisierenden Kraft. Die Magnetisierungsfunktion ist, ebenso wie die Elektrisierungskonstante, eine reine Zahl. Wir bezeichnen die Funktion, für welche man neuerdings auch den Namen „magnetische Susceptibilität" eingeführt hat, durch den Buchstaben $\varkappa$. Ist $\mathfrak{J}$ das magnetische Moment der Volumeneinheit, $\mathfrak{H}$ die magnetisierende Kraft, so ist:

$$\varkappa = \frac{\mathfrak{J}}{\mathfrak{H}} .$$

Der Koëffizient $\varkappa$ kann natürlich ebenso gut als Funktion von $\mathfrak{J}$, wie von $\mathfrak{H}$ betrachtet werden; für eine übersichtliche Darstellung der Veränderung ist das erstere bequemer, und man findet in Figur 457 eine Kurve, welche zu den auf der horizontalen Abscissenaxe abgetragenen Werten von $\mathfrak{J}$ die zugehörigen $\varkappa$ liefert. Die der Zeichnung zu Grunde liegenden Beobachtungen beziehen sich auf einen Draht von Schmiedeeisen;[1] bei anderen Eisendrähten oder -Stäben führt die Beobachtung zu Kurven von gleichem Typus; die numerischen Werte von $\varkappa$ aber schwanken bei verschiedenen Eisenstäben innerhalb weiter Grenzen.

Wenn man nun durch Versuche die Magnetisierungsfunktion $\varkappa$ des langen und dünnen Cylinders kennen gelernt hat, so kann man den in Körpern von anderer Form induzierten Magnetismus durch theoretische Betrachtungen bestimmen, welche ganz analog sind den bei dem entsprechenden Problem der Diëlektrizität in § 400 angestellten. Die Auflösung der Gleichungen wird in hohem Grade erschwert durch die Veränderlichkeit von $\varkappa$; die Aufstellung von genauen Formeln ist daher bis jetzt im Grunde nur in zwei Fällen gelungen, bei einem Ellipsoid, welches in einem homogenen Magnetfelde sich befindet, und bei einem Ringe, welcher den Kern einer um ihn gewickelten Spirale bildet, einer

[1] Ewing, Magnetische Induktion. Berlin 1892. p. 89.

Spirale also, deren galvanische Axe im Kreise in sich selbst zurückläuft. Stellen wir das Ellipsoid so, daß eine seiner Axen mit der Richtung der magnetisierenden Kraft $\mathfrak{H}$ zusammenfällt, so ergiebt sich für das in der Volumeneinheit induzierte magnetische Moment der Ausdruck:

$$\mathfrak{J} = \frac{\varkappa}{1 + \varkappa N}\mathfrak{H}.$$

Hier ist N eine von den Axenverhältnissen des Ellipsoids abhängende Zahl. Bei einem sehr verlängerten Rotationsellipsoid, das in der Rich-

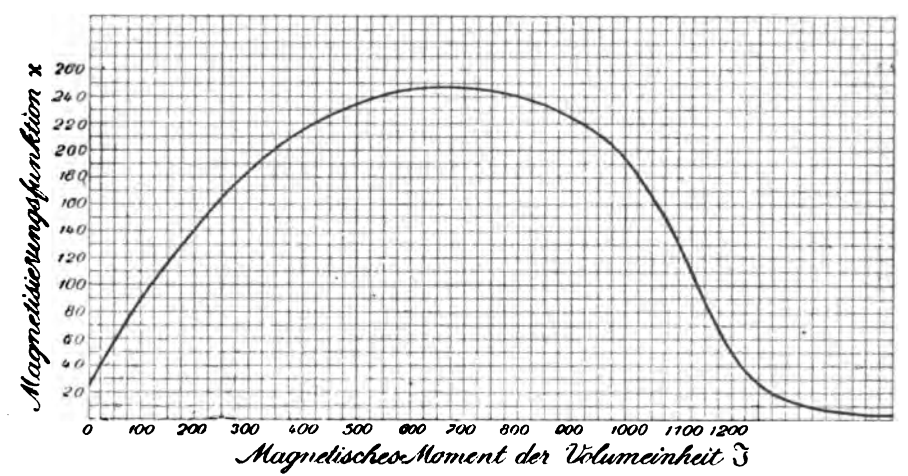


Fig. 457. **Magnetisierungsfunktion.**

tung der großen Axe magnetisiert wird, ist $N = 0$; steht die Richtung der Magnetisierung quer zur Axe, so ist $N = 2\pi$. Bei einer Kugel ist $N = \frac{4}{3}\pi$. Bei einem abgeplatteten Rotationsellipsoid von großer Excentrizität ist bei Magnetisierung in der Richtung der Rotationsaxe $N = 4\pi$, bei Magnetisierung senkrecht dazu $N = 0$. Eine ringförmige Spirale übt nach außen gar keine elektromagnetischen Wirkungen aus; alle Kraftlinien verlaufen in ihrem Innern; sie sind Kreise, die mit der Axe des Ringes konzentrisch sind. Die irgendwo im Innern herrschende magnetische Kraft $\mathfrak{H}$ kann nach der in § 446 angegebenen Formel berechnet werden; das in der Volumeneinheit des Eisenkerns induzierte magnetische Moment ist dann $\mathfrak{J} = \varkappa\mathfrak{H}$. Die Axen der in dem Eisenringe erregten Elementarmagnete ordnen sich aber gleichfalls zu geschlossenen Kreisen, sie üben daher keine magnetische oder elektromagnetische Kraft aus, und ihre Momente können nicht durch Beobachtung solcher Wirkungen bestimmt werden. Dagegen liefern die bei dem Entstehen und Verschwinden des Magnetismus auftretenden Induktionswirkungen, von denen wir im fünften Buche zu handeln haben, ein Mittel zur Bestimmung von $\mathfrak{J}$ und damit zur Berechnung von $\varkappa$. Eine Prüfung für die Richtigkeit der Theorie wird sich ergeben, wenn man die Magnetisierungs-

funktion $\varkappa$ das eine Mal aus Beobachtungen mit einem Ellipsoid, das andere Mal aus solchen mit einem Ring berechnet; ist die Theorie richtig, so müssen für dieselbe Eisensorte die gefundenen Werte von $\varkappa$ übereinstimmen. Nun ergab sich aus Beobachtungen mit drei verschiedenen Ellipsoiden bei kleinen magnetisierenden Kräften:[1]

$$\varkappa = 21 + 5{,}5\,\mathfrak{J}\,,$$
$$\varkappa = 15 + 4{,}3\,\mathfrak{J}\,,$$
$$\varkappa = 18 + 6{,}3\,\mathfrak{J}\,.$$

Dagegen ergab sich aus zwei verschiedenen Beobachtungen an einem und demselben Ring:[2]

$$\varkappa = 15{,}0 + 4{,}9\,\mathfrak{J}\,,$$
$$\varkappa = 15{,}5 + 2{,}1\,\mathfrak{J}\,.$$

Die Übereinstimmung ist so, wie sie bei der Verschiedenheit der Eisenstücke erwartet werden kann. Die Formeln entsprechen dem ersten geradlinig ansteigenden Teil der in Figur 457 gezeichneten Kurve.

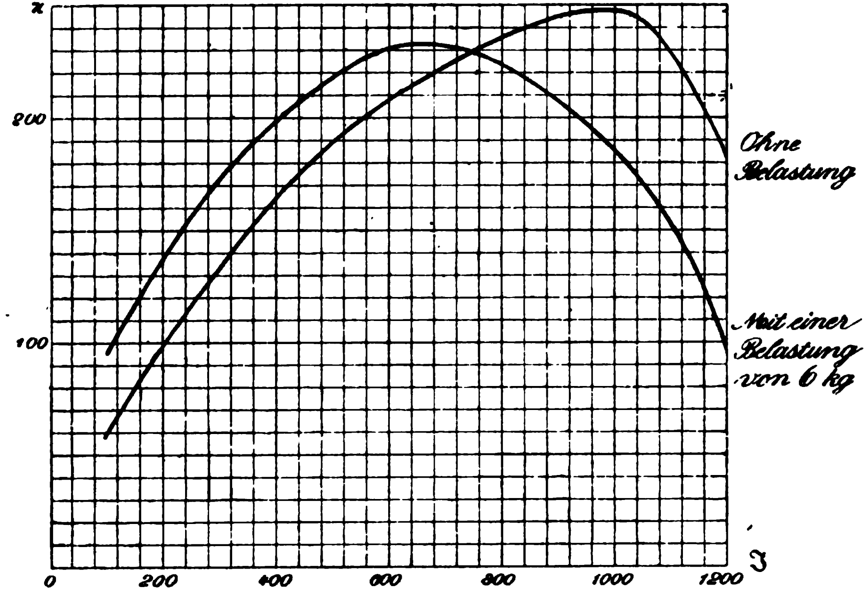


Fig. 458. Magnetisierungsfunktion und Belastung.

Die Magnetisierungsfunktion $\varkappa$ ist in erheblicher Weise abhängig von Druck- oder Zugkräften, denen das Eisen unterworfen wird. Eine Anschauung von der Veränderung giebt Figur 458, in der die

[1] Riecke, Beiträge zur Lehre vom induzierten Magnetismus. Wied. Ann. 1881. Bd. 13. p. 497.

[2] Baur, Neue Untersuchungen über den Magnetismus. Wied. Ann. 1880. Bd. 11. p. 394.

Magnetisierungsfunktion eines Eisendrahtes in unbelastetem Zustande und bei einer Belastung mit 6 Kilogrammgewichten in der früheren Weise graphisch dargestellt ist. Man sieht, daß eine bestimmte Intensität der Magnetisierung existiert, bei der die Funktion $\varkappa$ mit und ohne Belastung denselben Wert hat. Den durch dieses merkwürdige Verhalten bestimmten Kreuzungspunkt der beiden Kurven nennt man den kritischen Punkt. Wenn man einen Eisendraht, sei es durch Dehnung, sei es durch Torsion deformiert, so hat dies immer die Folge, daß seine Magnetisierungsfunktion geändert, daß sie in der Richtung seiner Axe eine andere wird, als senkrecht dazu. Damit hängen eigentümliche Erscheinungen zusammen, die man bei Torsion von longitudinal magnetisierten Drähten beobachtet. Reziproke Erscheinungen erhält man bei Torsion von Drähten, die mit Hilfe eines durch sie geleiteten Stromes so magnetisiert sind, daß die von den Axen der Elementarmagnete beschriebenen Linien Kreise bilden, deren Ebenen zur Axe des Drahtes senkrecht stehen; man nennt dies eine zirkulare Magnetisierung. In dem ersten Falle kommt zu der longitudinalen Magnetisierung eine zirkulare, im zweiten zu der zirkularen eine longitudinale.[1]

Die Abhängigkeit der Magnetisierungsfunktion von Druck oder Spannung bedingt außerdem die Erscheinungen der sogenannten Magnetostriktion. In jedem magnetisierten Körper treten eigentümliche Spannungen auf, die von eben jener Veränderlichkeit abhängig sind. Eisenringe, welche mit Hilfe einer sie umgebenden ringförmigen Spirale magnetisiert werden, verlängern sich infolge hiervon bei schwächerer, verkürzen sich bei stärkerer Magnetisierung.[2]

Die Magnetisierungsfunktion ist endlich auch noch abhängig von der Temperatur; es zeigt sich, daß eine bestimmte Temperatur, bei Eisen etwa 775° Cels., existiert, bei deren Überschreitung der Wert der Magnetisierungsfunktion ganz rapide sinkt, so daß schon bei einer um wenige Grade höheren Temperatur die magnetische Erregbarkeit vollkommen verschwindet. Man bezeichnet jene Temperatur als die kritische.

§ 449. Magnetische Permeabilität und magnetische Induktion. Die im vorhergehenden benützte Analogie zwischen dem induzierten Magnetismus und der Diëlektrizität werden wir nun noch weiter verfolgen. Entsprechend der diëlektrischen Konstanten K bilden wir eine Größe μ, welche man die magnetische Permeabilität genannt hat, und welche mit der Magnetisierungszahl ebenso zusammenhängt, wie K mit der Elektrisierungskonstante ε; wir definieren daher die magnetische Permeabilität durch die Gleichung:

$$\mu = 1 + 4\pi\varkappa.$$

Es ist diese Größe wichtig, weil durch sie die weitere Ausführung der in § 322 angedeuteten Analogie zwischen dem Verhalten der Magnet-

[1] G. Wiedemann, Galvanismus und Elektromagnetismus. II. Bd. p. 549.
[2] Ewing, Magnetische Induktion. Berlin 1892. p. 182.

kraftlinien und dem einer in widerstehendem Mittel strömenden Flüssigkeit möglich wird. Um dies zu übersehen, müssen wir noch eine weitere Größe einführen, die magnetische Induktion, als Analogie zu der in § 398 besprochenen elektrischen Induktion. Wir denken uns zu diesem Zweck die Magnetkraftlinien konstruiert, wie sie im Innern eines im Magnetfelde befindlichen Eisenstückes erzeugt werden durch die gegebenen Kräfte des Feldes und durch die Verteilung von Magnetismus an der Oberfläche des Stückes, welche mit dem induzierten Magnetismus in seinen Wirkungen auf äußere Punkte äquivalent ist. Machen wir in dem Eisenstücke eine dünne cylindrische Höhlung, deren Mantel von Kraftlinien gebildet wird, so bezeichnen wir die Kraft, welche auf einen Pol von der Stärke +1 im Innern der Höhlung wirkt, als magnetische Kraft $\mathfrak{H}$ schlechtweg. Die magnetische Induktion ist dann definiert durch die Gleichung:

$$\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H} .$$

Ihre Bedeutung ist mutatis mutandis dieselbe wie die der elektrischen Induktion in § 398. Nehmen wir nun den Fall, daß in dem magnetischen Felde mehrere Körper von verschiedener Permeabilität, z. B. aus verschiedenen Eisensorten hergestellt, sich befinden. Wir können eine von Kraftlinien gebildete Röhre, die etwa aus dem Innern einer galvanischen Spirale heraustritt, durch all die verschiedenen Körper hindurch verfolgen (Fig. 459). Bezeichnen wir ihre Querschnitte an beliebigen, innerhalb eines und desselben oder innerhalb verschiedener Körper gewählten Stellen mit $q_1, q_2, q_3 \ldots$, die in den Querschnitten wirkenden magnetischen Kräfte durch $\mathfrak{H}_1, \mathfrak{H}_2, \mathfrak{H}_3 \ldots$, die Permeabilitäten durch $\mu_1, \mu_2, \mu_3 \ldots$, so ergiebt sich aus einer theoretischen Betrachtung, auf deren Ausführung wir verzichten müssen:

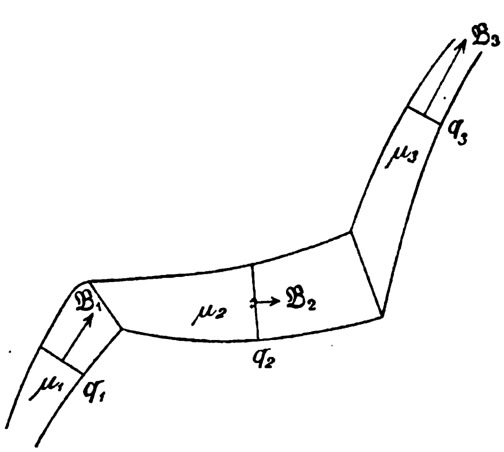


Fig. 459. Induktionsröhre.

$$\mu_1 \mathfrak{H}_1 q_1 = \mu_2 \mathfrak{H}_2 q_2 = \mu_3 \mathfrak{H}_3 q_3 = \ldots ,$$

somit auch:

$$\mathfrak{B}_1 q_1 = \mathfrak{B}_2 q_2 = \mathfrak{B}_3 q_3 \ldots$$

Die magnetische Induktion verhält sich also, dem Satze von § 135 entsprechend, wie die Geschwindigkeit einer in der Kraftröhre strömenden Flüssigkeit, sie ist dem Querschnitt des Kanales umgekehrt proportional. Die magnetische Induktion ist aber allgemein gegeben durch die Gleichung

$\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H}$, sie ist gleich der magnetomotorischen Kraft multipliziert mit der von der spezifischen Natur des Mittels abhängenden Permeabilität; ganz ebenso verhält sich die Geschwindigkeit einer Flüssigkeit, welche durch eine äußere Kraft durch ein widerstehendes Mittel getrieben wird. Die Kraftlinien gleichen also den Strömungslinien einer Flüssigkeit in Mitteln von verschiedenem Widerstand oder verschiedener Porosität, eine Analogie, die wir schon in § 322 erläutert haben. Wir schreiben auf Grund dieser Analogie verschiedenen Stoffen eine verschiedene Leitfähigkeit für magnetische Kraftlinien zu und betrachten als ihr Maß die magnetische Permeabilität μ.

§ 450. Brechung der Kraftlinien. Von besonderem Interesse ist noch das Verhalten der Kraftlinien an der Grenze zweier Mittel von verschiedener Permeabilität; sie erleiden daselbst eine Brechung. Bezeichnen wir, ebenso wie bei der Brechung eines Lichtstrahles, die Winkel, welche die Kraftlinien in dem ersten und zweiten Mittel mit der Normale der Grenzfläche bilden, als Einfallswinkel α und Brechungs-

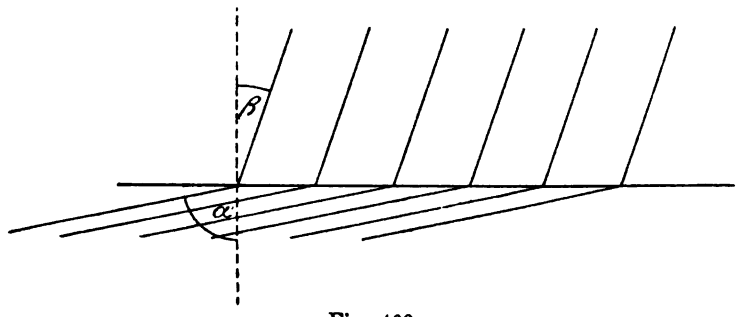


Fig. 460.

winkel β (Fig. 460), so ergiebt sich, wie wir hier nur historisch berichten können, die Beziehung:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{\mu_1}{\mu_2},$$

wo unter μ_1 und μ_2 die Permeabilitäten der beiden Stoffe zu verstehen sind.

Das Verhältnis der Tangenten des Einfalls- und des Brechungswinkels ist gleich dem der Permeabilitäten der beiden Mittel.

Nehmen wir bei Eisen für $\varkappa$ als Mittelwert 159, so wird $\mu = 2000$; die Luft betrachten wir wenigstens fürs erste als einen Körper, der keiner magnetischen Erregung fähig ist. Für sie kann also $\varkappa = 0$ gesetzt werden und $\mu = 1$. Für den Austritt von Kraftlinien aus Eisen in Luft gilt dann das Verhältnis:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = 2000 \,.$$

Wenn die Linien im Eisen unter einem Winkel $\alpha = 85^\circ$ einfallen, so treten sie in Luft unter einem Winkel $\beta = \frac{1}{8}^\circ$ aus, und zugleich wird der Abstand von zwei in der Einfallsebene benachbarten Linien 11 mal größer.

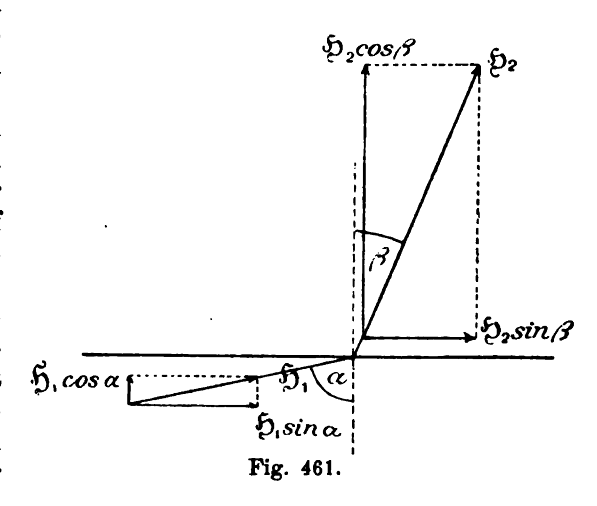


Fig. 461.

Diese Sätze werden bestätigt durch die in § 323 gezeichnete Figur 374, welche den Verlauf der Kraftlinien eines ursprünglich homogenen magnetischen Feldes darstellt, in das eine Hohlkugel von Eisen gebracht wurde. An die vorhergehenden Betrachtungen schließt sich noch der weitere, in vielen Fällen nützliche Satz, daß an der Grenze zweier Stoffe von verschiedener Permeabilität die zur Grenze senkrechten Komponenten der magnetischen Kraft sich umgekehrt verhalten, wie die Permeabilitäten, die ihr parallelen gleich sind. Es wird dies erläutert durch Figur 461.

§ 451. Kraftlinien und Induktionslinien. Den in § 449 angeführten Satz wollen wir nun noch mit Betrachtungen in Beziehung bringen, die wir früher teils bei magnetischen, teils bei elektrostatischen Kraftlinien angestellt haben. In § 345 haben wir die an einer beliebigen Stelle des Raumes herrschende magnetische Kraft der Zahl der Kraftlinien numerisch gleich gesetzt, welche daselbst durch die Flächeneinheit senkrecht hindurchgehen. Die Möglichkeit einer solchen Festsetzung beruht auf einer in § 364 angeführten Eigenschaft der Kraftröhren, welche dort auf elektrische Wirkungen bezogen wurde, die aber ebenso für die magnetischen gilt. In den verschiedenen Querschnitten einer ein homogenes Mittel durchziehenden Röhre sind danach die magnetischen Kräfte dem Flächeninhalt der Querschnitte umgekehrt proportional. Die Produkte aus den Kräften und den Querschnitten sind konstant; so wird die notwendige Bedingung erfüllt, daß die Zahl der in einer Kraftröhre laufenden Kraftlinien sich nicht verändert. Wenn aber eine Kraftröhre durch mehrere Stoffe von verschiedener Permeabilität hindurchgeht, so bleiben die Produkte $q_1 \mathfrak{H}_1, q_2 \mathfrak{H}_2, q_3 \mathfrak{H}_3 \ldots$ nicht gleich groß, es ändert sich vielmehr die Zahl der Kraftlinien mit der Permeabilität. Für die magnetische Induktion dagegen gilt die Gleichung:

$$q_1 \mathfrak{B}_1 = q_2 \mathfrak{B}_2 = q_3 \mathfrak{B}_3 = \ldots$$

Nach Analogie der Definition, die in § 398 für die elektrostatische In-

duktion gegeben wurde, ist nun auch die magnetische Induktion eine Kraft, deren Richtung dieselbe ist, wie die der Magnetkraftlinien. Wir können diese ebensogut als Induktionslinien bezeichnen. Setzen wir dann die Anzahl der Induktionslinien, welche senkrecht durch die Flächeneinheit hindurchgehen, gleich der Stärke $\mathfrak{B}$ der magnetischen Induktion, so gilt für beliebige Querschnitte einer durch verschiedene Mittel gehenden, von Induktionslinien gebildeten Röhre die Beziehung $\mathfrak{B}_1 q_1 = \mathfrak{B}_2 q_2 = \mathfrak{B}_3 q_3 = \ldots$ Die Zahl der Induktionslinien bleibt also im Innern der Röhre durchaus unverändert, und dadurch unterscheiden sie sich von den Kraftlinien. Für Luft setzen wir $\varkappa = 0$, also $\mathfrak{B} = \mathfrak{H}$; hier ist die Zahl der Induktionslinien gleich der der Kraftlinien, und also jeder Unterschied zwischen beiden verschwunden.

§ 452. Magnetisierungsarbeit. Wir schließen unsere Untersuchung des induzierten Magnetismus mit einer Betrachtung über magnetische Energie. Darunter verstehen wir nicht die Distanzenergie, wie sie durch die Kräfte begründet wird, mit denen verschiedene Magnete in die Ferne aufeinander wirken, sondern die Energie, durch welche der magnetische Zustand eines Eisenstückes von seinem unmagnetischen unterschieden ist. Die Erzeugung des magnetischen Momentes in einem Eisenstabe erfordert einen Aufwand von Arbeit, über dessen Größe man durch folgende Betrachtung Aufschluß gewinnt. Wir gehen aus von der Hypothese der magnetischen Fluida; dann können wir uns das Wachstum des in der Volumeneinheit induzierten Momentes so denken, als ob von einem im Innern festliegenden Südpole $-\mathfrak{m}$ der Nordpol $+\mathfrak{m}$ immer weiter weggezogen würde. Unter der Wirkung der Kraft $\mathfrak{H}$ habe der Pol die Entfernung $\mathfrak{L}$ von dem Südpol erreicht. Das magnetische Moment ist dann $\mathfrak{J} = \mathfrak{L}\mathfrak{m}$. Nun werde die Kraft $\mathfrak{H}$ allmählich auf $\mathfrak{H} + \mathfrak{h}$ gesteigert, und der Nordpol dadurch um die Strecke $\mathfrak{l}$ weiter weggezogen. Das Moment nimmt dann zu um $\mathfrak{j} = \mathfrak{m}\mathfrak{l}$. Die Kraft, unter deren Wirkung der Pol die Strecke $\mathfrak{l}$ zurücklegt, ist aber im Mittel gleich $\mathfrak{m}(\mathfrak{H} + \frac{1}{2}\mathfrak{h})$, da die magnetisierenden Kräfte $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{h}$ auf die Polstärke Eins bezogen sind. Die von der Kraft geleistete Arbeit ist:

$$a = \mathfrak{m}\mathfrak{l}(\mathfrak{H} + \tfrac{1}{2}\mathfrak{h}),$$

oder wenn wir $\frac{1}{2}\mathfrak{h}$ gegen $\mathfrak{H}$ vernachlässigen:

$$a = \mathfrak{H} \cdot \mathfrak{j}.$$

Die Arbeit ist also gleich der magnetisierenden Kraft multipliziert mit dem Zuwachs des magnetischen Momentes.

Wollen wir die gesamte Arbeit berechnen, welche bei der Herstellung des magnetischen Momentes $\mathfrak{J}$ in der Volumeneinheit geleistet wird, so bedienen wir uns am besten einer graphischen Darstellung. Auf einer horizontalen Linie tragen wir die Werte der allmählich bis zu dem Betrage $\mathfrak{H}$ gesteigerten magnetischen Kraft auf, senkrecht dazu die den

einzelnen Werten der Kraft entsprechenden Momente. Wir erhalten dann eine Kurve von der aus Figur 462 ersichtlichen Gestalt; wir teilen nun das schließlich erreichte Moment $\mathfrak{J}$ in eine Reihe unter sich gleicher Zuwüchse $\mathfrak{j}_0, \mathfrak{j}_1, \mathfrak{j}_2 \ldots \mathfrak{j}_n$; ziehen wir durch die Teilpunkte horizontale Linien bis zu der Kurve der Momente, so erhalten wir die magnetisierenden Kräfte $\mathfrak{H}_1, \mathfrak{H}_2 \ldots \mathfrak{H}_n$, unter deren Wirkung die einzelnen Zuwüchse $\mathfrak{j}_1, \mathfrak{j}_2 \ldots \mathfrak{j}_n$ sich gebildet haben. Die ganze bei der Magnetisierung aufgewendete Arbeit ist dann:

$$A = \mathfrak{H}_1 \mathfrak{j}_1 + \mathfrak{H}_2 \mathfrak{j}_2 + \ldots + \mathfrak{H}_n \mathfrak{j}_n .$$

Je kleiner wir die Zuwüchse $\mathfrak{j}$ machen, um so mehr nähert sich nach § 22 der Wert dieses Ausdruckes dem Inhalt des von der krummen Linie $O\mathfrak{H}$, der Kurve der Magnetisierung, und von den Geraden $O\mathfrak{J}$ und $O\mathfrak{H}$ begrenzten Flächenstückes. Wir kommen so zu dem Resultat, daß der genaue Wert der Magnetisierungsarbeit durch den Flächeninhalt der von $O\mathfrak{J}$, $\mathfrak{J}\mathfrak{H}$ und von der Momentenkurve $O\mathfrak{H}$ begrenzten Figur gegeben ist.

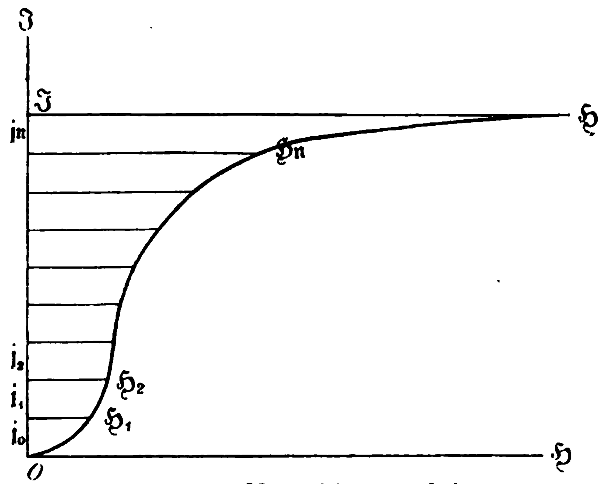


Fig. 462. Magnetisierungsarbeit.

Als Produkt dieser Arbeit erscheint eine in der Volumeneinheit aufgespeicherte Energie, die magnetische Energie, welche somit gleichfalls durch den Flächeninhalt der Figur $O\mathfrak{J}\mathfrak{H}$ bestimmt ist. Die gesamte magnetische Energie eines Körpers erhalten wir im Falle der gleichmäßigen Magnetisierung durch Multiplikation mit dem Volumen. Bei ungleichförmiger Magnetisierung wird es nötig sein, den Körper in solche Elemente zu zerlegen, daß innerhalb eines jeden die Magnetisierung als gleichförmig betrachtet werden kann. Berechnet man für jedes derselben die magnetische Energie in der angegebenen Weise, so ergiebt sich die ganze Energie durch Summation der den einzelnen Elementen entsprechenden. Man ersieht aus dieser Betrachtung, daß die magnetische Energie den Charakter einer Volumenenergie besitzt (§ 149).

§ 453. Magnetische Hysteresis. Zu beachtenswerten Resultaten führt die Anwendung energetischer Prinzipien bei einer eigentümlichen Erscheinung, die man bei der Magnetisierung beobachtet hat, bei der sogenannten Hysteresis. Einen Eisenstab unterwerfen wir magnetisieren-

den Kräften, welche von Null an allmählich bis zu dem Betrage $\mathfrak{H}$ ansteigen und dann in derselben Weise wieder bis Null abnehmen. Wenn wir die Resultate der Beobachtung ebenso wie zuvor graphisch darstellen (Fig. 463), so ergiebt sich das eigentümliche Resultat, daß die Magnetisierungskurve für absteigende Kräfte nicht mit der für wachsende sich deckt; es entsprechen vielmehr auf dem absteigenden Zweige der gleichen magnetisierenden Kraft höhere Momente. Wenn der cyklische Prozeß einigemale wiederholt ist, so bleiben die beiden Zweige der Kurve vollkommen stationär; der den abnehmenden Kräften entsprechende schließt sich wieder an denselben Punkt der Axe an, von dem der andere Zweig ausging. Wir betrachten diese Erscheinung, die sogenannte Hysteresis, als eine Wirkung der auch im weichen Eisen nicht fehlenden Coërcitivkraft. Aus dem Satze, den wir in dem vorhergehenden Paragraphen entwickelt haben, folgt aber, daß bei dem Kreisprozesse, welchen unser Eisenstab durchläuft, eine Arbeit geleistet wird gleich dem Inhalte der von den beiden Zweigen der Magnetisierungskurve umschlossenen Figur. Diese Arbeit kann nicht verloren gehen; da aber die magnetische Energie beim Schlusse des Kreises dieselbe ist wie beim Beginn, so muß sie ihr Äquivalent in einer anderen Energieform finden, und zwar besteht diese in einer mit der cyklischen Magnetisierung verbundenen Erwärmung des Eisenstabes.

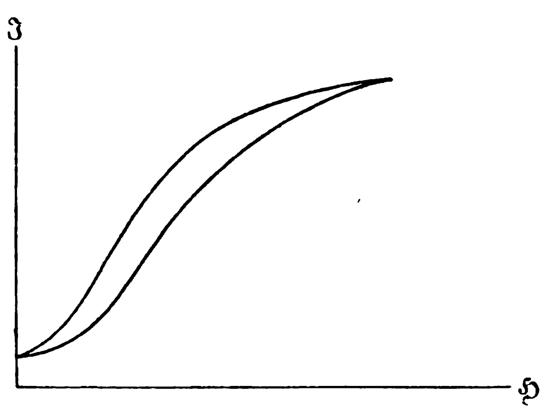


Fig. 463. Hysteresis.

Daß die Hysteresis bei wechselnder Magnetisierung in der That einen Aufwand von mechanischer Arbeit bedingt, möge noch an einem Beispiel gezeigt werden. Es sei gegeben ein Stahlmagnet und ein Eisenstab, die wir in großer Entfernung so aufstellen, daß ihre Axen in dieselbe Richtung fallen. Nähern wir den Eisenstab dem Magnet, so wird er selbst magnetisch und die auf ihn wirkende Anziehung leistet eine gewisse Arbeit. Dabei verwandelt sich Distanzenergie, wie sie durch die räumliche Trennung von Magnet und Eisenstab gegeben ist, in magnetische Energie im Innern des Eisenstabes. Entfernen wir den letzteren wieder von dem Magnet, so müssen wir umgekehrt eine Arbeit gegen jene Anziehung verrichten; diese aber ist jetzt infolge der Hysteresis größer als die zuvor gewonnene. Wenn wir die hin und hergehende Bewegung des Eisenstabes fort und fort wiederholen, so ist damit eine Arbeitsleistung verbunden, deren Äquivalent schließlich nur in einer Erwärmung des

Eisenstabes gefunden werden kann. Ähnliche Verhältnisse liegen bei den in einem späteren Buche zu besprechenden Dynamomaschinen vor. Auch dort wird wechselnde Magnetisierung zu einer Quelle von Energieverlusten in Gestalt von nutzlos erzeugter Wärme.

§ 454. Der elektromagnetische Telegraph. Von den praktischen Anwendungen, die wir von den Elektromagneten machen, ist eine der ersten und wichtigsten ihre Verwendung in der Telegraphie. Daß die elektromagnetischen Wirkungen des galvanischen Stromes ein vortreffliches Mittel bieten, um Zeichen in die Ferne zu geben, zu telegraphieren, mußte von vornherein einleuchten; aber obgleich die Oerstedtsche Entdeckung schon im Jahre 1820 gemacht war, verflossen doch noch zwei Jahrzehnte, ehe der elektromagnetische Telegraph zu allgemeinerer Anwendung kam. Der Grund hierfür lag wohl in erster Linie an dem Mangel einer bequem zu gebrauchenden Stromquelle von unveränderlicher Wirkung, welcher erst durch die Konstruktion des Daniellschen Elementes beseitigt wurde.

Die Station I, von welcher nach II telegraphiert werden soll, verbinden wir mit der letzteren durch einen Draht, die Linie (*L* Fig. 464).

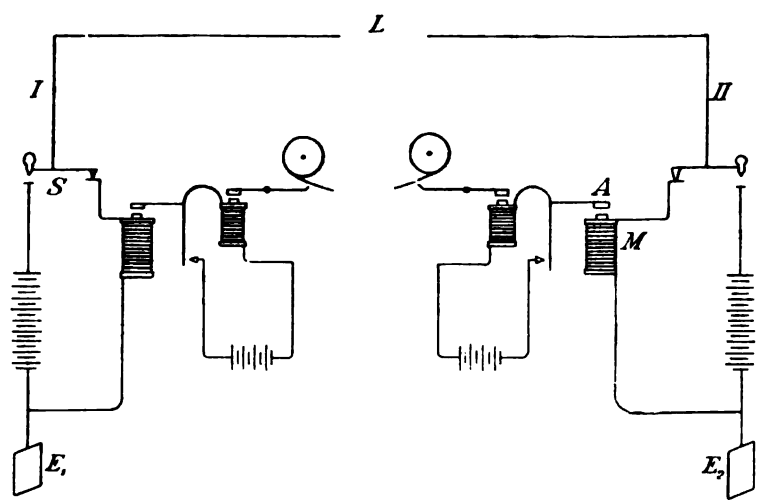


Fig. 464.

Auf der Station II wird in den Stromleiter ein Elektromagnet *M* eingeschaltet, über welchem an dem einen Arme eines Hebels ein kleiner Anker *A* von weichem Eisen sich befindet; durch eine Feder wird der Anker von den Polen des Magnets abgezogen, solange dieser nicht erregt wird; von dem Elektromagnet geht der Leitungsdraht zu einer in die Erde versenkten Metallplatte E_2. Auf der Station I befindet sich eine galvanische Batterie, deren einer Pol mit einer Erdplatte E_1 verbunden ist, während von dem anderen ein Draht zu einem Stromschlüssel *S*, dem Taster, führt, mit Hilfe dessen jeden Augenblick die Verbindung

des Pols mit der Linie hergestellt oder unterbrochen werden kann. Schließen wir den Kontakt, so geht der Strom durch die Linie *L* von I nach II, durch die Erde nach I zurück. Der Elektromagnet in II wird erregt und zieht den Anker *A* an, dem Hebel eine schnelle, ruckweise Bewegung erteilend. Befestigen wir an dem anderen Ende des Hebels einen Klöppel, welcher gegen eine Glocke schlägt, so erhalten wir ein elektrisches Läutewerk; versehen wir dieses Ende nach Morse mit einem Stift, der gegen einen vorübergleitenden Papierstreifen gedrückt wird, so erhalten wir auf diesem, je nach der Dauer des Schlusses, strich- oder punktförmige Eindrücke, aus denen sich die Buchstaben des Alphabetes, Zahlen und sonstige Zeichen zusammensetzen lassen.

Da wir ebenso von II nach I zu telegraphieren haben, so muß die Anordnung der beiden Stationen ganz symmetrisch sein; es sind aber die Verbindungen so zu treffen, daß die Schreibapparate, die Morse-

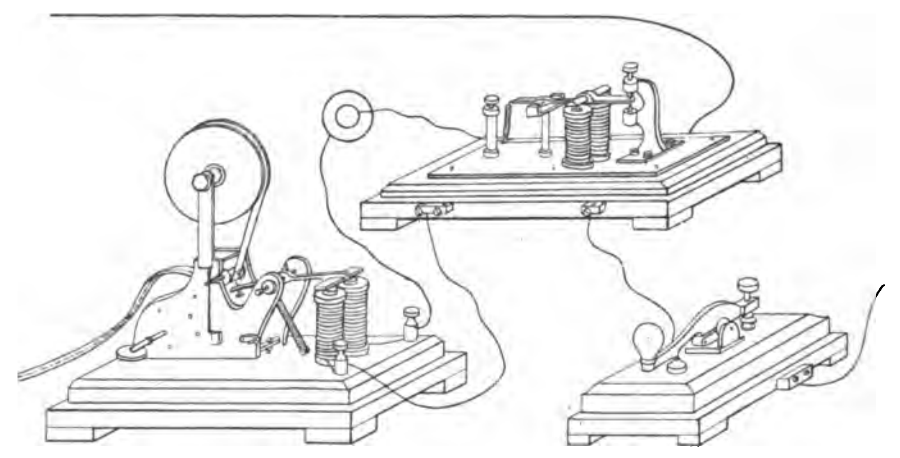


Fig. 465. Morseschreiber mit Relais und Taster.

schreiber, beider Stationen immer in die Linienleitung ein-, die Batterieen für gewöhnlich ausgeschaltet sind. Bei sehr weit voneinander entfernten Stationen wird der Linienstrom zu schwach, um den Elektromagnet so stark zu erregen, wie es für eine deutliche Zeichengebung notwendig ist. Man benützt dann den Elektromagnet nicht direkt zum Schreiben, sondern als sogenanntes Relais; d. h. durch die Bewegung des Hebels schließt man nur den Strom einer Lokalbatterie, welcher, ganz innerhalb der einzelnen Station zirkulierend, seinerseits erst den zum Schreiben dienenden Elektromagnet erregt. Die ganze so entstehende Schaltung ist in schematischer Weise in Figur 464, in perspektivischer Ansicht in Figur 465 dargestellt.

Als man die im vorhergehenden geschilderte Methode in Anwendung bringen wollte, um durch submarine Kabel Zeichen durch den Atlantischen Ozean hindurch zu geben, erhob sich eine unerwartete Schwierig-

keit. Die Zeichen erfolgten viel langsamer und waren weniger scharf. Das hat seinen Grund in der elektrostatischen Kapazität des Kabels; der mit Guttapercha umgebene Kupferdraht verhält sich gerade wie eine Leidener Flasche, deren Kollektor durch den Draht, deren Kondensator durch das Meerwasser gebildet wird. Bezeichnen wir den Halbmesser des Drahtes durch a, den Halbmesser der Guttaperchahülle durch b, die diëlektrische Konstante der Guttapercha durch K, so hat ein Stück von der Länge l die Kapazität:

$$C = l \frac{K}{2 \log \text{nat} \frac{b}{a}}.$$

K ist gleich 4. Wäre das Verhältnis $\frac{b}{a} = 2{,}718$, so wäre $\log \text{nat} \frac{b}{a} = 1$; es würde dann die Kapazität in absolutem elektrostatischen Maße durch die doppelte Länge des Kabels bestimmt sein. Im cm · g · sec-System würde danach ein Stück von 1 km Länge eine Kapazität von 2×10^5 cm oder von 0,22 Mikrofarads besitzen. Da es sich nun bei einem transatlantischen Kabel um Entfernungen von etwa 4000 km handelt, so sind die in Betracht kommenden Kapazitäten sehr groß, und es vergeht daher eine nicht unerhebliche Zeit, unter Umständen mehr wie eine Minute, bis die Flaschenladung des Kabels sich hergestellt hat. Der genauere Verlauf der hierdurch bedingten Erscheinungen ist folgender. Wenn man an der Station A das Kabel für einen Moment mit dem einen Pole der Batterie verbindet, so daß der Morseschreiber einer gewöhnlichen Linie ohne merkliche Verzögerung einen scharfen Punkt erzeugen würde, so erfolgt bei einem transatlantischen Kabel das Zeichen an der Endstation B erheblich später, und an Stelle eines Punktes würde ein an seinen Enden nur schwach markierter, in der Mitte stärkerer Strich treten. Der in B eintreffende Strom steigt allmählich zu einem Maximum an und verliert sich allmählich wieder. Als Verzögerung des Zeichens kann man die Zeit betrachten, welche vergeht zwischen der Zeichengebung in A und dem Eintreffen des maximalen elektromagnetischen Effektes in B. Es ergiebt sich, daß diese Zeit der elektrostatischen Kapazität und dem galvanischen Widerstande des Kabels (§ 407) proportional ist. Bei einem gegebenen Kabel sind aber diese beiden Größen der Länge proportional; wird dieses auf verschieden große Entfernungen verlegt, so sind daher die Verzögerungen den Quadraten der Kabellängen proportional. Elektromagnete sind bei submarinen Kabeln als Zeichenempfänger wegen ihrer Trägheit und zu geringen Empfindlichkeit im allgemeinen nicht anwendbar; man ersetzt sie durch empfindliche Galvanometer, bei denen die Ablenkungen des Magnets zur Zeichengebung dienen.

Eine weitere Schwierigkeit für die transatlantische Telegraphie entsteht aus den in § 445 erwähnten Erdströmen, die bei so ausgedehnten Leitungen in verhältnismäßig großer Stärke auftreten. Man hat dieselben

dadurch unschädlich zu machen gesucht, daß man die zu der Verbindung der Stationen *A* und *B* dienende Leitung in *A* und in *B* durch einen Kondensator von großer Kapazität unterbrach. Wird der Kondensator in *A* durch Verbindung seiner Kollektorplatte mit dem Pol einer galvanischen Batterie geladen, so strömt die abgestoßene gleichnamige Elektrizität durch das Kabel und bewirkt eine indirekte Ladung des Kondensators in *B*; die dabei von der Kondensatorplatte des letzteren abfließende Elektrizität durchläuft das Galvanometer in *B* und erzeugt so das Zeichen.

III. Kapitel. Elektromagnetische Rotationsapparate.

§ 455. Elektromagnetische Maschinen. An die Entdeckung der elektromagnetischen Wirkungen knüpfte sich der natürliche Wunsch, sie zum Betriebe von Maschinen zu verwenden. Wir beschränken uns zunächst darauf, zwei Prinzipien anzugeben, nach welchen man elektromagnetische Motoren konstruieren kann. Bei dem ersten benützen wir einen fest aufgestellten Hufeisenmagnet und einen drehbaren Elektromagnet von Stabform (Fig. 466); die Rotationsaxe *D* geht durch seine Mitte senkrecht hindurch und liegt gerade in der Mitte zwischen beiden Schenkeln des Hufeisens parallel mit ihnen. Der Stabmagnet *AB* sei so lang, daß er sich in dem Raum zwischen den Schenkeln frei drehen kann. Der an dem Ende *A* des drehbaren Stabes befindliche Nordpol wird angezogen von dem Südpol *S* des Hufeisenmagnets, der Stab dreht sich dieser Anziehung entsprechend. Sofort, nachdem infolge der erlangten Geschwindigkeit das Ende *A* an dem Südpol *S* vorüber ist, verwandeln wir seinen Nordpol in einen Südpol; *A* wird dann von *S* abgestoßen, und die Rotation wird in demselben Sinne wie zuvor beschleunigt werden. Zu diesem Zweck muß der den Elektromagnet *A B* erregende Strom durch geeignete Vorrichtungen immer im richtigen Momente kommutiert werden. Es geschieht dies durch die von einander isolierten Quecksilbernäpfe *p* und *n*, die mit dem positiven und negativen Pol einer galvanischen Säule verbunden sind, und durch die in das Quecksilber tauchenden und mit dem Elektromagnet rotierenden Zuleitungsdrähte α und β des Stromes. Ein zweites

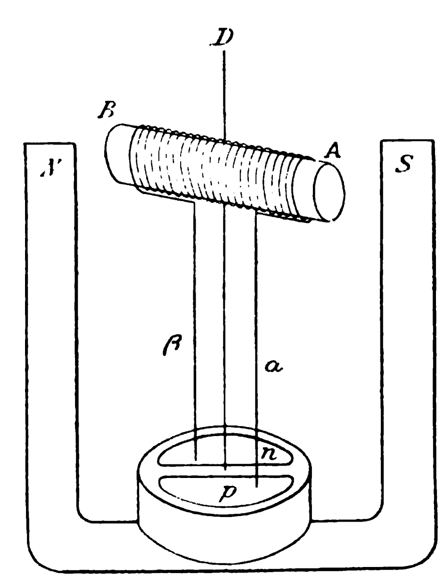


Fig. 466. Elektromagnetischer Motor.

Prinzip wird durch die Anziehung gegeben, welche eine galvanische Spirale auf einen Stab aus weichem Eisen ausübt. Wir stellen die auf einen Hohlcylinder gewundene Spirale mit ihrer Axe vertikal auf. Einen Stab aus weichem Eisen stellen wir so, daß seine Axe in die Richtung der Spiralaxe fällt, und daß er in dieser Richtung freie Beweglichkeit besitzt. Wir treffen die Anordnung so, daß der Stab unterhalb der Spirale in Ruhe sich befindet, solange in dieser kein Strom zirkuliert; wir können ihn einfach auf dem Experimentiertisch aufstehen lassen, während durch eine Führung die vertikale Stellung gesichert wird. Schließen wir den Strom, so wird der Stab magnetisch und infolge hiervon gegen die Spirale gezogen; er fährt in die Höhe bis magnetische Anziehung und Schwere sich das Gleichgewicht halten. Unterbrechen wir den Strom, so fällt der Stab herab, und durch abwechselndes Schließen und Öffnen können wir ihn in eine hin- und hergehende Bewegung versetzen, ähnlich der von der Kolbenstange der Dampfmaschine ausgeführten. Wir gewinnen also ein zweites Prinzip für die Konstruktion eines Motors, und die genauere Untersuchung zeigt, daß es dem ersten in mehreren Punkten überlegen ist. Vergleichen wir nun die elektromagnetischen Motoren von allgemeinen Gesichtspunkten aus mit anderen, z. B. der Dampfmaschine, so ist die Frage nach ihrer Verwendbarkeit wesentlich eine Geldfrage. Solange wir nun zu der Erzeugung galvanischer Ströme galvanische Batterieen verwenden, sind die Kosten elektromagnetischer Motoren unverhältnismäßig groß. Denn in den Elementen wird nach dem Maße der erzeugten Elektrizitätsmenge Zink verbraucht, und wir können daher die Sache so ansehen, als ob die Arbeit elektromagnetischer Motoren das Äquivalent für die Verbrennungswärme von Zink sei, während die Dampfmaschine mit der viel billigeren Kohle arbeitet.

§ 456. Die elektromagnetischen Rotationen. Man könnte vermuten, daß die Aufgabe, mit Hilfe elektromagnetischer Kräfte kontinuierliche Rotationen zu erzeugen, ohne Kommutation oder Unterbrechung des Stromes zu lösen sei. Denn ein vertikaler von einem Strome durchflossener Draht treibt einen magnetischen Pol horizontal im Kreise herum, wie dies aus der Gestalt der Kraftlinien (Fig. 443) folgt. Nun existiert freilich ein einzelner Pol nicht; man kann aber einen Magnet um den Draht drehbar machen, so daß er zu diesem so steht, wie die Speiche eines Rades zu seiner Axe. Wenn sein Nordpol dem Drahte zunächst liegt, so wird die auf ihn ausgeübte Wirkung überwiegen, und man könnte nun eine ihr entsprechende Drehung des Magnets erwarten. Thatsächlich tritt eine solche nicht ein, und der Grund hierfür liegt offenbar darin, daß auf den Magnet nicht allein die vertikale Stromstrecke einwirkt, sondern der ganze Stromkreis. Dieser aber läßt sich, welches auch seine Gestalt sein mag, durch eine magnetische Doppelfläche ersetzen. Nun kann man sich leicht davon überzeugen, daß ein permanenter Magnet einen anderen nur richten, aber nicht kontinuierlich drehen kann, und dies gilt auch von der magnetischen Doppelfläche,

die ja nichts anderes ist, als ein Aggregat von sehr vielen kleinen Magneten. In den vorhergehenden Überlegungen wird sich nichts ändern, wenn wir den Magnet fest aufstellen und den Stromkreis beweglich machen; eine kontinuierliche Rotation des Kreises infolge der elektromagnetischen Wirkungen ist ebensowenig möglich, wie zuvor die Rotation des Magnetes. Wir können aber den von einem festliegenden Magnet auf einen Stromkreis ausgeübten Wirkungen doch eine Seite abgewinnen, auf der sich die Möglichkeit kontinuierlicher elektromagnetischer Rotationen eröffnet. Wir treffen die Anordnung wieder so, daß ein Theil AB des Stromes vertikal ist (Fig. 467); er werde in der Richtung von oben nach unten von dem Strome durchflossen; es sei also A mit dem positiven, B mit dem negativen Pole eines galvanischen Elementes verbunden. Vor den Draht AB bringen wir einen Magnet, so daß die horizontal gerichtete magnetische Axe durch den Draht AB hindurchgeht, daß der Nordpol dem Drahte zugewandt ist. Nehmen wir einen Magnet mit einer etwas ausgedehnteren Polfläche, so werden die von ihr ausgehenden Magnetkraftlinien den Drath AB in Richtungen durchschneiden, die von der Horizontalen nicht allzusehr abweichen. Die Verhältnisse sind dann wenigstens qualitativ dieselben, als ob der Draht AB in einem homogenen Magnetfeld mit horizontalen Kraftlinien sich befände. Nun ergiebt sich nach § 444 aus dem Prinzip der Gleichheit von Aktion und Reaktion, das der Draht AB senkrecht zu der Richtung der Kraftlinien getrieben wird. Legen wir in den Strom eine Ampèresche Figur, mit dem Gesicht gegen den Nordpol gewandt, so zeigt sie durch ihre ausgestrekte R e c h t e den Sinn der Kraft, welche von dem Magnetfelde auf den Stromteil AB ausgeübt wird.

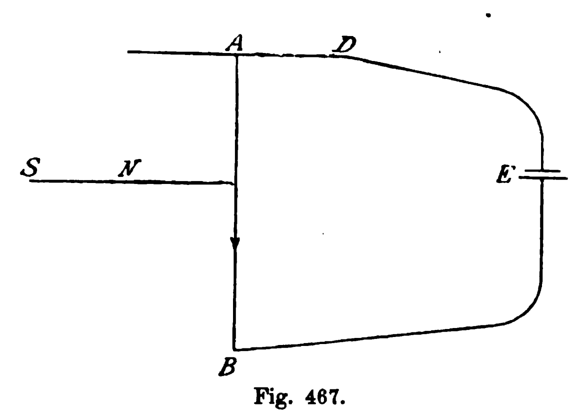


Fig. 467.

Verbinden wir den Stromkreis mit einer Rotationsaxe AD, welche durch A in der Richtung der Kraftlinien hindurchgeht, und welche gleichzeitig einen Teil der Stromleitung übernehmen kann, so wirkt auf AB ein Drehungsmoment Δ, welches eine kontinuierliche Rotation um die Axe AD zu erzeugen sucht. Auf der anderen Seite ist sicher, daß der gesamte Stromkreis $ABED$ nicht in Rotation um AD gerät. Dies ist nur so zu erklären, daß von dem Magnete zwei rotatorische Antriebe auf den Stromkreis ausgehen, der eine Δ auf den Stromteil AB, der andere Δ', nach Richtung und Größe entgegengesetzt, auf $BEDA$. Es folgt aber aus dieser Betrachtung weiter, daß kontinuierliche Rotationen

eintreten müssen, sobald es gelingt, die Antriebe $\varDelta$ oder $\varDelta'$ gesondert zur Geltung zu bringen. Dies ist auf zwei verschiedenen Wegen möglich, die wir in dem folgenden Paragraphen beschreiben werden.

§ 457. Das Barlowsche Rad und Faradays rotierender Magnet. Wir können einmal den Stromteil AB für sich beweglich machen; natürlich muß das so geschehen, daß durch die Drehung der Strom nicht unterbrochen wird. Man verbindet zu diesem Zweck mit der Axe DA (Fig. 468), welche gleichzeitig zur Zuleitung des Stromes dient, ein metallenes Rad, welches im tiefsten Punkt B seines Randes in einen mit Quecksilber gefüllten Napf taucht. Wenn der Strom geschlossen wird, so wirkt auf den von A nach B fließenden Stromteil das Drehungsmoment $\varDelta$ und setzt das Rädchen in kontinuierliche Rotation. Eine Verstärkung der

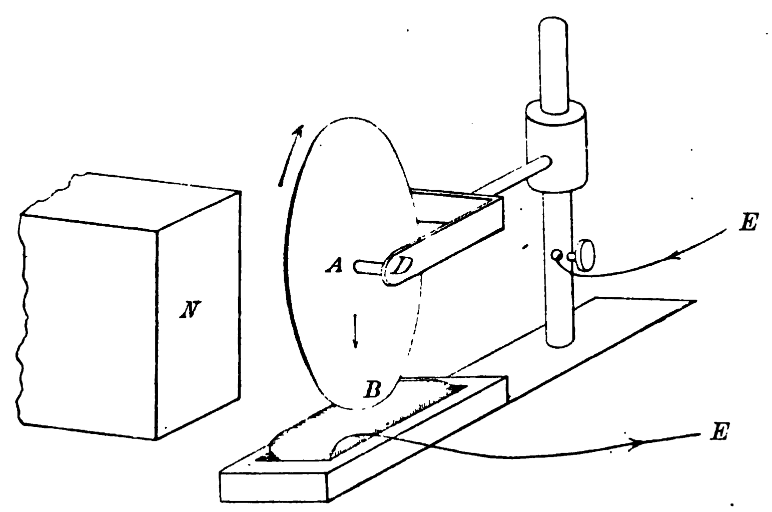


Fig. 468. Barlowsches Rad.

Wirkung erzielt man, wenn das Rädchen in das Feld zwischen den Polen eines kräftigen Hufeisenmagnets gebracht wird, so daß die Rotationsaxe den Kraftlinien parallel ist.

Man kann zweitens auch das Drehungsmoment $\varDelta'$ zur Erzeugung der Rotation benützen, natürlich nicht dadurch, daß man nun den Stromteil BDA beweglich macht, was auf die vorhergehende Anordnung zurückführen würde. Man wird vielmehr die folgende Überlegung anstellen. Nach dem Prinzip der Gleichheit von Aktion und Reaktion werden die Drehungsmomente $\varDelta$ und $\varDelta'$ in umgekehrtem Sinne von den entsprechenden Stromteilen auf den Magnet um die Axe AD ausgeübt. Man kann also auch bei ihm die Sache so auffassen, daß eine kontinuierliche Rotation verhindert wird, weil die beiden Antriebe $\varDelta$ und $\varDelta'$ sich gegenseitig zerstören; die Rotation muß auch bei dem Magnet eintreten, sobald es gelingt, den von $BEDA$ oder BED aus-

gehenden Antrieb Δ' allein zur Geltung zu bringen. Dies aber ist der Fall, wenn wir nach Faraday den Magnet mit dem drehbaren Stromteil AB fest verbinden (Fig. 469). Die zwischen ihm und AB wechselseitig ausgeübten Drehungsmomente können dann keine Wirkung üben, da die beiden Elemente zu einem einzigen starren System verbunden sind; es bleibt also in der That nur das von BED oder BED' auf den Magnet ausgeübte Drehungsmoment Δ' übrig, und durch seine Wirkung kommt der Magnet zusammen mit AB in kontinuierliche Drehung.

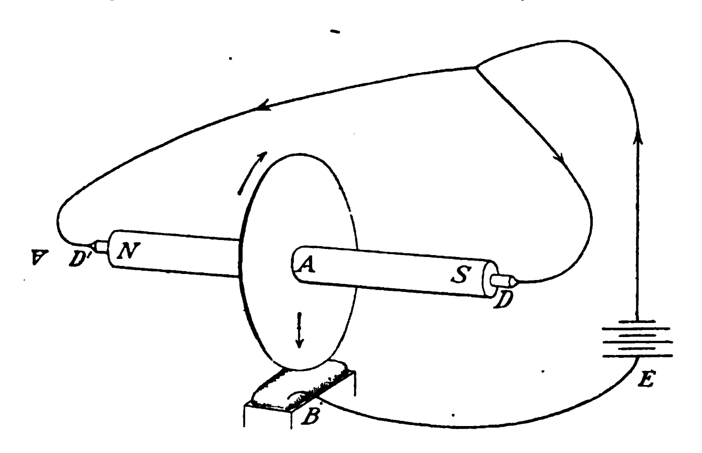


Fig. 469. Faradays rotierender Magnet.

Die Verbindung von AB mit dem Magnet kann man, wie dies in Figur 469 gezeichnet ist, so machen, daß die Axe des Magnets zur Drehungsaxe eines Barlowschen Rades wird.

Man kann den Strom gleichzeitig durch beide Enden D und D' der Axe eintreten lassen; die beiden Zweigströme vereinigen sich in A, gehen von da durch das Rad nach dem Quecksilbernapf B und von diesem zu dem galvanischen Element zurück.

§ 458. Theorie der magnetischen Fluida und der physischen Kraftlinien. Bleiben wir noch bei der zuletzt beschriebenen Anordnung des Faradayschen Versuches; die Rotation des Magnets wird nach der entwickelten Theorie bewirkt durch den Antrieb Δ', der von dem festliegenden Stromteil BED auf den mit AB drehbaren Magnet ausgeübt wird. Δ' ist aber nach Richtung und Größe entgegengesetzt dem von AB herrührenden Antrieb Δ, und folglich stimmt das umgekehrt von dem Magnet auf AB ausgeübte Drehungsmoment nach Richtung und Größe mit Δ' überein. Die Rotation des Faradayschen Magnets erfolgt also genau in demselben Sinne, wie die des Barlowschen Rades bei festliegendem Magnet. Man gelangt auf diese Weise zu einer anderen Auffassung der Erscheinung, welche sich als eine unmittelbare Konsequenz aus dem Biot-Savartschen Gesetz ergiebt. Nach diesem wird man bei

der Berechnung der Wechselwirkungen, welche zwischen einem Magnet und einem Stromelement in die Ferne ausgeübt werden, den Magnet durch zwei in seiner Axe liegende Pole ersetzen können. Wenden wir dies auf den FARADAYschen Magnet und den festliegenden Stromteil *BED* an, so sehen wir, daß dieser ein Drehungsmoment auf die in der Axe selbst liegenden Pole nicht ausüben kann. Dagegen bleibt als wirksames Drehungsmoment das übrig, welches von den Polen des Magnets auf den mit ihm rotierenden Stromteil *AB* ausgeübt wird. Die neue Erklärung der Erscheinung, zu der wir vom Standpunkte des BIOT-SAVARTschen Gesetzes aus gelangen, ist mit den beobachteten Thatsachen im Einklang; sie widerstreitet aber einem allgemeinen und fundamentalen Prinzip, dem von der Gleichheit der Aktion und Reaktion; denn nach ihr würde dem Drehungsmoment, welches der Magnet auf den Stromteil *AB* ausübt, keines entsprechen, welches umgekehrt von *AB* aus auf den Magnet wirkte. Magnet und Stromteil würden zusammen ein mechanisches System darstellen, das durch eine innere Kraft in Bewegung gesetzt wird. Dieser Widerspruch macht es in hohem Grade unwahrscheinlich, daß die Annahme der magnetischen Fluida eine reale Bedeutung besitze; er liefert daher zugleich ein Gewicht zu Gunsten einer anderen Theorie, welche die elektromagnetischen Wirkungen ebenso wie die magnetischen durch Zug und Druck in dem zwischen den wirkenden Körpern befindlichen Äther erklärt. Zu einer solchen Theorie werden wir unmittelbar durch die Annahme geführt, daß die physische Natur der Kraftlinien dieselbe bleibt, einerlei, ob sie durch Magnete oder durch galvanische Ströme erzeugt werden; es gelten dann die in § 320 über Zug und Druck in dem System der Kraftlinien gemachten Bemerkungen unverändert für die Kraftlinien eines elektromagnetischen Feldes.

Wir wollen sehen, wie von dem Standpunkte dieser Theorie aus der FARADAYsche Rotationsversuch sich erklärt. Nehmen wir der Einfachheit halber an, die Kraftlinien verlaufen im Innern des Magnets durchaus parallel seiner Axe, so treten sie in den beiden Endflächen senkrecht aus, solange kein Strom durch die Axe geht; wenn aber der Strom durch Drähte, die wir in die Richtung der Axe *DD'* legen, von beiden Seiten her eintritt, so werden die von den Endflächen *D* und *D'* entspringenden Kraftlinien schraubenförmig gedreht; denn zu den Kräften des Magnets kommen nun noch die rotatorischen Wirkungen hinzu, die von den geradlinig in den Richtungen *DA* und *D'A* laufenden Strömen herrühren. Vermöge der in den Kraftlinien herrschenden Spannung üben sie dann gleichgerichtete Drehungsmomente auf die Endflächen des cylindrischen Magnets aus, und diese bringen ihn zur Rotation.

Die FARADAYsche Anschauung von den Magnetkraftlinien giebt aber noch eine andere Möglichkeit zur Erklärung des Versuches, die wir nicht mit Stillschweigen übergehen wollen. Wir nehmen an, der Äther verharre in vollkommener Ruhe, wie auch die ponderabeln Körper sich

in ihm bewegen, und gleiches gelte von den Kraftlinien, die der rotierende Magnet in ihm erzeugt. Wir nehmen ferner an, die Kraftlinien gehen, wie dies in Figur 470 angedeutet ist, auch durch das Innere des Magnets seiner Axe parallel hindurch, so daß jede eine in sich geschlossene Kurve darstellt. Das ganze System dieser Kurven verharre aber im Äther in vollkommener Starrheit, während der Magnet rotiert. Unter diesen Umständen verhält sich der vom Strom durchlaufene Radius AB gerade so, wie der entsprechende Radius des Barlowschen Rades; er befindet sich wie dieser in einem Magnetfeld mit ruhenden, senkrecht zu ihm stehenden Kraftlinien und erfährt wie dieser einen rotatorischen Antrieb, dem in § 444 angegebenen Gesetz entsprechend. Bei dieser Auffassung, welche für die Vorstellung allerdings nicht ohne Schwierigkeiten ist, würde der Sitz der wirksamen Kraft wieder in den rotierenden Magnet selbst zurückverlegt. Der Widerspruch gegen das Prinzip der Gleichheit von Aktion und Reaktion aber fiele fort. Denn es handelte sich nicht mehr um eine Wirkung zwischen zwei miteinander fest verbundenen Elementen, sondern um eine Wirkung des starren ruhenden Äthers auf den beweglichen Stromteil.

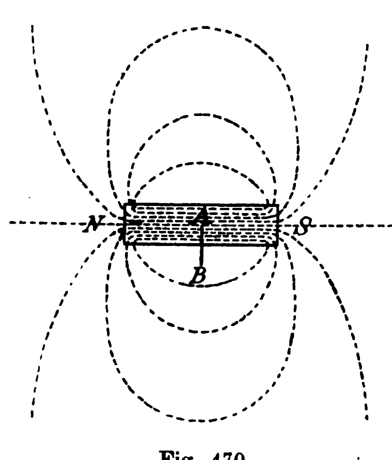


Fig. 470.

Es bleibt noch übrig, die Theorie der Kraftlinien auf den Versuch mit dem Barlowschen Rädchen in Anwendung zu bringen. Zu diesem Zweck genügt es, wenn wir durch einen Versuch mit Eisenfeilspänen den Verlauf der Kraftlinien in einem Felde untersuchen, das von horizontalen Kraftlinien durchzogen und ursprünglich homogen ist, das aber durch einen vertikalen geradlinigen Strom gestört wird (Fig. 471). In dem horizontal gedachten Zeichenblatte laufen die Kraftlinien des Feldes in der Richtung des Pfeiles von K nach L. Der Strom fließe in dem in C sich projizierenden Drahte von unten nach oben; er treibt dann einen positiven magnetischen Pol der Bewegung des Uhrzeigers entgegengesetzt herum. Man sieht, wie die Kraftlinien des Feldes sich zusammendrängen auf der Seite E, wo die Kraft des Feldes dieselbe Richtung besitzt, wie die des Stromes; wie sie sich weit auseinanderziehen auf der Seite F, wo die beiden Kräfte einander entgegengesetzt sind. Wenn wir nun den in dem magnetischen Felde herrschenden Ätherdruck ebenso bestimmen, wie den elektrischen Druck in § 403 und 404, so ist er gleich $\frac{\mu}{8\pi}\mathfrak{H}^2$, in Luft also nach § 450 einfach gleich $\frac{1}{8\pi}\mathfrak{H}^2$; hier

bezeichnet $\mathfrak{H}$ wie immer die magnetische Kraft oder die Intensität des Magnetfeldes.

Wir haben nun in § 345 die Festsetzung getroffen, daß die Zahl der Kraftlinien, die an einer beliebigen Stelle des Magnetfeldes durch die Flächeneinheit hindurchgehen, der Feldintensität proportional sein soll; danach würde umgekehrt die magnetische Kraft da am größten sein, wo die Linien sich am engsten zusammendrängen, und gleiches würde in verstärktem Maße von dem magnetischen Drucke gelten. Es

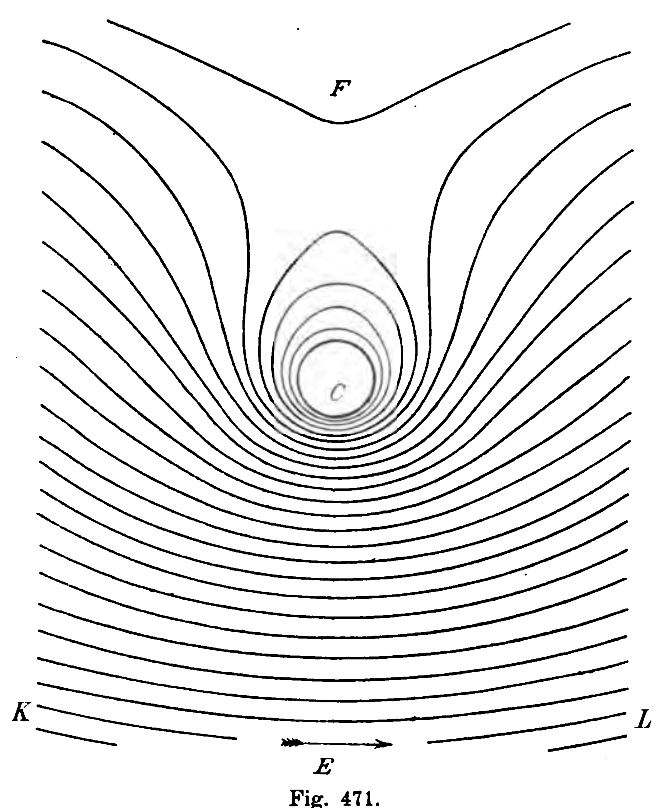


Fig. 471.
Ursprünglich homogenes Magnetfeld und zu den Kraftlinien senkrechter Strom.

erscheint aber nicht überflüssig, diese Beziehungen bei dem vorliegenden Beispiel etwas weiter zu verfolgen, um so gleichzeitig die Zulässigkeit jener Festsetzung selbst einer Prüfung zu unterwerfen. Gehen wir nach einem Teil des Magnetfeldes, in dem der störende Einfluß des Stromes noch nicht sich bemerklich macht, so ist die Kraft konstant, die Kraftlinien sind gleichmäßig durch den Raum verteilt; in der Ebene der Zeichnung werden sie sich als ein System äquidistanter paralleler Linien darstellen. Die Kurven unserer Figur sind in der That so gezeichnet,

daß sie in genügender Entfernung nach beiden Seiten hin in ein System äquidistanter paralleler Linien übergehen würden. Den zwischen zwei benachbarten Kraftlinien eingeschlossenen Streifen lassen wir im Raume Kraftröhren von konstanter Höhe entsprechen, deren Seitenflächen auf der Ebene der Zeichnung senkrecht stehen, so daß sie sich, von oben gesehen, in den Kurven der Figur projizieren. Übertragen wir den in § 364 für elektrostatische Kraftröhren angegebenen Satz auf die magnetischen, so muß in einer und derselben Röhre die Stärke der Kraft im umgekehrten Verhältnis des Querschnittes variieren; die Querschnitte aber verhalten sich wegen der Konstanz der Höhe einfach wie die Abstände der Seitenflächen, d. h. wie die unserer Kraftlinien. Innerhalb jeder einzelnen Röhre variiert somit die Kraft im umgekehrten Verhältnis jenes Abstandes. Aber in großer Entfernung von dem störenden Strome sind die Abstände der Linien und die magnetischen Kräfte allenthalben die gleichen; man kommt somit zu dem Resultat, daß in unserer Zeichnung die Feldintensität allgemein dem Abstand der Kraftlinien umgekehrt proportional ist, ein Resultat, dessen Analogie mit dem in § 135 für die Geschwindigkeit einer strömenden Flüssigkeit entwickelten in die Augen fällt. Der magnetische Druck $\frac{1}{8\pi}\mathfrak{H}^2$ ist dann dem Quadrat des Abstandes der Kraftlinien umgekehrt proportional; er ist in unserem Felde auf der Seite *E* größer als auf der Seite *F*, und durch die Differenz der Drucke wird der Draht in der Richtung von *E* nach *F* getrieben; daß dieses Resultat mit dem aus der Ampèreschen Regel folgenden übereinstimmt, erkennt man sofort, wenn man sich die Kraftlinien durch einen auf der Seite von *K* gelegenen Nordpol erzeugt denkt.

Die Erklärung des Barlowschen Versuches ergiebt sich auf Grund der vorstehenden Betrachtung, wenn man an Stelle des vertikalen vom Strom durchflossenen Drahtes *C* den vertikalen Radius des Rädchens (*AB* in Fig. 468) setzt, zwischen dessen Endpunkten *A* und *B* der Strom verläuft.

VIERTES BUCH.

PARAMAGNETISMUS UND DIAMAGNETISMUS.

§ 459. Faradays Fundamentalversuche. Wir haben in § 458 die Vorstellung entwickelt, daß die elektromagnetischen Wirkungen, ebenso wie nach § 320 die magnetischen, durch Druck und Spannung in dem die Magnete und Ströme umgebenden Medium vermittelt werden. Diese Annahme wird an Wahrscheinlichkeit gewinnen, wenn sich zeigt, daß die magnetische Erregbarkeit nicht ausschließlich eine Eigenschaft des Eisens, sondern, wenn auch in verschiedener Weise, eine Eigenschaft aller Körper ist. Die Entdeckung der neuen magnetischen Wirkungen, welche zu diesem Schlusse führen, ist eine der schönsten Leistungen Faradays, eine reife Frucht der genialen Intuition, welche ihm in den Kraftlinien die beweglichen Träger physischer Wirkungen und nicht bloß starre mathematische Kurven zeigte.

Faraday benützte bei seinen Beobachtungen einen Hufeisenmagnet, der aus einer Eisenbarre von 117 cm Länge und 9,5 cm Durchmesser hergestellt war. Der Zwischenraum zwischen den Schenkeln des Hufeisens betrug 15 cm. Sie waren umgeben von Spiralen aus Kupferdraht von 0,43 cm Dicke und einer Gesamtlänge von 159 m. Jede der Spiralen hatte eine Länge von 40,6 cm und bestand aus drei Lagen von je 94—95 Windungen. Die Richtung der Verbindungslinie der beiden Magnetpole bezeichnen wir als axiale, die zu dieser und der Ebene des Hufeisens senkrechte als äquatoriale. Wir stellen den Magnet so, daß die genannten Richtungen horizontal liegen. In das Feld zwischen den beiden Polen brachte Faraday verschiedene Stoffe in der Form von Cylindern; diese wurden an einem feinen vertikalen Faden aufgehängt, der gerade auf die Mitte der die beiden Pole verbindenden Axe traf. Die Einrichtung war so, daß die Cylinder mit äußerster Leichtigkeit in horizontaler Ebene sich drehen konnten. Wenn der Elektromagnet erregt ist, so wird unter diesen Umständen ein Cylinder von Eisen sich in die axiale Richtung einstellen, wie in Figur 472. Wenn man aber an Stelle eines Eisencylinders einen solchen aus Wismut nimmt, so kommt dieser umgekehrt in der äquatorialen Lage zur Ruhe, wie in Figur 473. Eisen und Wismut zeigen also im magnetischen Felde ein ganz wesentlich verschiedenes Verhalten. Faraday dehnte die Beobachtungen auf eine große Menge von Stoffen aus und bezeichnete auf Grund ihrer Ergeb-

nisse den Magnetismus als eine allgemeine Eigenschaft aller Stoffe. Mit Bezug auf ihr Verhalten im magnetischen Felde teilte er die Körper in

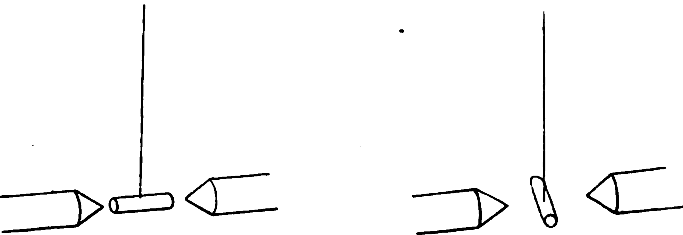


Fig. 472. Paramagnetismus. Fig. 473. Diamagnetismus.

zwei Klassen, die paramagnetischen, die sich so verhalten wie das Eisen, die diamagnetischen, die sich verhalten wie das Wismut.

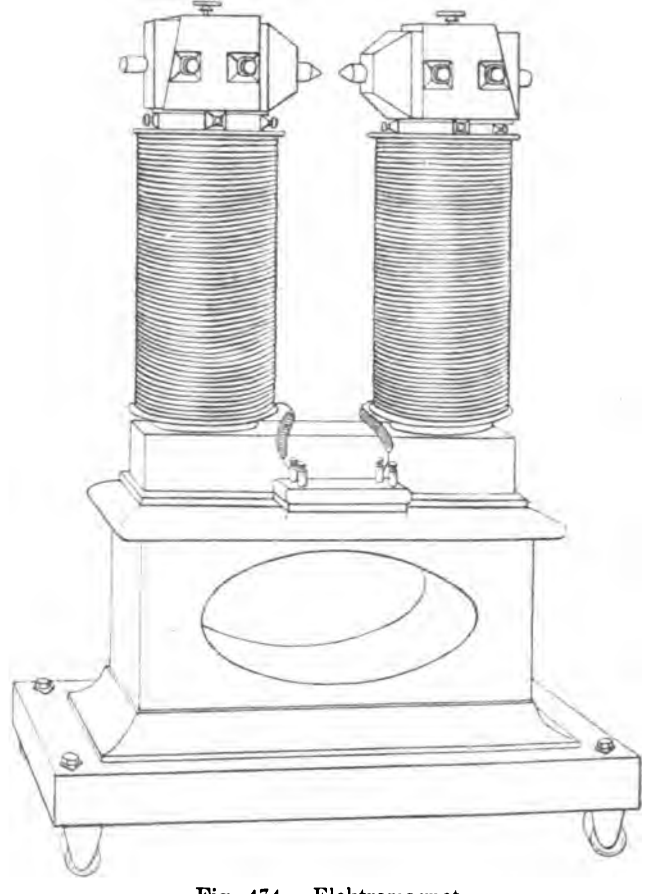


Fig. 474. Elektromagnet.

Einen Elektromagnet, wie er zu den geschilderten Versuchen dient, stellt Figur 473 dar.

§ 460. Die diamagnetische Abstoßung. Wenn wir dicht vor dem Pole eines kräftigen Elektromagnets von Stabform eine Kugel aus Wismut aufhängen, so beobachten wir bei Stromschluß eine Abstoßung, welche nach der Unterbrechung des Stromes wieder verschwindet. Wir haben in diesem Versuch ein zweites Mittel, um über den paramagnetischen oder diamagnetischen Charakter eines Stoffes zu entscheiden; der Versuch legt aber außerdem die Auffassung nahe, daß die diamagnetischen Stoffe im Magnetfelde so magnetisch werden, daß sie dem erregenden Pole den gleichnamigen entgegen kehren, daß sie dementsprechend die Kraftlinien des Feldes nicht sammeln, sondern zerstreuen. In der That wird durch diese Annahme auch die äquatoriale Einstellung eines diamagnetischen Cylinders im magnetischen Felde in einfacher Weise erklärt. Im Lichte der früher entwickelten Anschauungen würde den diamagnetischen Stoffen ein Leitvermögen für die magnetischen Kraftlinien zuzuschreiben sein, welches schlechter ist als das der Luft, schlechter als das des reinen Äthers, da diamagnetische Abstoßungen auch im leeren Raum stattfinden. Wenn nämlich ein Cylinder aus diamagnetischer Substanz, auf den in der Richtung seiner Axe eine magnetische Kraft $\mathfrak{H}$ wirkt, ein dieser entgegengesetztes Moment annimmt, so muß die in § 448 eingeführte Magnetisierungsfunktion $\varkappa$ negativ genommen werden: $\varkappa = -\varkappa_d$. Das magnetische Moment $\mathfrak{J}$ der Volumeneinheit ist dementsprechend gegeben durch die Formel $\mathfrak{J} = -\varkappa_d \mathfrak{H}$. Nun haben wir aber in § 449 als Maß der Leitfähigkeit für Magnetkraftlinien die Permeabilität eingeführt, und diese ist bei negativem $\varkappa = -\varkappa_d$ gegeben durch $\mu = 1 - 4\pi\varkappa_d$, also selbstverständlich kleiner als bei einem paramagnetischen Körper, oder bei der Luft, für die wir bisher $\varkappa = 0$ gesetzt haben. Von der Störung der Kraftlinien eines homogenen magnetischen Feldes durch eine diamagnetische Kugel giebt Figur 475 ein Bild.

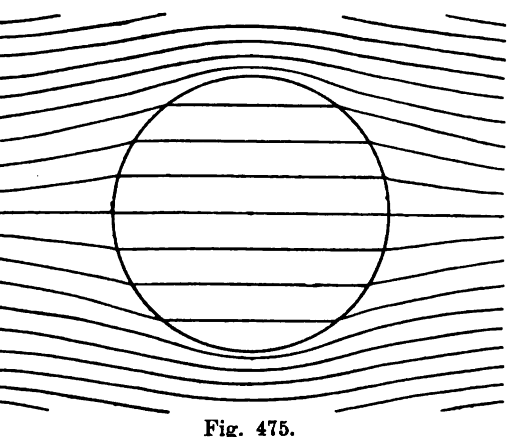


Fig. 475.
Diamagnetische Kugel im homogenen Feld.

§ 461. Paramagnetische und diamagnetische Körper im Magnetfelde. Wenn ein diamagnetischer Körper in einem magnetischen Felde sich befindet, so gehen von ihm magnetische Wirkungen aus, die ganz ebenso berechnet werden können, wie die von einem paramagnetischen Körper erzeugten; auch auf die Berechnung der in einem diamagnetischen Körper induzierten Momente findet die Theorie, welche wir für

den induzierten Magnetismus oder die diëlektrische Induktion aufgestellt haben, unmittelbare Anwendung, sobald man auf den entgegengesetzten Sinn der Magnetisierung Rücksicht nimmt; diesen aber kann man, der im vorhergehenden Paragraphen gemachten Bemerkung entsprechend, dadurch in Rechnung bringen, daß man die Magnetisierungszahl als eine negative Größe einführt, $\varkappa = -\varkappa_d$, wobei dann die positive Zahl $\varkappa_d$ als Diamagnetisierungszahl bezeichnet wird. Es ergiebt sich damit die Möglichkeit, aus der Beobachtung der Wechselwirkungen zwischen Magneten und diamagnetisch erregten Körpern die Größe $\varkappa = -\varkappa_d$ zu berechnen. Die Aufgabe ist eine schwierige, weil die diamagnetischen Erregungen im Vergleich mit den magnetischen des weichen Eisens sehr schwach sind. Beobachtung von Wirkungen, welche ein Diamagnet in größerer Entfernung ausübt, ist nicht möglich; man ist angewiesen auf die Messung von Kräften, welche die einzelnen Pole auf möglichst naheliegende Punkte ausüben.

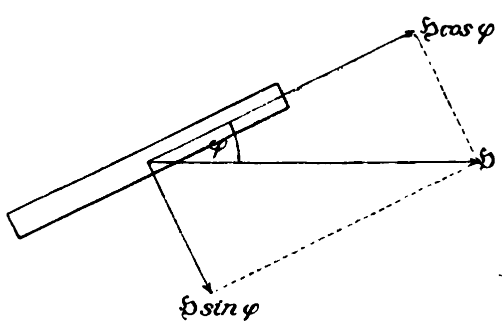


Fig. 476. Eisencylinder im homogenen Feld.

Die Verschiedenheit magnetischer und diamagnetischer Wirkungen äußert sich aber noch charakteristischer in dem folgenden Falle. Wir bringen zuerst einen um seinen Mittelpunkt drehbaren Cylinder von Eisen in ein homogenes Magnetfeld mit horizontalen Kraftlinien; er stellt sich mit seiner Axe in die Richtung der magnetischen Kraft. Nach der Theorie des induzierten Magnetismus erklärt sich dies in folgender Weise. Die Axe des Cylinders möge mit der Richtung der magnetischen Kraft $\mathfrak{H}$ zunächst den Winkel φ einschließen (Fig. 476). Wir zerlegen die Kraft in zwei Komponenten, von welchen die eine $\mathfrak{H}\cos\varphi$ mit der Axe des Cylinders parallel, die andere $\mathfrak{H}\sin\varphi$ zu ihr senkrecht ist. In der Richtung der Axe wird dann ein magnetisches Moment von der Größe $v \cdot \mathfrak{J}_p = v \cdot \varkappa \mathfrak{H} \cos\varphi$ induziert, wo v das Volumen des Cylinders bezeichnet. Infolge hiervon wirkt auf den Eisencylinder ein Drehungsmoment Δ_p, das seine Axe in die Richtung der Kraftlinien zu stellen sucht. Nach dem in § 330 Gesagten ist $\Delta_p = v\varkappa\mathfrak{H}^2 \cos\varphi \sin\varphi$. Die zweite zu der Cylinderaxe senkrechte Komponente induziert, ebenso wie bei einem sehr verlängerten Rotationsellipsoid (s. § 448), ein Moment $v \cdot \mathfrak{J}_s = v \dfrac{\varkappa}{1 + 2\pi\varkappa} \mathfrak{H} \sin\varphi$; da seine Richtung mit der magnetischen Kraft $\mathfrak{H}$ den Mittel $\dfrac{\pi}{2} - \varphi$ einschließt, so entspricht ihm ein Drehungsmoment $\Delta_s = v \dfrac{\varkappa}{1 + 2\pi\varkappa} \mathfrak{H}^2 \sin\varphi \cos\varphi$, welches aber dem vorigen entgegenwirkt. Das ganze auf den Cylinder wirkende Drehungsmoment

ist danach: $\left(\varkappa - \frac{\varkappa}{1 + 2\pi\varkappa}\right) v \mathfrak{H}^2 \sin\varphi \cos\varphi$. Nun ist bei Eisen $\varkappa$ im allgemeinen groß, und daher $\frac{\varkappa}{1 + 2\pi\varkappa}$ klein gegen $\varkappa$ selber. Es überwiegt somit das zuerst betrachtete Moment, und der Eisencylinder stellt sich infolge hiervon in die Richtung der Kraftlinien. Ein Wismutcylinder dagegen besitzt in einem homogenen Magnetfelde keine beobachtbare Ruhelage; die aus der Längs- und der Quermagnetisierung resultierenden Drehungsmomente sind einander entgegengesetzt gleich; die Funktion $\varkappa = -\varkappa_d$ ist so klein, daß $2\pi\varkappa_d$ gegen 1 verschwindet und $\varkappa_d$ nicht merklich verschieden ist von $\frac{\varkappa_d}{1 - 2\pi\varkappa_d}$. Bei Eisen kann die Schwingungsdauer eines im homogenen Felde um die Richtung der Kraftlinien oscillierenden Cylinders zu der Bestimmung der Magnetisierungszahl dienen. Meßbare Bewegungen diamagnetischer Körper aber treten nur in inhomogenen Feldern ein, und zwar so, daß jene von Stellen mit größerer Dichtigkeit der Kraftlinien zu solchen mit geringerer Dichtigkeit zu gehen suchen. Aus der Abstoßung, welche eine diamagnetische Kugel in dem inhomogenen Felde eines Magnetpoles, oder an den Endflächen einer galvanischen Spirale erleidet, kann ihre Magnetisierungszahl $\varkappa = -\varkappa_d$ bestimmt werden; aber die Lösung der Aufgabe ist eben durch die Inhomogeneïtät des Feldes kompliziert.

§ 462. Quantitative Bestimmung der diamagnetischen Induktion bei Wismut. Aus den magnetischen Wirkungen, welche die Pole eines Diamagnets auf die Pole einer in geeigneter Weise aufgehängten Magnetnadel ausübten, hat WILHELM WEBER zuerst das Resultat abgeleitet, daß in einem magnetischen Felde von der Intensität 62,99 $\mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}^{-1}$ (§ 334) bei gleichem Gewichte der im Wismut induzierte Diamagnetismus 1 470 000 mal kleiner ist, als der Magnetismus des Eisens. Daraus ergiebt sich für die Magnetisierungszahl des Wismuts der Wert $\varkappa = -\varkappa_d = -22{,}6 \times 10^{-6}$. Mit Hilfe der in dem nächsten Kapitel zu behandelnden Induktionserscheinungen des entstehenden oder verschwindenden Magnetismus hat WEBER in einem Felde von der Intensität 301,2 $\mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}^{-1}$ $\varkappa = -20{,}8 \times 10^{-6}$ gefunden. Neuere Untersuchungen benützten zu der Bestimmung der Magnetisierungszahl des Wismuts die abstoßenden Kräfte, welche ein Wismutcylinder in einem inhomogenen Magnetfeld erleidet; es ergab sich in einem Magnetfelde, dessen Intensität von 25,8 bis 128,0 $\mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}^{-1}$ anstieg, im Mittel $\varkappa = -13{,}99 \times 10^{-6}$, wobei aber eine Abhängigkeit der Magnetisierungszahl von der Feldstärke nicht zu erkennen war.[1] Wir werden also beim Wismut nicht von einer Magnetisierungsfunktion, sondern von einer Magnetisierungskonstante sprechen. Dieselbe Bemerkung gilt von anderen

[1] v. ETTINGSHAUSEN, Bestimmungen der Diamagnetisierungszahl des metallischen Wismuts in absolutem Maße. WIED. Ann. 1882. Bd. 17. p. 292.

schwach magnetischen oder diamagnetischen Körpern; auch bei ihnen hat man keine Magnetisierungsfunktion, sondern eine Magnetisierungskonstante. Diese Magnetisierungskonstanten solcher Körper sind nun überdies sehr klein; die Rückwirkungen der mit dem induzierten Paramagnetismus oder Diamagnetismus äquivalenten Oberflächenbelegungen sind daher zu vernachlässigen, und das in der Volumeneinheit induzierte magnetische Moment ist bei Körpern von jeder Form gleich dem Produkt aus der Magnetisierungskonstante und der magnetisierenden Kraft.

Wir haben früher als gleichbedeutend mit „Magnetisierungsfunktion" die Bezeichnung „Magnetisierungszahl" eingeführt. In der Folge werden wir das letztere Wort besonders in den Fällen benützen, wo die Frage der Konstanz oder Veränderlichkeit nicht in Betracht kommt.

§ 463. Krystallmagnetismus. Aus der gegen den Schluß des vorhergehenden Paragraphen gemachten Bemerkung ergiebt sich von neuem der schon erwähnte Satz, daß ein schwach magnetischer oder diamagnetischer Körper in einem homogenen Magnetfelde keine Richtkraft erfährt. Indes ist derselbe doch nur richtig für isotrope Körper oder für Krystalle des regulären Systems. Nicht reguläre Krystalle stellen sich auch im homogenen Felde mit bestimmten Richtungen parallel zu den Kraftlinien, ähnlich wie ein Eisencylinder mit der Richtung seiner Axe. Der Grund hiervon liegt in der verschiedenen Magnetisierbarkeit nicht regulärer Krystalle nach verschiedenen Richtungen. Hiernach kann die Analogie ihres Verhaltens mit dem eines Eisencylinders in der That vollständig durchgeführt werden. Der letztere besitzt in der Richtung seiner Axe eine größere Magnetisierbarkeit als in einer hierzu senkrechten vermöge seiner Form. Bei nicht regulären Krystallen sind die ganz analogen Unterschiede der Magnetisierungskonstanten nach verschiedenen Richtungen Folgen der Struktur.

§ 464. Magnetismus von Kobalt und Nickel. Dem Eisen stehen Kobalt und Nickel in ihrem magnetischen Verhalten sehr nahe; sie zeigen wie dieses eine starke Veränderlichkeit der Magnetisierungszahl, Koërcitivkraft und die durch sie bedingte Hysteresis. Die Intensität der Magnetisierung ist aber erheblich kleiner als bei weichem Eisen. Bei Kobalt wurde der größte Wert der Magnetisierungszahl $\varkappa = 13{,}8$ in einem Felde von der Intensität $\mathfrak{H} = 25\ \mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}^{-1}$ beobachtet, bei Nickel der Maximalwert $\varkappa = 23{,}5$ für $\mathfrak{H} = 9{,}5$.[1]

§ 465. Magnetische Eigenschaften von Flüssigkeiten und Gasen. Schon Faraday hatte auch flüssige und gasförmige Stoffe auf ihre magnetischen Eigenschaften hin untersucht. Bei Flüssigkeiten verfährt man am besten so, daß man auf die einander genäherten Pole eines hufeisenförmigen Elektromagnets eine Glimmerscheibe legt und einen Tropfen der Flüssigkeit auf diese bringt. Wenn der Magnet erregt wird,

[1] Ewing, Magnetische Induktion. Berlin 1892. p. 87.

so nehmen magnetische Flüssigkeiten die in Figur 477, diamagnetische die in Figur 478 dargestellte Gestalt an.



Fig. 477. Paramagnetische Flüssigkeit. Fig. 478. Diamagnetische Flüssigkeit.

Der Diamagnetismus gasförmiger Körper läßt sich am anschaulichsten an einer Flamme demonstrieren, welche zwischen die Pole des Elektromagnets gebracht wird. Sie wird nach außen getrieben, sobald der Magnet erregt ist. FARADAY experimentierte mit Seifenblasen, die, mit verschiedenen Gasen gefüllt, etwas seitlich in dem Feld des Elektromagnets leicht beweglich aufgehängt waren; eine mit Stickstoff gefüllte Blase ging nach außen, verhielt sich also diamagnetisch, eine mit Sauerstoff gefüllte wurde wie ein magnetischer Körper nach innen gezogen.

§ 466. Das ARCHIMEDische Prinzip im Magnetfelde. FARADAY beschreibt in der Abhandlung „On new magnetic actions and on the magnetic condition of all matter“[1] den folgenden Versuch. Er nahm drei Röhrchen von dünnem Glase und füllte sie mit Ferrosulfatlösungen von verschiedener Konzentration. Die erste enthielt 14 $^0/_0$ des Salzes; die zweite war auf das vierfache, die dritte auf das 16-fache verdünnt. Im Magnetfelde stellten sich in Luft alle Röhren axial. Ebenso wenn sie in ein Gefäß gesenkt wurden, das mit Alkohol oder Wasser gefüllt war. Dagegen stellt sich die zweite Röhre in der ersten Lösung, die dritte in der ersten und zweiten Lösung äquatorial. Hieraus ergiebt sich, daß Paramagnetismus und Diamagnetismus keine absoluten Eigenschaften der Körper sind; derselbe Stoff verhält sich wie ein paramagnetischer oder wie ein diamagnetischer, je nach dem Mittel, in dem er sich befindet. Wir werden aus den Versuchen weiter schließen, daß ein Körper, der sich in der Luft axial stellt, und den wir danach als paramagnetisch bezeichnen, von einem Magnetpole abgestoßen wird, wenn er sich in einem Mittel von größerer Magnetisierbarkeit befindet, angezogen in einem solchen mit kleinerer Magnetisierungskonstanten. Die ponderomotorischen Wirkungen, die wir im Magnetfelde beobachten, charakterisieren sich dadurch als Differenzwirkungen, und es liegt nahe, das ARCHIMEDische Prinzip auf sie in Anwendung zu bringen. Wenn ein Körper in irgend einem Fluidum in dem inhomogenen Felde eines Magnetpoles sich befindet, so wirkt auf ihn nicht bloß die anziehende Kraft des Poles, sondern außerdem der Wegtrieb der verdrängten Flüssigkeit. Die Anziehung ist der Magnetisierungszahl des Körpers proportional; den Wegtrieb erhalten wir, wenn wir den Raum des Körpers mit der Flüssigkeit erfüllen und die Anziehung berechnen, welche die

[1] Experimental Researches in Electricity. Ser. XXI. 2362—2366.

so begrenzte Flüssigkeitsmenge erleidet; sie wird der Magnetisierungszahl $\varkappa_2$ der Flüssigkeit proportional sein, und dasselbe gilt von dem Archimedischen Wegtrieb. Die ganze Kraft, die auf den in der Flüssigkeit schwebenden Körper wirkt, ist hiernach der Differenz der Magnetisierungszahlen $\varkappa_1 - \varkappa_2$ proportional. Wenn wir durch irgend welche Versuche jene Kraft messen, so haben wir eine Gleichung zur Berechnung der Differenz $\varkappa_1 - \varkappa_2$.

Ganz dasselbe Resultat ergiebt sich, wenn die Webersche Beobachtungsmethode im Innern einer magnetischen Flüssigkeit angewandt wird. Wir überzeugen uns hiervon durch die folgende Überlegung.

Zwischen den Polen eines Elektromagneten befinde sich ein homogenes magnetisches Feld; in die Richtung seiner Kraftlinien bringen wir einen kleinen Stab aus einer paramagnetischen Substanz, etwa von Eisen. Messen wir die Kraft, welche der induzierte Magnetismus auf einen in der Nähe befindlichen Magnetpol ausübt, so erhalten wir die Magnetisierungszahl $\varkappa_1$ des Körpers, vorausgesetzt, daß das ganze Magnetfeld von Luft erfüllt ist. Nun wollen wir das Ganze in ein Fluidum versenken, dessen Magnetisierungszahl $\varkappa_2$ bekannt, d. h. gleichfalls durch einen im Luftraum ausgeführten Versuch bestimmt worden sei. Nun müssen wir einige Voraussetzungen machen, um zu dem erwähnten Schluss zu gelangen. Es soll erstens durch die Einführung der Flüssigkeit der Verlauf der Kraftlinien keine Änderung erleiden. Diese Annahme ist zulässig, da erfahrungsmäßig die Magnetisierungszahlen aller Flüssigkeiten sehr klein sind. Zweitens soll auch die Intensität des Magnetfeldes dadurch sich nicht ändern, daß die erregenden Pole von der Flüssigkeit umhüllt werden. Thatsächlich wird ja an den Polflächen des Elektromagnets eine magnetische Verschiebung in der Flüssigkeit eintreten; es wird an dem Nordpol eine negative, an dem Südpol eine positive magnetische Schicht an der Flüssigkeitsoberfläche sich bilden und die Wirkung der Pole schwächen. Bei der geringen Magnetisierbarkeit der Flüssigkeiten sind diese Schichten so schwach, daß wir die durch sie bedingte Änderung der Feldintensität vernachlässigen können. Unter diesen Umständen wird der Cylinder genau ebenso magnetisiert, wie zuvor im Luftraum; das magnetische Moment der Volumeneinheit wird $\varkappa_1 \mathfrak{H}$, wenn $\mathfrak{H}$ die Intensität des Magnetfeldes. Aber nun ist der Cylinder umgeben von der magnetischen Flüssigkeit, und das bei ihr in der Volumeneinheit induzierte Moment wird $\varkappa_2 \mathfrak{H}$ sein. An den Endflächen des Cylinders treffen sich, der nach § 399 zwischen Oberflächendichte und spezifischem Moment bestehenden Beziehung zufolge, entgegengesetzte Oberflächenschichten mit den Dichten $\varkappa_1 \mathfrak{H}$ und $\varkappa_2 \mathfrak{H}$, und daraus folgt, daß die auf den benachbarten Magnetpol ausgeübte Kraft proportional mit $(\varkappa_1 - \varkappa_2)\mathfrak{H}$ ist. Die Messung der Kraft führt also wieder auf die Differenz der Magnetisierungszahlen $\varkappa_1 - \varkappa_2$.

An dieses Ergebnis knüpfen sich nun weitere Folgerungen von hohem theoretischem Interesse. Wir setzen voraus, daß wir durch Beobach-

tungen im Luftraum für eine ganze Reihe von Körpern die Magnetisierungszahlen bestimmt haben; sie seien

$$\varkappa_1, \varkappa_2; \varkappa_3, \varkappa_4 \ldots$$

Die Luft selbst bekommt dabei natürlich die Konstante Null; denn Wirkungen von induziertem Magnetismus treten eben erst dann auf, wenn in den Luftraum ein neuer Körper gebracht wird. Nun haben wir gesehen, daß alle Körper paramagnetisch oder diamagnetisch erregbar sind; damit tritt die Luft selbst in die Reihe der magnetischen Substanzen, und wenigstens von theoretischem Standpunkt aus haben wir keinen besonderen Grund, die magnetischen Konstanten gerade auf Luft zu beziehen. Ebensogut können wir sie durch Versuche in Sauerstoff, Wasserstoff, oder durch Versuche im leeren Raum, d. h. im Äther bestimmen. Wie ändert sich dabei die Reihe der magnetischen Konstanten? Wir wollen uns aus der Reihe der Flüssigkeiten irgend eine herausgegriffen denken, deren magnetische Konstante $\varkappa_i$ sei. Führen wir in ihr alle zu der Bestimmung magnetischer Konstanten notwendigen Operationen aus, so erhalten wir eine neue Reihe von Zahlen, die wir durch $\varkappa_1'$, $\varkappa_2'$, $\varkappa_3'$, $\varkappa_4'$ . . . bezeichnen. Dann ergiebt sich aus dem Archimedischen Prinzip, daß

$$\varkappa_1' = \varkappa_1 - \varkappa_i, \quad \varkappa_2' = \varkappa_2 - \varkappa_i \ldots$$

Für die neue Normalflüssigkeit i selber wird natürlich $\varkappa_i' = 0$. Wenn die magnetischen Konstanten der Körper für Luft bekannt sind, so reduzieren wir sie auf irgend eine andere Normalflüssigkeit, indem wir sie um die magnetische Konstante der letzteren verkleinern.

Der Ather verhält sich der Luft gegenüber diamagnetisch, seine Magnetisierungskonstante kann gleich $-0{,}02 \times 10^{-6}$ gesetzt werden; um diesen Betrag sind die Magnetisierungszahlen aller Körper zu vergrößern, wenn wir sie von Luft auf Äther reduzieren wollen.

Aus praktischen Gründen werden wir in der Regel mit den auf Luft bezogenen Magnetisierungszahlen $\varkappa$ operieren, die übrigens von den auf Äther bezogenen kaum zu unterscheiden sind.

Aus unseren Betrachtungen folgt weiter, daß wir ganz willkürlich die Magnetisierungskonstante eines beliebigen Körpers Null setzen können, wenn wir nur die Magnetisierungszahlen aller übrigen, auch die des Äthers, in entsprechender Weise ändern; für alle Wirkungen im Magnetfeld ergeben sich dieselben Werte, wie bei den auf Luft bezogenen Konstanten. Diese sagen also über die wahre Magnetisierbarkeit der Körper überhaupt nichts aus; die letztere kann bei allen Körpern, auch bei den am stärksten diamagnetischen, eine sehr große sein. Die im Magnetfelde beobachteten Wirkungen sind immer Differenzwirkungen, sie geben über die wahre Größe der magnetischen Polarisation keinen Aufschluß.

§ 467. Zur Theorie des Diamagnetismus. Aus den am Anfang des vorhergehenden Paragraphen geschilderten Versuchen Faradays ergiebt

sich eine für unsere Auffassung von der Natur des Diamagnetismus wichtige Folgerung. Das Verhalten eines aus einer Substanz 1 bestehenden Körpers in einer Flüssigkeit 2 hängt danach nur ab von der Differenz der Magnetisierungszahlen $\varkappa_1 - \varkappa_2$. Ist $\varkappa_1 > \varkappa_2$, so erfolgt Anziehung, der Körper ist paramagnetisch, ist $\varkappa_2 > \varkappa_1$, so erfolgt Abstoßung, der Körper ist diamagnetisch; die Konstanten $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ können dabei beide positive Werte besitzen, die Körper können, für sich genommen, beide magnetisch sein. Um also die Erscheinungen des Diamagnetismus zu erklären, ist es nicht notwendig, zwei Klassen von Körpern anzunehmen, welche als para- und als diamagnetische in einem Gegensatze zu einander stehen, wie etwa positiv und negativ elektrische Körper. Es können alle Körper dieselben magnetischen Eigenschaften besitzen; ordnen wir sie in eine Reihe von den am stärksten magnetischen abwärts zu immer schwächeren, so erscheint jeder paramagnetisch in einem Mittel von schwächerer Magnetisierbarkeit, diamagnetisch in einem Mittel von stärkerer. Das merkwürdige der Reihe liegt darin, daß die Gase und der Äther in ihrer Mitte stehen, der Sauerstoff nach der Seite stärkerer Magnetisierbarkeit hin. Es scheint also, daß die Eigenschaften des Äthers durch die ponderabelen Körper verschieden modifiziert werden, im Sinne einer stärkeren Magnetisierbarkeit bei den gegen ihn paramagnetischen, im Sinne einer schwächeren bei den ihm gegenüber diamagnetischen Stoffen.

Aus den vorhergehenden Betrachtungen hat sich ergeben, daß wir allen Körpern, auch den sogenannten diamagnetischen und dem Äther eine hohe Magnetisierbarkeit zuschreiben können, ohne mit den Thatsachen der Beobachtung in Widerspruch zu kommen. Damit gewinnt aber die schon früher mehrfach besprochene Theorie der physischen Kraftlinien an Wahrscheinlichkeit. Wir haben die Theorie des induzierten Magnetismus als ein vollkommenes Analogon zu der Theorie der diëlektrischen Polarisation betrachtet. Wir können also die Theorie der Kraftlinien, die wir in § 404 für diëlektrische Mittel gegeben haben, auch auf die magnetischen übertragen, was wir ja auch schon in § 458 gethan haben. Es tritt dabei nur an Stelle der elektrischen Kraft $\mathfrak{F}$ die magnetische $\mathfrak{H}$, an Stelle der diëlektrischen Konstanten K die magnetische Permeabilität μ.

§ 468. Physische Kraftlinien und Einfluß des Zwischenmediums auf magnetische und elektromagnetische Wirkungen. Der letzten Bemerkung des vorhergehenden Paragraphen zufolge ist in der Richtung der Kraftlinien ein Zug von der Stärke $\frac{\mu}{8\pi}\mathfrak{H}^2$, senkrecht zu ihnen ein Druck von derselben Größe anzunehmen. Im Innern eines und desselben Mittels halten sich diese Wirkungen das Gleichgewicht, an der Grenze verschiedener Körper werden sie zur Geltung gelangen und alle die scheinbaren Fernwirkungen erzeugen, die im Magnetfelde zwischen Magneten oder zwischen Magneten und galvanischen Strömen beobachtet werden. Auf eine genauere Ausführung müssen wir verzichten,

wollen aber noch einige weitere Konsequenzen betrachten, welche sich aus den gewonnenen Anschauungen ergeben.

Wir fragen zunächst nach dem Einfluß des Zwischenmediums auf die magnetischen Fernwirkungen. Wenn zwei Magnetpole m und m' in Luft in der Entfernung r sich befinden, so üben sie aufeinander die Abstoßung $\frac{m m'}{r^2}$ aus. Die Magnetisierungskonstante der Luft setzen wir gleich 0, ihre Permeabilität ist dann gleich 1, wie wir schon in § 450 bemerkt haben. Bringen wir nun die Pole in ein Medium von anderer Permeabilität μ, so wird dieses magnetisch erregt, die Stärke der Pole erleidet dadurch eine scheinbare Änderung, und ihre Abstoßung ist, entsprechend der Abstoßung zweier Elektrizitätsmengen in einem diëlektrischen Mittel (§ 403), gleich $\frac{m m'}{\mu r^2}$. Die Abstoßung ist der Permeabilität umgekehrt proportional und hängt dementsprechend von der Natur des Mittels ab.

Für die elektromagnetische Wechselwirkung dagegen ergiebt sich das Resultat, daß sie von der Permeabilität des Zwischenmediums unabhängig ist. Dies ist zunächst einleuchtend für die von einem galvanischen Strom ausgeübte magnetische Kraft. Die Veränderung der Kraft eines Magnetpoles rührt, ebenso wie bei dem elektrischen Pole von § 403, daher, daß seine Oberfläche der Ursprung von Kraftlinien ist; es wird daher in dem umgebenden magnetisierbaren Mittel entgegengesetztes Fluidum nach ihr hingeschoben, und seine Menge hängt von der größeren oder geringeren Erregbarkeit des Mittels ab; die hierdurch bedingte scheinbare magnetische Oberflächenladung ist die Ursache der veränderten Wirkung. Die Kraftlinien eines galvanischen Stromes aber laufen in sich zurück und geben keine Veranlassung zu der Bildung von magnetischen Schichten an der Oberfläche der Stromleiter.

Nehmen wir nun die Wechselwirkung zwischen einem permanenten Magnet und einem galvanischen Strom, so wird diese bedingt durch Zug- oder Druckkräfte von dem Betrage $\frac{\mu}{8\pi}\mathfrak{H}^2$. Die Kraft $\mathfrak{H}$ ist die Resultante aus den Wirkungen des Magnetes und des Stromes; bezeichnen wir die erste mit $\mathfrak{H}_m$, die zweite mit $\mathfrak{H}_i$, so wird $\mathfrak{H}^2$ durch einen Ausdruck dargestellt sein, der die Quadrate von $\mathfrak{H}_m$ und $\mathfrak{H}_i$ und ihr Produkt enthält; die elektromagnetische Wechselwirkung wird aber nur durch das von beiden Elementen abhängende Produkt bestimmt sein können. In diesem ist aber der eine Faktor $\mathfrak{H}_i$, wie wir eben sahen, von μ unabhängig, der andere $\mathfrak{H}_m$ mit μ umgekehrt proportional; die in dem Werte von $\mu\mathfrak{H}^2$ auftretende Größe $\mu\mathfrak{H}_m\mathfrak{H}_i$, d. h. die elektromagnetische Wirkung, ist somit von μ, d. h. von der Natur des Zwischenmediums unabhängig.

§ 469. Bestimmung der Magnetisierungskonstanten bei Flüssigkeiten. An die im Anfang des vorigen Paragraphen besprochene Theorie knüpft sich noch die Möglichkeit, aus den im magnetischen

Felde herrschenden Spannungen die Magnetisierungskonstanten von Flüssigkeiten zu bestimmen.

An der Grenze zweier verschiedener Flüssigkeiten 1 und 2 wirken in der Richtung der Kraftlinien die Spannungen $\frac{\mu_1}{8\pi}\mathfrak{H}_1^2$ und $\frac{\mu_2}{8\pi}\mathfrak{H}_2^2$, senkrecht zu ihnen Drucke von derselben Größe, wobei wir durch μ_1 und μ_2 die Permeabilitäten, durch $\mathfrak{H}_1$ und $\mathfrak{H}_2$ die beiderseits vorhandenen magnetischen Kräfte bezeichnen.

Nehmen wir zuerst den Fall, daß die Kraftlinien mit der Grenzfläche beider Flüssigkeiten parallel laufen. Nach § 450 hat dann die magnetische Kraft auf beiden Seiten der Grenzfläche denselben Wert $\mathfrak{H}$; von der Flüssigkeit 1 nach der Flüssigkeit 2 wirkt der Druck $\frac{\mu_1}{8\pi}\mathfrak{H}^2$, in der umgekehrten Richtung der Druck $\frac{\mu_2}{8\pi}\mathfrak{H}^2$. Im ganzen wirkt also auf die Grenzfläche ein von 1 nach 2 gerichteter Druck von der Größe $\frac{\mu_1 - \mu_2}{8\pi}\mathfrak{H}^2 = \frac{\varkappa_1 - \varkappa_2}{2}\mathfrak{H}^2$. Dieser wirkt wie ein hydrostatischer Druck und kann durch einen solchen gemessen werden. Die Beobachtung liefert die Differenz $\varkappa_1 - \varkappa_2$. Stehen die Kraftlinien zu der Grenzfläche senkrecht, so treten an Stelle der Drucke die Spannungen $\frac{\mu_1}{8\pi}\mathfrak{H}_1^2$ im Sinne von 2 nach 1, und $\frac{\mu_2}{8\pi}\mathfrak{H}_2^2$ im Sinne von 1 nach 2. Im ganzen also resultiert ein Zug auf die Grenzfläche, der, von 1 nach 2 gerechnet und auf die Flächeneinheit bezogen, die Größe

$$P = \frac{\mu_2\mathfrak{H}_2^2 - \mu_1\mathfrak{H}_1^2}{8\pi}$$

besitzt. Nun ist, wenn die Kraftlinien die Grenzfläche senkrecht durchschneiden, nach § 449:

$$\mu_1\mathfrak{H}_1 = \mu_2\mathfrak{H}_2 \,.$$

Somit

$$P = \frac{\varkappa_1 - \varkappa_2}{2}\,\frac{\mu_1}{\mu_2}\,\mathfrak{H}_1^2.$$

Die Magnetisierungskonstanten aller flüssigen Körper sind aber sehr klein, somit die Permeabilitäten $\mu_1 = 1 + 4\pi\varkappa_1$, $\mu_2 = 1 + 4\pi\varkappa_2$ sehr nahe gleich 1; wenn wir dies berücksichtigen, finden wir wieder:

$$P = \frac{\varkappa_1 - \varkappa_2}{2}\cdot\mathfrak{H}_1^2\,.$$

Wir fügen noch hinzu, daß die hier entwickelten Formeln auch zu der Bestimmung des Druckes dienen können, den ein in einer Flüssigkeit suspendierter fester Körper im Magnetfelde erleidet, d. h. zum Beweise des in § 466 aufgestellten archimedischen Prinzips.

§ 470. Resultate der Beobachtung. Wir geben zunächst eine von Faraday aufgestellte Liste magnetischer und diamagnetischer Metalle:

Magnetisch	Diamagnetisch
	Bi
	Sb
	Zn
	Sn
	Cd
Fe	Na
Ni	Hg
Co	Pb
Mn	Ag
Cr	Cu
Ce	Au
Ti	As
Pd	Ur
Pt	Rh
Os	Jr

Luft

Resultate quantitativer Bestimmungen der Magnetisierungskonstanten $\varkappa$, bezogen auf Luft, sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

		Spez. Gew.	$\varkappa \times 10^6$
Wismut	Bi		−14
Quecksilber	Hg		− 2,63
Phosphor	P		− 1,64
Brom	Br		− 1,44
Schwefel	S		− 0,85
Wasser[1]	H_2O		− 0,84
Alkohol[1]	C_2H_6O		− 0,68
Äther[1]	$C_4H_{10}O$		− 0,63
Vakuum[2]			− 0,02
Luft			0
Sauerstoff[2]	O		+ 0,096
Ferrosulfat[1]	$FeSO_4$	1,075	+ 5,7
		1.114	+ 9,1
		1,222	+19,6
Ferrichlorid[1]	Fe_2Cl_6	1,508	+64

Will man auf das Vakuum reduzieren, so muß man alle Zahlen um 0,02 erhöhen.

[1] Quincke, Über die Messung magnetischer Kräfte durch hydrostatischen Druck. Wied. Ann. 1885. Bd. 24. p. 385.

[2] Hennig, Über die Susceptibilität des Sauerstoffes. Wied. Ann. 1893. Bd. 50. p. 518.

FÜNFTES BUCH.

MAGNETELEKTRIZITÄT ODER MAGNETINDUKTION.

§ 471. Fundamentalversuche. Im Elektromagnetismus haben wir Kräfte kennen gelernt, welche die galvanisch bewegte Elektrizität auf den ruhenden Magnetismus im Stahl oder Eisen ausübte. Diese Kräfte suchten einerseits die ponderablen Träger des Magnetismus selbst zu bewegen, sie wirkten, wie man sagt, ponderomotorisch. Sie suchten andererseits den Magnetismus in seinem Träger zu verschieben, sie wirkten magnetomotorisch. Wir kommen nun zu der Frage, ob nicht auch umgekehrt bewegter Magnetismus auf ruhende Elektrizität wirkt. Dabei wird dem ganzen Charakter der Erscheinungen entsprechend von vornherein zu erwarten sein, daß die Wirkungen für die beiden Elektrizitäten entgegengesetzt sind, d. h. daß durch Bewegung des Magnetismus eine Scheidung der Elektrizität in ruhenden Leitern, beziehungsweise eine galvanische Strömung erzeugt wird. Für die Anordnung unserer Versuche ergiebt sich hieraus eine wichtige Bemerkung. Würden wir dem Leiter, auf den der bewegte Magnetismus wirkt, die Form eines nicht geschlossenen Drahtes geben, so würden die nach den entgegengesetzten Enden getriebenen Elektrizitäten durch ihre Anhäufung eine elektromotorische Kraft erzeugen, welche in Kürze die vom Magnetismus ausgehende Wirkung zerstörte. Wir müssen also den Draht, an welchem wir die vermutete Wirkung beobachten wollen, jedenfalls in sich zurücklaufen lassen, so daß ein geschlossener Kreis entsteht. In diesen haben wir ein Instrument einzuschalten, welches die Beobachtung eines in dem Drahte entstehenden Stromes gestattet. Da es sich bei den Versuchen um schwache Ströme handelt, so genügt eine Tangentenbussole nicht zu diesem Zweck; wir benützen ein Galvanometer mit astatischem Nadelpaar. Dasselbe besteht aus einem Multiplikator, dessen Rahmen eine ovale Form besitzt, ebenso wie in Figur 441. Auf diesen ist ein dicker Kupferdraht in zahlreichen Windungen gewickelt. Der Multiplikator stehe so, daß die Fläche der Windungen in der Ebene des magnetischen Meridians liegt. Der die letzteren durchfließende Strom wirkt auf ein Paar von Magnetnadeln, welche in paralleler Lage derart miteinander verbunden werden, daß ihre magnetischen Axen entgegengesetzt gerichtet sind. Sie werden so aufgehängt, daß die untere Nadel im Innern des Multiplikatorrahmens, die obere gerade über den Windungen schwebt.

Wenn der Magnetismus der unteren Nadel etwas über den der oberen überwiegt, so wird sich das astatische Paar so stellen, daß der Nordpol der unteren, der Südpol der oberen Nadel nach Norden zeigt; ohne Strom stellt sich das astatische Paar in die Ebene der Windungen. Der Strom wirkt auf beide Nadeln in demselben Sinne, das von ihm herrührende statische Moment ist der Summe der mit gewissen Konstanten multiplizierten magnetischen Momente des oberen und unteren Stabes proportional. Der Erdmagnetismus wirkt auf beide Nadeln entgegengesetzt. Sein Drehungsmoment ist proportional mit der Differenz der magnetischen Momente. Wir haben nun noch zu fragen, welche Form dem Teil des Drahtes zu geben ist, auf den der bewegte Magnetismus wirkt. Die Erfahrung hat gezeigt, daß wir verhältnismäßig starke Wirkungen erhalten, wenn wir die Form der galvanischen Spirale wählen. Hiernach besteht also der ganze Leiterkreis aus der Spirale, auf die der bewegte Magnetismus wirkt, der Induktionsspirale, und dem Galvanometer (Fig. 479).

Bewegung des Magnetismus können wir auf doppeltem Wege erhalten; entweder durch Bewegung eines permanenten Magnets, oder durch Magnetisierung oder Entmagnetisierung von weichem Eisen. Die

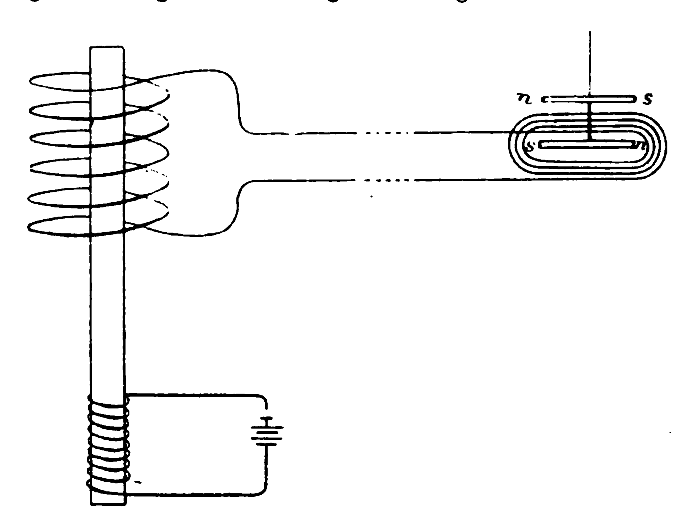


Fig. 479.
Induktion durch entstehenden oder verschwindenden Magnetismus.

letztere Bewegung hat eine gewisse Ähnlichkeit mit der galvanischen Strömung, sofern man sich dabei die magnetischen Fluida ebenso entgegengesetzt bewegt denken muß, wie die elektrischen im galvanischen Strom. Jener doppelten Möglichkeit entsprechend gründet sich nun das neue Gebiet von Erscheinungen auf zwei Fundamentalversuche. Wir erhalten einmal in unserem Drahtkreise einen Strom, wenn wir einen Stahlmagnet der Induktionsspirale nähern oder von

ihr entfernen, sodann, wenn wir in die Spirale das eine Ende eines längeren Eisenstabes stecken und diesen durch eine über das andere Ende geschobene galvanische Spirale magnetisieren oder durch Unterbrechung des Stromes entmagnetisieren. Auf diese letztere Form des Versuches bezieht sich die schematische Darstellung der Figur 479.

Die elektromotorische Kraft, welche durch irgend eine Bewegung des Magnetismus in einem Leitungsdrahte hervorgerufen wird, bezeichnen wir als die induzierte elektromotorische Kraft, den ihr entsprechenden Strom als den induzierten; das ganze Gebiet der neuen Erscheinungen nennen wir Magnetinduktion, oder, um an ihre reziproke Stellung zu den Erscheinungen des Elektromagnetismus zu erinnern, Magnetelektrizität. Nach dem Ergebnis der Versuche erhalten wir Induktion durch Bewegung permanenter Magnete und solche durch Magnetisierung und Entmagnetisierung von weichem Eisen.

§ 472. Die Regel von Lenz. Die Richtung der Ströme, welche durch Bewegung eines permanenten Magnets gegen eine Spirale induziert werden, kann nach einer von Lenz gefundenen Regel bestimmt werden. Wir haben darauf zu achten, daß der induzierte Strom eine elektromagnetische Rückwirkung auf den induzierenden Magnet ausübt. Nun gilt der Satz: Die Richtung des induzierten Stromes ist stets eine solche, daß er durch seine elektromagnetische Rückwirkung die induzierende Bewegung zu hemmen sucht.

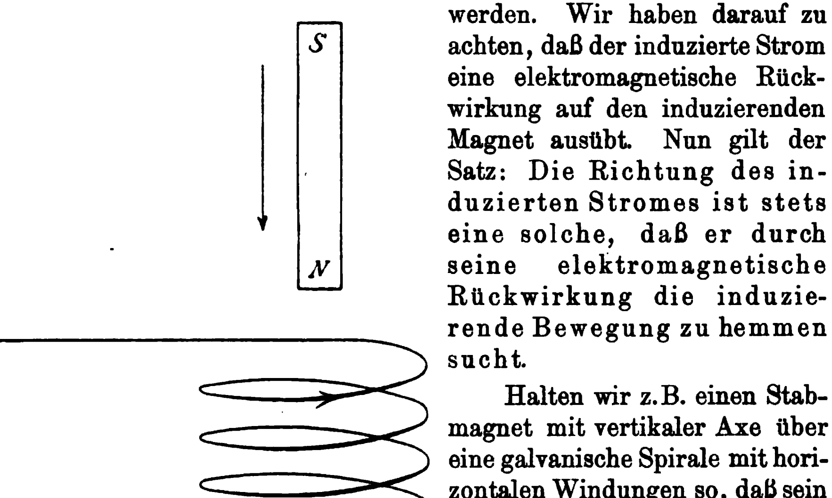


Fig. 480.
Induktion durch Bewegung eines Magnets.

Halten wir z.B. einen Stabmagnet mit vertikaler Axe über eine galvanische Spirale mit horizontalen Windungen so, daß sein Nordpol der Spirale zugewandt ist; führen wir den Nordpol gegen die Spirale heran, so hat der induzierte Strom eine solche Richtung, daß das positive Ende der von ihm durchlaufenen galvanischen Spirale (s. § 442) dem genäherten Nordpol zugewandt ist. Die hierdurch bedingte Stromrichtung ist in Figur 480 durch die Pfeile angegeben.

Die Regel läßt sich auch übertragen auf die Induktion durch Magnetisierung und Entmagnetisierung. Entsteht in der Nähe einer Spirale ein Elektromagnet, so wirkt dies gerade so, wie wenn ein permanenter Magnet aus weiter Entfernung gegen die Spirale herangeführt und schließlich in der von dem Elektromagnet eingenommenen Lage festgehalten wird, natürlich bei übereinstimmender Richtung der magnetischen Axen. Verschwindender Elektromagnetismus wirkt dann ebenso wie Entfernung eines permanenten Magnets. Dabei braucht kaum besonders hervorgehoben zu werden, daß nicht bloß völliges Verschwinden des Magnetismus eine elektromotorische Kraft induziert, sondern schon jeder Schwächung, überhaupt jeder Schwankung, eine elektromotorische Wirkung entspricht, deren Sinn immer dadurch bestimmt werden kann, daß Abnahme wie Entfernung, Zunahme wie Näherung wirkt.

§ 473. Galvanometerdämpfung. Die Lenzsche Regel können wir sehr leicht durch eine Beobachtung mit unserem Galvanometer bestätigen. Setzen wir bei offenem Multiplikator die Nadeln in Schwingung, so werden die Schwingungsbogen infolge der Luftreibung allmählich in ähnlicher Weise abnehmen, wie bei einem Pendel; allein die Abnahme ist eine sehr langsame. Sobald wir aber den Multiplikator schließen, nehmen die Schwingungen schnell ab, die Bewegung der Nadeln wird gedämpft. Es ist diese Erscheinung, welche für den Gebrauch der Galvanometer von praktischer Bedeutung ist, eine Folge der durch die Schwingung in dem geschlossenen Kreise induzierten Ströme. Die Stärke der Dämpfung wird durch das Verhältnis zweier aufeinanderfolgender Schwingungsbögen gemessen, das sogenannte Dämpfungsverhältnis. Man erzielt eine stärkere Dämpfung, wenn man den im Multiplikator schwingenden Stab mit einem Ringe von Kupfer, dem Dämpfer, umgiebt, der ebenso wie der Multiplikator durch die in ihm erzeugten Induktionsströme wirkt.

§ 474. Der Integralstrom. Wenn wir bei der ersten Form des Fundamentalversuches den Magnet gegen die Spirale aus der Anfangslage A nach der Endlage B bewegen, so wird in jedem Augenblick der Bewegung eine elektromotorische Kraft ausgeübt werden. Es ist von vornherein klar, daß ihre Größe durch die Verhältnisse der Bewegung bedingt sein wird, durch die Entfernung von der Spirale, durch die Geschwindigkeit. Der induzierte Strom hängt ab von der elektromotorischen Kraft, er wird also in den verschiedenen Phasen der Bewegung gleichfalls eine verschiedene Stärke besitzen. Nun dauert aber der Strom im wesentlichen nur so lange wie die Bewegung, er wirkt also auf das Galvanometer ganz anders wie der stetige Strom eines galvanischen Elementes; er erzeugt keine dauernde Ablenkung, vielmehr besteht die ganze Wirkung in einem Impuls, der die Pole der Magnetnadel zur Seite treibt, wie das aufschlagende Geschoß ein ballistisches Pendel. Nun ergiebt sich, daß die von der Bewegung $A \rightarrow B$ erzeugte Ablenkung des Nadelpaares immer dieselbe bleibt, einerlei auf welchem Wege man den Magnet von

A nach *B* bringt, einerlei in welcher Zeit dies geschieht. Es ist nur notwendig, daß die Dauer der induzierenden Bewegung klein bleibt gegen die Schwingungsdauer der Nadeln. Unter dieser Voraussetzung aber hängt die Elongation der letzteren nur ab von der ganzen Menge von Elektrizität, welche durch den Querschnitt des Leitungsdrahtes fließt, von dem sogenannten Integralstrom. Wir haben also den Satz: Der Integralstrom ist nur abhängig von Anfangs- und Endlage des Magnetstabes, unabhängig von dem Weg, auf dem die Anfangslage mit der Endlage vertauscht wird, und von der Zeit, in welcher dies geschieht.

In Übereinstimmung hiermit ist es für das Zustandekommen der Induktion auch gleichgültig, ob wir den Magnet gegen die Spirale, oder die Spirale gegen den Magnet, oder ob wir beide zugleich bewegen; der ganze Effekt hängt immer nur von der relativen Anfangs- und Endlage der beiden Elemente ab. Das ergiebt sich im Grunde schon aus der Bemerkung, daß alle Bewegungen, die wir an der Oberfläche der Erde beobachten, nur relative Bewegungen sind, da ja doch in der That die Körper an der Bewegung der Erde selbst teilnehmen.

§ 475. Magnetinduktion und Kraftlinien. Nach der letzten Bemerkung des vorigen Paragraphen können wir den ersten Fundamentalversuch auch umkehren, den Magnet fest aufstellen und die Spirale gegen ihn bewegen, eine Anordnung, welche in vielen Fällen die bequemere und leichter auszuführende ist. Insbesondere werden wir uns dieser Anordnung bedienen, um zu untersuchen, ob zwischen der Induktion im Magnetfelde und der Verteilung der Kraftlinien ein bestimmter Zusammenhang zu erkennen ist. Wir klemmen einen Magnetstab an seinem einen Ende fest, so daß er frei über den Rand des Experimentiertisches hinausragt, und benützen zur Induktion eine flache Spirale, welche auf einen rechteckigen, innen hohlen Rahmen gewickelt ist. Wir schieben die Spirale über den Magnet, so daß ihre Mitte mit der des Magnets zusammenfällt. Der freistehende Pol des Magnets sei der Nordpol. Nun können wir die Spirale Centimeter für Centimeter gegen den Nordpol hin verschieben und den bei jedem einzelnen Schritt induzierten Integralstrom messen. Dabei ergiebt sich, daß die ersten Verschiebungen eine kaum merkliche Wirkung üben, daß dann ihre Wirkung zunimmt, bis sie in der Nähe des Nordpoles ihr Maximum erreicht, um wieder bis zum Verschwinden abzunehmen, wenn wir die Spirale in der Richtung der Axe des Magnets sich selbst parallel weiter und weiter entfernen. Die Richtung des induzierten Stromes bleibt dabei, der Lenzschen Regel entsprechend, immer dieselbe. Nun sind in der Mitte des Magnetstabes die Kraftlinien seiner Axe parallel, durch eine Verschiebung der Spirale erfährt hier die Zahl der durch sie hindurchgehenden Kraftlinien keine Änderung, in der Nähe der Pole ist der Wechsel dieser Zahl bei derselben Verschiebung am größten. In großer Entfernung von dem Magnet laufen die Kraftlinien wieder der

Axe parallel, hier ist also die Verschiebung der Spirale wiederum von keinem Wechsel in der Zahl der sie durchsetzenden Kraftlinien begleitet. Man überzeugt sich hiervon durch die Betrachtung der Figur 481, in welcher die Kreise die über den Magnet geschobene Spirale, die Pfeile die Richtung darstellen, in der sie bewegt wird. Wir ziehen aus der geschilderten Beobachtung den Schluß, daß der durch eine bestimmte Verschiebung in der Spirale erzeugte Integralstrom der Änderung proportional ist, welche die Zahl der durch die Spirale gehenden Kraftlinien erfährt.

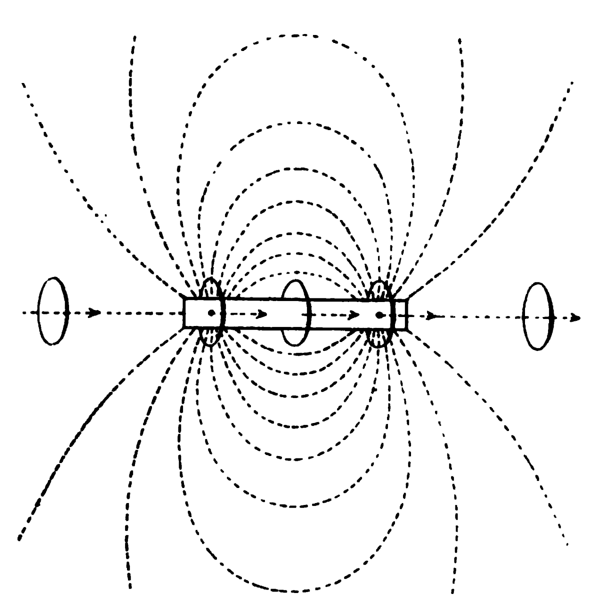


Fig. 481. Induktion und Kraftlinien.

§ 476. Der Erdinduktor. Wir wollen diesen Satz noch weiter prüfen an einem Beispiel, das ein gewisses praktisches Interesse besitzt. Die Erde selbst ist ja, wie wir wissen, ein Magnet; es muß also Bewegung einer Spirale einen Strom erzeugen, auch ohne daß irgend welche Stahl- oder Elektromagnete in der Nähe sind. Nun ist aber das Magnetfeld der Erde ein homogenes mit parallelen Kraftlinien. Es ist daher leicht, die bei einer beliebigen Bewegung eintretende Änderung zu berechnen, welche die Zahl der durch die Spirale gehenden Kraftlinien erleidet. Allerdings wird es zunächst notwendig sein, eine bestimmte Festsetzung darüber zu treffen, wie wir diese Zahl rechnen wollen. Wir setzen voraus, daß die kreisförmigen Windungen der Spirale alle denselben oder wenigstens nahe denselben Halbmesser besitzen. Wir setzen dann an ihre Stelle einen Kreis $\mathfrak{K}$, dessen Halbmesser gleich dem mittleren Halbmesser der Windungen ist. Die Zahl der Kraftlinien, welche die Fläche dieses Kreises durchschneiden, soll dann in provisorischer Weise als ein Maßstab für die Zahl der durch die Spirale gehenden betrachtet werden. Danach sehen wir sofort, daß eine Parallelverschiebung der Spirale keine Änderung in der Zahl der durch sie gehenden Kraftlinien bedingt; denn es treten auf der einen Seite ebensoviel Kraftlinien ein, wie auf der anderen aus. Stellen wir andererseits die Spirale so, daß ein Durchmesser des Kreises $\mathfrak{K}$ mit der Richtung der Inklination

zusammenfällt, so gehen die Kraftlinien nirgends durch seine Fläche hindurch, und dies bleibt so, wenn wir die Spirale um jenen Durchmesser drehen. In beiden Fällen kann nach dem am Schlusse des vorhergehenden Paragraphen aufgestellten Prinzip keine Induktion stattfinden, und dies wird durch die Erfahrung in der That bestätigt.

Anders, wenn die Spirale um einen horizontalen Durchmesser DCD' (Fig. 482) gedreht wird, der senkrecht zu dem magnetischen Meridian gerichtet sei. Stellen wir die Spirale so, daß ihre Axe CA mit der Inklinationsrichtung $C\mathfrak{H}$ den Winkel φ einschließt, so geht durch den Kreis $\mathfrak{K}$, dessen Ebene zu CA senkrecht steht, ein Bündel von Kraftlinien hindurch, dessen Querschnitt gleich $f \cos \varphi$ ist, wenn wir unter f den Flächeninhalt von $\mathfrak{K}$ verstehen. Die Gesamtintensität $\mathfrak{H}$ des Erdmagnetismus giebt aber nach § 345 zugleich die Zahl der Kraftlinien, die durch 1 qcm senkrecht hindurchgehen. Daraus ergiebt sich, daß bei der angegebenen Stellung der Spirale durch den Kreis $\mathfrak{K}$ eine Anzahl von $f\mathfrak{H} \cos \varphi$ Kraftlinien hindurchgeht. Ist $\varphi = 0$, stehen also die Windungen senkrecht zu der Inklinationsrichtung, so ist die Zahl am größten, nämlich $f\mathfrak{H}$; drehen wir, so daß φ zunimmt, so nimmt die Zahl ab; sie ist Null, wenn φ gleich einem Rechten wird, da die Inklinationsrichtung dann in die Ebene des Kreises $\mathfrak{K}$ fällt; drehen wir also um einen rechten Winkel, so nimmt die Zahl der durch $\mathfrak{K}$ gehenden Kraftlinien um $f\mathfrak{H}$ ab, und dem müßte nach dem Prinzip des vorhergehenden Paragraphen die Stärke des Integralstromes entsprechen. Drehen wir nun in demselben Sinne weiter, so daß der Winkel φ größer als 90° wird, so nimmt die Zahl der Kraftlinien, welche durch $\mathfrak{K}$ hindurchgehen, wieder zu; drehen wir abermals um 90°, so daß die ganze Drehung nun 180° beträgt, so kommen wir wieder auf die an-

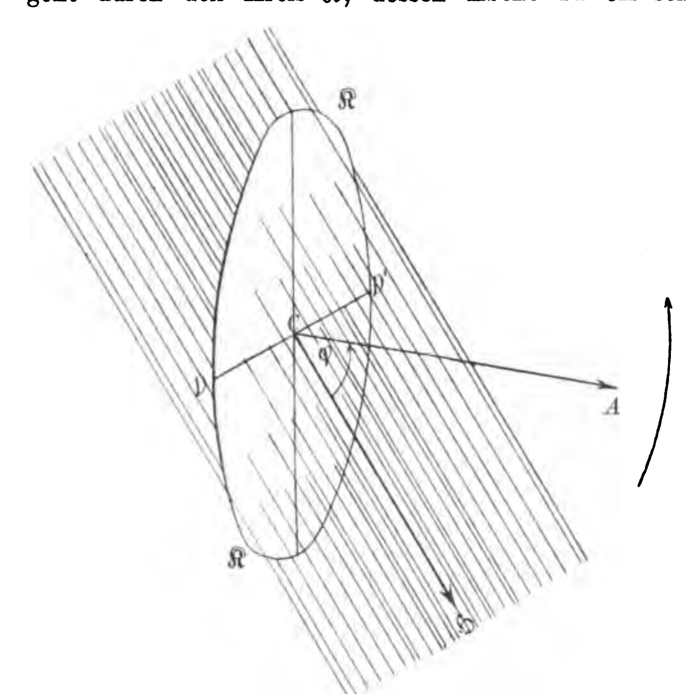


Fig. 482. Erdinduktor.

fängliche Zahl von $f\mathfrak{H}$ Kraftlinien. Der durch die zweite Drehung um 90° erzeugte Integralstrom muß dieselbe Stärke besitzen, wie der erste. Wir können nur darüber im Zweifel sein, ob die zweite Drehung in demselben Sinne wirkt wie die erste oder umgekehrt, ob sich die Ströme verstärken oder aufheben. Die Anwendung der LENZschen Regel zeigt, ebenso wie der direkte Versuch, daß in der That das erstere der Fall ist. Die ganze Drehung um 180° von der zu der Inklinationsrichtung senkrechten Anfangslage aus muß daher einen Integralstrom erzeugen, der mit $2f\mathfrak{H}$ proportional ist. Gehen wir von einer beliebigen Anfangslage aus, bei der die Axe CA der Spirale mit der Inklinationsrichtung $C\mathfrak{H}$ den Winkel φ einschließt, und drehen wir von hier aus, so nimmt die Zahl der Kraftlinien, die durch den Kreis $\mathfrak{K}$ gehen, bei einer Drehung um $\frac{\pi}{2} - \varphi$ ab von $f\mathfrak{H}\cos\varphi$ bis Null; bei einer weiteren Drehung um $\frac{\pi}{2} + \varphi$ nimmt sie wieder zu von Null bis $f\mathfrak{H}\cos\varphi$. Den beiden Drehungen müssen also gleiche Integralströme entsprechen, und die weitere Überlegung zeigt, daß diese Ströme auch gleich gerichtet sind, sich also bei einer Drehung um 180° in ihren Wirkungen verstärken. Der Integralstrom bei dieser Drehung muß hiernach proportional mit $2f\mathfrak{H}\cos\varphi$ sein. Hieran schließt sich nun die Möglichkeit einer sehr scharfen Prüfung des im vorhergehenden Paragraphen aufgestellten Induktionsprinzipes. Wir machen φ einmal gleich dem Inklinationswinkel j, so daß die Axe CA der Spirale horizontal steht, das andere Mal $\varphi = 90^{\circ} - j$, so daß die Axe vertikal steht. Drehen wir in beiden Fällen um 180°, so erhalten wir das eine Mal einen mit $2f\mathfrak{H}\cos j$, das andere Mal einen mit $2f\mathfrak{H}\sin j$ proportionalen Integralstrom. Das Verhältnis der von ihnen erzeugten Galvanometerausschläge, muß, wenigstens solange diese nur klein sind, die Tangente des Inklinationswinkel geben. Die Übereinstimmung des so gefundenen Inklinationswinkels mit dem direkt gemessenen beweist die Richtigkeit des der Rechnung zu Grunde liegenden Prinzips. Andererseits liefert die Anwendung des Erdinduktors eine neue Methode der Inklinationsmessung selbst, die vor der direkten Bestimmung manche Vorzüge hat.

§ 477. Zahl und Richtung der Kraftlinien und Richtung des induzierten Stromes. Der im vorhergehenden gefundene Zusammenhang zwischen der Induktion und der Bewegung der Spirale bedarf noch einer genaueren Untersuchung. Wir nehmen dabei von vornherein an, daß die Spirale nur aus einer einzigen Windung bestehe, und diese ersetzen wir, indem wir ihre Enden miteinander verbinden, durch einen Kreis $\mathfrak{K}$, der ebenso, wie vorher die Spirale, um einen horizontalen, zu der Inklinationsrichtung senkrechten Durchmesser DCD' (Fig. 482) drehbar sei. Stellen wir seine Fläche f zu der Inklinationsrichtung senkrecht, so ist die Zahl der durch $\mathfrak{K}$ gehenden Kraftlinien $f\mathfrak{H}$. Drehen wir, so nimmt die Zahl ab und ist Null nach einer Drehung um 90°; die Richtung des induzierten Stromes bleibt dabei immer dieselbe. Drehen wir rückwärts, so nimmt die Zahl der durch $\mathfrak{K}$ gehenden Kraft-

linien wieder zu und der Strom läuft in entgegengesetzter Richtung wie zuvor. Drehen wir im alten Sinne über 90° hinaus weiter, so nimmt die Zahl der die Stromfläche schneidenden Kraftlinien gleichfalls zu, der Strom aber behält dieselbe Richtung wie zuvor. Man erhält somit den Eindruck, als ob die bloße Betrachtung der Kraftlinien für die Beurteilung nicht ausreiche, sondern die Lenzsche Regel notwendig noch mit benützt werden müßte. Diese Lücke werden wir durch die folgende Betrachtung zu beseitigen haben.

Wir schreiben den Kraftlinien zunächst eine gewisse Richtung zu, es ist die, in der ein magnetischer Nordpol auf ihnen getrieben wird. Wenn wir nun durch den Kreis $\mathfrak{K}$ eine Ebene, die Stromfläche, gelegt denken, so treten die Kraftlinien auf der einen Seite in diese Fläche ein, auf der anderen aus ihr heraus. Die beiden Seiten der Stromfläche können wir dadurch unterscheiden, daß wir die Normale CA willkürlich nach der einen Seite gezogen haben; wir bezeichnen nun die Seite der Stromfläche, auf der die Normale steht, als die positive, die andere als die negative. Zu Anfang steht der Kreis so, daß die Normale CA mit der Richtung der magnetischen Kraft $C\mathfrak{H}$ zusammenfällt. Die Kraftlinien gehen von der negativen Seite der Stromfläche zu der positiven; das Verhältnis bleibt dasselbe, wenn wir drehen, bis der Winkel φ ein rechter geworden ist, so daß die Fläche des Kreises $\mathfrak{K}$ in die Inklinationsrichtung fällt. Sobald wir aber den Winkel von 90° überschreiten, wendet die Stromfläche ihre positive Seite der Gegend zu, von welcher die Kraftlinien herkommen, und diese gehen nun von der positiven Seite der Stromfläche zu der negativen. Zugleich nimmt die Zahl der durch die Stromfläche gehenden Kraftlinien wieder zu, während die Stromrichtung dieselbe bleibt wie zuvor. Es ergiebt sich somit die Regel: Wenn die Zahl der von der negativen Seite der Stromfläche zu der positiven gehenden Kraftlinien abnimmt, so ist die Richtung des induzierten Stromes dieselbe, wie bei einer Zunahme der Zahl von Kraftlinien, die umgekehrt von der positiven Seite zur negativen gehen. Durch diesen Satz, und den entsprechenden für eine umgekehrte Bewegung geltenden, kann man bei jeder Drehung des Kreises das Verhalten der Stromrichtung auch ohne die Lenzsche Regel bestimmen. Zu dem einfachsten und allgemeinsten Ausdruck kommt man, wenn man Kraftlinien, die von der negativen Seite der Stromfläche zu der positiven gehen, ein für allemal positiv, solche, die entgegengesetzt laufen, negativ zählt. Man hat dann den Satz: Bei einer beliebigen Drehung ist der Integralstrom proportional mit der algebraischen Differenz zwischen den Zahlen von Kraftlinien, die in der Anfangs- und Endstellung des Kreises durch seine Fläche gehen. An Stelle der Lenzschen Regel tritt der Satz: Nimmt die Zahl der durch die Stromfläche gehenden Kraftlinien, algebraisch genommen, d. h. mit Rücksicht auf

das Vorzeichen der Linien ab, so kreist für einen auf der positiven Seite der Stromfläche stehenden Beobachter der Strom umgekehrt wie der Uhrzeiger. Für die in Figur 482 durch den Pfeil bei A angegebene Drehung geht also der induzierte Strom von D durch den unteren Halbkreis nach D' und durch den oberen zurück nach D.

Die allgemeine Fassung des Satzes, durch welchen die Induktion abhängig gemacht wird von der Zahl der durchschnittenen Kraftlinien, findet eine beachtenswerte Anwendung auf den durch Figur 483 dargestellten Fall. Die Axe der durch einen einfachen Ring ersetzten Spirale fällt in die Symmetrieebene eines Stabmagnets, und die Bewegung erfolgt so, daß sie in dieser Ebene verbleibt. Anscheinend findet hierbei ein Wechsel in der Zahl der durch die Fläche des Ringes gehenden Kraftlinien statt; thatsächlich ist in jeder Lage die Zahl der durchgehenden Kraftlinien gleich Null, denn jede geht zweimal durch und ist das eine Mal positiv, das andere Mal negativ zu zählen. Die betrachtete Bewegung erzeugt in Übereinstimmung mit dieser Überlegung keine Induktion.

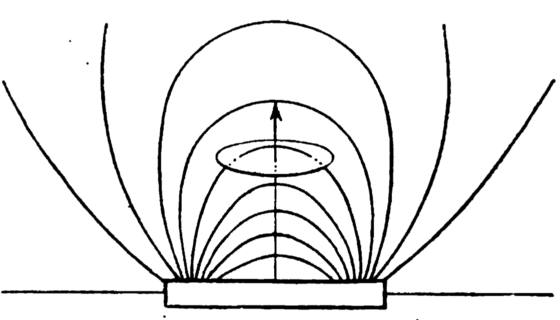


Fig. 483.

§ 478. Strom und elektromotorische Kraft; das Ohmsche Gesetz. Wir haben uns bei den bisherigen Untersuchungen durchweg an die in unseren Leitern induzierten Ströme gehalten; es ist dies natürlich, weil eben die Ströme das sind, was wir mit dem Galvanometer beobachten. Wir werden aber nicht verkennen, daß damit ein im Grunde fremdes Element in unsere Betrachtung sich einschleicht. Denn das wird von vornherein anzunehmen sein, daß diese Ströme nicht allein abhängen von der induzierenden Bewegung, sondern auch von der Länge und Beschaffenheit der Drähte, durch welche der induzierte Strom nach dem Galvanometer geleitet wird, und von dem Galvanometerdrahte selbst. Im Strom erscheinen zwei verschiedene Dinge miteinander verkettet, die von der Bewegung herrührende elektromotorische Kraft und die spezifische Natur der Leiterdrähte, sofern sie den durch die Kraft erzeugten Strom beeinflußt. Es handelt sich darum, diese verschiedenen Elemente voneinander zu trennen. Nun haben wir im vorhergehenden in der Zahl der durch die Stromfläche gehenden Kraftlinien etwas kennen gelernt, was bei einem gegebenen Magnetfelde durch die geometrischen Verhältnisse allein bestimmt ist; wir haben überdies gesehen, daß der induzierte Strom der Änderung proportional ist, welche die Zahl der durch die Stromfläche gehenden Kraftlinien erleidet. Es liegt daher

nahe, eben diese nur von der Bewegung abhängige Änderung als ein Maß der elektromotorischen Kraft zu betrachten; diese selbst gleich jener Änderung etwa noch multipliziert mit einer konstanten Zahl zu setzen. Dann ist aber der in einem und demselben Kreise durch verschiedene elektromotorische Kräfte induzierte Strom ebenfalls mit diesen proportional, und der Quotient aus elektromotorischer Kraft und Strom stellt eine dem besonderen Leiterkreise eigentümliche Konstante dar, die man seinen Widerstand nennt. Elektromotorische Kraft E, Strom i und Widerstand r sind demnach durch die Beziehung

$$E = ir,$$

das Ohmsche Gesetz, miteinander verbunden, dessen ausführlichere Betrachtung den Gegenstand des folgenden Buches bilden wird.

Im Falle der induzierten Ströme knüpfen sich hieran noch einige weitere Überlegungen. Wir haben schon hervorgehoben, daß während der induzierenden Bewegung keineswegs ein Strom von konstanter Stärke durch den Leiter fließt; vielmehr wechselt diese je nach den Verhältnissen der Geschwindigkeit und der räumlichen Lage. Wir können aber die gesamte Zeitdauer t der induzierenden Bewegung in kleine Abschnitte so zerlegen, daß in jedem der Strom als konstant betrachtet werden kann; einer Bemerkung von § 22 entsprechend bezeichnen wir diese Abschnitte durch $dt_1, dt_2, dt_3, \ldots$; im ersten habe der Strom die Stärke i_1, befördere also in der Sekunde die Elektrizitätsmenge i_1 durch den Querschnitt des Leitungsdrahtes; ebenso seien in den folgenden Abschnitten die Stromstärken $i_2, i_3 \ldots$; die Gesamtmenge der Elektrizität, die während der induzierenden Bewegung durch den Leiterquerschnitt fließt, der Integralstrom, ist dann:

$$J = i_1 dt_1 + i_2 dt_2 + i_3 dt_3 + \ldots = \Sigma i dt.$$

Nun gilt dasselbe wie vom Strom auch von der elektromotorischen Kraft; auch diese ist im allgemeinen während der Bewegung einer stetigen Änderung unterworfen; innerhalb der kleinen Zeiten $dt_1, dt_2, dt_3 \ldots$ können wir aber ihre Werte jeweilig als konstant betrachten; bezeichnen wir diese konstanten Werte der Reihe nach durch $E_1, E_2, E_3 \ldots$, so ist nach dem Ohmschen Gesetz:

$$E_1 = ri_1, \quad E_2 = ri_2, \quad E_3 = ri_3 \ldots$$

Somit

$$Jr = E_1 dt_1 + E_2 dt_2 + E_3 dt_3 + \ldots = \Sigma E dt.$$

Der auf der rechten Seite stehende Ausdruck setzt sich aus den einzelnen elektromotorischen Kräften ebenso zusammen, wie der Integralstrom aus den einzelnen Strömen. Wir nennen ihn den Integralwert der elektromotorischen Kraft oder die Integralkraft. Die Beziehung zwischen dieser und dem Integralstrom ist, wie man sieht, dieselbe, wie zwischen der in irgend einem Augenblick wirkenden Kraft und dem in ihm vorhandenen Strom. Versteht man unter E den mitt-

leren Wert, den die elektromotorische Kraft bei der ganzen induzierenden Bewegung hat, unter t wieder die Zeitdauer der Bewegung, so ist:

$$Et = E_1 dt_1 + E_2 dt_2 + E_3 dt_3 + \ldots = \Sigma Edt;$$

es ist Et gleich dem Integralwert der elektromotorischen Kraft. Bezeichnen wir ebenso durch i die mittlere Stromstärke während der Dauer t der induzierenden Bewegung, so ist der Integralstrom gleich it.

§ 479. Elementargesetz der elektromotorischen Kraft. Die Gestalt eines Stromkreises mag sein wie sie will, immer können wir ihn zusammensetzen aus einer Reihe von Drahtstücken, deren Form im wesentlichen als eine geradlinige zu betrachten ist. Wenn wir also die elektromotorische Kraft kennen, die in einem geradlinigen Leiter durch Bewegung in einem Magnetfeld erzeugt wird, so werden wir in der Lage sein, die auf Leiter von beliebiger Gestalt ausgeübte Induktion zu berechnen. Das Gesetz der auf einen solchen geradlinigen Leiter wirkenden Kraft bezeichnen wir als das Elementargesetz der elektromotorischen Kraft.

Auf Grund der in den vorhergehenden Paragraphen entwickelten Sätze kann man nun zunächst vermutungsweise ein solches Elementargesetz aufstellen. Wir betrachten den einfachsten Fall eines geradlinigen Drahtes OA (Fig. 484) von der Länge l, der senkrecht gegen

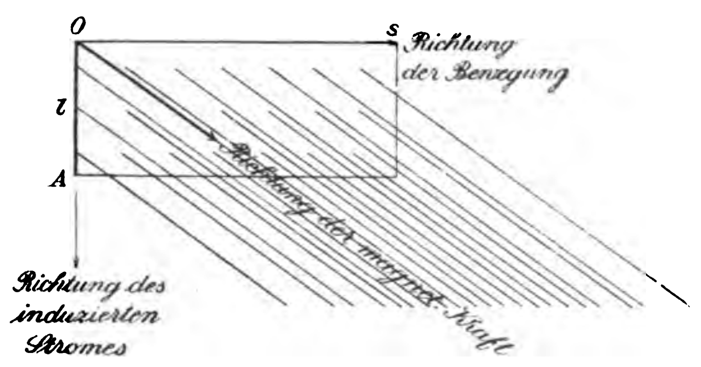


Fig. 484.

die Kraftlinien eines Magnetfeldes von der Intensität $\mathfrak{H}$ steht und senkrecht gegen sie und gegen die Drahtrichtung in der Richtung s mit der Geschwindigkeit u bewegt wird. Die in der Figur 484 angedeutete Stromrichtung bestimmt sich nach der Regel von Lenz, sie kehrt sich um, wenn die Richtung der Bewegung umgekehrt wird. Mit Bezug auf die induzierte elektromotorische Kraft machen wir die Annahme, daß sie proportional sei mit

$$\mathfrak{H} l u .$$

Durchläuft das Drahtstück l in der Zeit τ den Weg s, so ist $s = u\tau$; ist das Magnetfeld ein homogenes, so ist dann der Integralwert der elek-

tromotorischen Kraft, $E\tau$, proportional mit $\mathfrak{H}ls$. Nun ist aber ls die von dem Drahtstück bei seiner Bewegung durchstrichene Fläche, $\mathfrak{H}$ ist die Anzahl der Kraftlinien, welche durch die Fläche von 1 qcm senkrecht hindurchgeht, somit ist $\mathfrak{H}ls$ die Zahl der Kraftlinien, welche von dem Drahtstück bei seiner Bewegung durchschnitten werden. Als eine unmittelbare Folgerung unseres Elementargesetzes ergiebt sich daher der Satz: Wenn ein geradliniges Drahtstück in einem Magnetfelde bewegt wird, so ist der Integralwert der darauf wirkenden elektromotorischen Kraft proportional mit der Anzahl der durchschnittenen Kraftlinien. Die in einem bestimmten Augenblicke induzierte elektromotorische Kraft ist nach unserer Annahme proportional mit $\mathfrak{H}lu$. Andererseits ist der in der Zeiteinheit durchlaufene Weg gleich u, und somit die in einem bestimmten Augenblicke induzierte elektromotorische Kraft proportional der Zahl der in 1 Sekunde durchschnittenen Kraftlinien.

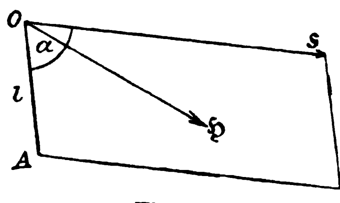


Fig. 485.

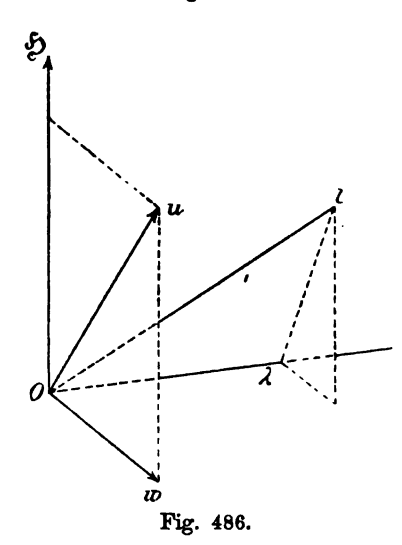


Fig. 486.

In obigem Satze ist nichts mehr enthalten, was auf eine bestimmte wechselseitige Lage der in Betracht zu ziehenden Richtungen hinweist; in der That zeigt die Erfahrung, daß er bei beliebiger Bewegung eines Drahtkreises im Magnetfeld gültig ist. Betrachten wir zunächst den Fall, daß zwar die Kraftlinien gegen die Ebene ls senkrecht stehen, daß aber das Drahtstück l mit der Bewegungsrichtung s den Winkel α einschließt, wie in Figur 485; die elektromotorische Kraft E ist dann proportional mit $\mathfrak{H}lu \sin\alpha$; sie verschwindet, wenn das Drahtstück in seiner eigenen Richtung verschoben wird. Die elektromotorische Kraft verschwindet außerdem, wenn das Drahtstück in der Richtung der Kraftlinien verschoben wird; denn dann gleitet es beständig an denselben Kraftlinien hin, statt immer neue und neue Kraftlinien zu durchschneiden. Wenn endlich Bewegungsrichtung und Draht gegen die Kraftlinien beliebig geneigt sind, so ergiebt sich aus unserem Satze das folgende Verfahren zur Bestimmung der elektromotorischen Kraft. Wir bestimmen die zur Kraftrichtung $\mathfrak{H}$ senkrechte Geschwindigkeitskomponente w (Fig. 486) und projizieren das in der Figur durch die Linie Ol dargestellte Drahtstück auf die zur Ebene $\mathfrak{H}w$ normale Richtung nach $O\lambda$. Bezeichnet λ die Länge der

Projektion, so ist die elektromotorische Kraft proportional mit $\mathfrak{H} \lambda w$. Der Satz, durch den wir zuvor den Integralwert der elektromotorischen Kraft bestimmt haben, bleibt auch in diesem allgemeinsten Falle bestehen; er gilt endlich auch bei einem inhomogenen Felde, insofern wir dieses immer in einzelne Teile zerlegen können, deren jeder für sich genommen als homogen betrachtet werden kann. Findet aber die Verschiebung in einem homogenen Felde mit konstanter Geschwindigkeit statt, so ist die elektromotorische Kraft E während der ganzen Bewegung dieselbe. Die Integralkraft für die ganze Bewegung ist dann Et, wenn t die Dauer der letzteren bezeichnet.

§ 480. Experimentelle Prüfung des Elementargesetzes. Eine experimentelle Prüfung des gewonnenen Satzes können wir in folgender Weise ausführen. Wir nehmen zwei aufrechtstehende Kupferstäbe, AB und CD, zwischen denen ein Querstück von Kupfer auf- und abgeschoben werden kann (Fig. 487). Von den unteren Enden B und D führen wir, senkrecht zur Richtung der Stäbe, zwei Leitungsdrähte nach den dicht nebeneinander liegenden Punkten E und F und von dort weiter zu einem Galvanometer. Die ganze Vorrichtung bringen wir zwischen zwei kräftige Elektromagnete mit dicken Eisenkernen, deren entgegengesetzte Polflächen einander so weit genähert sind, daß man die Gabel $ABEFDC$ noch dazwischenschieben kann. Die Kraftlinien mögen senkrecht durch die Fläche $ABDC$ hindurchgehen. Wir bringen das Querstück zuerst an das Ende AC; schieben wir es nieder bis BD, so entsteht ein Strom; der ihm entsprechende Integralwert der elektromotorischen Kraft ist nach unserem Satze proportional mit der Zahl der geschnittenen Kraftlinien, proportional also mit der Zahl der die Fläche $ABEFDC$ durchschneidenden. Ziehen wir das Querstück bis AC wieder zurück, so erhalten wir einen Integralstrom von gleicher Stärke, aber entgegengesetzter Richtung. Die Prüfung des im vorhergehenden Paragraphen aufgestellten Satzes erfolgt nun durch einen dritten Versuch. Wir lassen den Bügel in AC und ziehen den ganzen Rahmen etwa in der Richtung AC aus dem Magnetfelde völlig heraus. Wir erhalten dann einen Strom von derselben Stärke und Richtung, wie beim Abwärtsschieben des Bügels von AC bis BD. Durch diese Beobachtung wird das von uns angenommene Gesetz in der That durchaus bestätigt. Bei der angegebenen Bewegung erfahren die Leiterstücke AC und $BEFD$ keine Induktion. Der Integralwert der

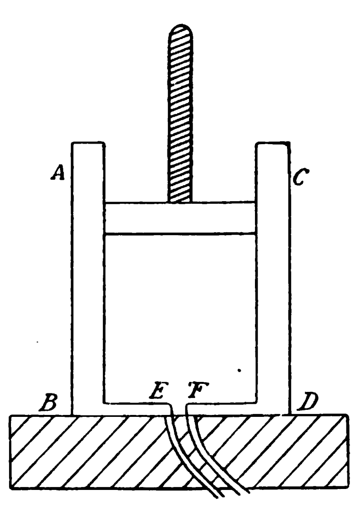


Fig. 487.

auf *AB* ausgeübten elektromotorischen Kraft aber ist proportional der Zahl der von *AB* durchschnittenen, rechts davon liegenden Kraftlinien, der Integralwert der auf *CD* wirkenden Kraft proportional der Zahl der von *CD* durchschnittenen, rechts von diesem liegenden Kraftlinien. Wenn wir den Rahmen so weit entfernen, daß in seinem Umkreise überhaupt keine Kraftlinien mehr vorhanden sind, so überwiegt der Integralwert der auf *AB* ausgeübten Kraft, weil *AB* die von dem Rechteck *ABCD* umschlossenen Kraftlinien mehr durchschneidet als *CD*. Ferner sieht man, daß in dem ganzen Leiterkreise *ABEFDC* die auf *AB* und auf *CD* ausgeübten Kräfte sich entgegenwirken. Der beobachtete Strom ist daher proportional mit der Differenz der Zahlen von Kraftlinien, die durch *AB* und durch *CD* geschnitten werden, d. h. proportional mit der Zahl der durch *ABDC* gehenden; er ist in der That ebenso groß, wie bei dem Niederschieben des Querstückes.

§ 481. Elektromotorische Kraft in einem geschlossenen Kreise. Durch die letzte Betrachtung wird die Richtigkeit des Elementargesetzes noch in einem anderen Sinne bewiesen. Wir haben gezeigt, daß die auf das Leiterviereck *ABDC* ausgeübte Integralkraft bei dem letzten Versuche proportional der Zahl der durch *ABDC* gehenden Kraftlinien ist. Wenn aber das Viereck ganz aus dem Magnetfelde entfernt ist, so gehen gar keine Kraftlinien mehr durch seine Fläche. Es ist also bei dem betrachteten Versuch die Zahl der Kraftlinien, welche in der Anfangsstellung durch die Fläche *ABDC* gehen, identisch mit der Differenz zwischen den Zahlen der am Anfang und am Ende der Bewegung durchgehenden. Damit kommen wir zu dem in § 477 besprochenen Satz zurück, wenn wir uns erinnern, daß Strom und elektromotorische Kraft proportionale Dinge sind. Dort allerdings gründete er sich auf eine rotatorische, hier gilt er für eine translatorische Bewegung. Eine etwas weiter ausgreifende Betrachtung zeigt, daß dies in der That keinen Unterschied bedingt, daß vielmehr aus dem Elementargesetze ganz allgemein der Satz folgt:

Bei einer beliebigen Bewegung eines geschlossenen Leiters im Magnetfelde ist der Integralwert der elektromotorischen Kraft proportional der algebraischen Differenz zwischen den Zahlen von Kraftlinien, welche am Anfang und am Ende der Verschiebung durch die Leiterfläche gehen. Dabei muß man in derselben Weise wie in § 477 zwischen einer positiven und negativen Seite der Stromfläche unterscheiden und Kraftlinien, welche von der positiven Seite zur negativen gehen, negativ zählen.

Wir benützen den Satz, um die Theorie des Erdinduktors etwas vollständiger zu entwickeln, als dies in § 476 geschehen ist. Die Axe *AB* des Induktors ist in dem rechteckigen Rahmen *R* befestigt (Fig. 488) und dient zugleich zur Verbindung des Induktors mit dem Galvanometer; diese ist natürlich so einzurichten, daß sie bei der Drehung des Induktors keine Störung erleidet. Der Rahmen *R* ist selbst wieder mit

Hilfe der Axe CD in den festen Lagern L drehbar; auf diese Weise ist es möglich, der Drehungsaxe des Induktors jede mögliche Lage zu geben.

Um die auf den Induktor bei einer beliebigen Drehung ausgeübte elektromotorische Gesamtkraft zu finden, zerlegen wir den aufgewundenen Draht zunächst in seine einzelnen Elemente. Die auf den ganzen Induktor wirkende Kraft ist gleich der Summe der auf seine Elemente ausgeübten. Diese Summe läßt sich berechnen, wenn wir die Elemente jeder einzelnen Windung zusammennehmen. Die auf den ganzen Induktor wirkende Kraft ist dann proportional der Summe der auf die einzelnen Windungen ausgeübten. Die letzteren können wir nun durch geschlossene Ringe ersetzen, indem wir uns die dicht beisammenliegenden Enden miteinander verbunden denken. Nach dem angeführten Satze ist aber die in einer Windung hervorgerufene elektromotorische Kraft proportional der Änderung der Zahl von Kraftlinien, welche durch sie oder den sie ersetzenden Kreis hindurchgehen. Ist f die Fläche der Windung, $\mathfrak{H}$ die Intensität des magnetischen Feldes, und bildet in der Anfangs- und in der Endstellung des Induktors die Axe der Windungen mit der Richtung der Inklination die Winkel φ und $180^0 + \varphi$, so ist nach § 477 die Änderung der durch die betrachtete Windung gehenden Zahl von Kraftlinien gleich $2 f \mathfrak{H} \cos \varphi$. Die elektromotorische Integralkraft, die bei der Drehung auf die betrachtete Windung ausgeübt wird, ist somit proportional mit diesem Produkte. Für eine zweite Windung ergiebt sich ebenso der Ausdruck $2 f' \mathfrak{H} \cos \varphi$, wenn f' ihre Fläche bezeichnet. Der gesamte Betrag der bei der Drehung des Induktors erzeugten elektromotorischen Integralkraft ist daher proportional mit

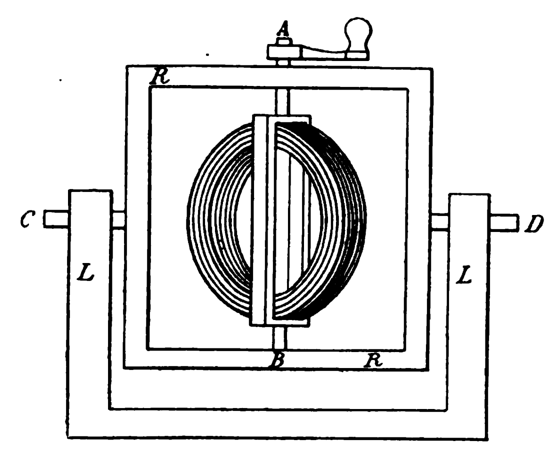


Fig. 488. Erdinduktor.

$$2(f + f' + \ldots)\,\mathfrak{H} \cos \varphi = 2 F \mathfrak{H} \cos \varphi\,.$$

Hier steht in der Klammer die Summe F aller von den einzelnen Windungen des Induktors umschlossener Flächen, seine Windungsfläche.

§ 482. Maßeinheit der elektromotorischen Kraft. Die elektromotorische Kraft, welche in einem geradlinigen Drahte von der Länge l induziert wird, wenn er senkrecht zu den magnetischen Kraftlinien steht, und senkrecht gegen sie und gegen seine eigene Richtung mit der Geschwindigkeit u bewegt wird, ist nach dem vorhergehenden proportional

mit $\mathfrak{H}lu$, unter $\mathfrak{H}$ die Feldstärke verstanden. Wenn wir nun das Gebiet der magnetelektrischen Erscheinungen für sich betrachten, so leuchtet ein, daß wir die Maßeinheiten, die wir bei unseren Messungen zu Grunde legen, ganz nach Bequemlichkeit und unabhängig von allen anderen Bestimmungen wählen können. Von dieser Möglichkeit machen wir Gebrauch bei der elektromotorischen Kraft, indem wir sie in dem betrachteten Falle nicht proportional, sondern gleich dem Produkte $\mathfrak{H}lu$, gleich der Zahl der in 1 sec durchschnittenen Kraftlinien setzen. Damit ist dann über die Maßeinheit der elektromotorischen Kraft verfügt; benützen wir cm, g, sec beziehungsweise als Einheiten der Länge, der Masse und der Zeit, so haben wir den Satz: Die Einheit der elektromotorischen Kraft ist diejenige, welche in einem zu den Kraftlinien senkrechten, geradlinigen Leiter von 1 cm Länge induziert wird, wenn er in einem Felde von der Intensität 1 ($cm^{-\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot sec^{-1}$) senkrecht zu den Kraftlinien und senkrecht zu seiner eigenen Richtung mit der Geschwindigkeit 1 cm · sec^{-1} bewegt wird. Das hierdurch begründete Maßsystem der elektromotorischen Kraft bezeichnet man als das elektromagnetische. Die Dimension der elektromotorischen Kraft ist dabei durch die Gleichung

$$[E] = cm^{\frac{3}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot sec^{-2}$$

gegeben.

Eine von der vorhergehenden elektromagnetischen Einheit abweichende ist in der Praxis gebräuchlich; man benützt hier als Maßeinheit das Volt; und zwar sind 10^8 Einheiten des elektromagnetischen cm·g·sec-Systemes gleich einem Volt.

§ 483. Magnetelektrische Rotationserscheinungen; der Rotationsinduktor. Die bisher betrachteten Induktoren erzeugten nur kurze Stromstöße, die elementare Induktion aber liefert ein Mittel zur Konstruktion kontinuierlich wirkender Apparate. Wir geben zu diesem Zwecke dem im Magnetfelde bewegten Leiter die Gestalt einer Kreisscheibe. Diese können wir dann um ihre Axe CA (Fig. 489) in kontinuierliche Rotation versetzen, ohne daß der Leiterkreis, in den sie eingeschaltet ist, bei fortschreitender Bewegung unterbrochen wird. Wir brauchen zu diesem Behufe nur gegen den Rand der Scheibe eine Feder B schleifen zu lassen und diese sowie die Axe selbst zur Weiterführung der Leitung zu benützen. Drehen wir die Scheibe in einem homogenen Magnetfelde, so erhalten wir einen Strom, der einem in den Kreis eingeschalteten Galvanometer nicht einen einmaligen Impuls erteilt, sondern eine konstante Ablenkung hervorruft, wie der Strom eines galvanischen Elementes. Die ihn erzeugende elektromotorische Kraft wirkt vollkommen stetig, ihre Stärke ist auf Grund des Elementargesetzes leicht zu berechnen, wenn wir der Einfachheit halber annehmen, daß es dabei nur auf die in dem Radius CB liegenden Elemente der Scheibe ankomme. Wir setzen weiter voraus, daß die Axe der

Scheibe mit der Richtung $C\mathfrak{H}$ der Kraftlinien zusammenfalle; ist die Tourenzahl in der Sekunde gleich n, der Halbmesser gleich r, so ist die mittlere Geschwindigkeit, mit der die Elemente der Scheibe die Kraftlinien durchschneiden, gleich $\pi n r$, somit die elektromotorische Kraft in elektromagnetischem Maße gleich $\pi n r^2 \mathfrak{H}$, d. h. gleich $\pi n r^2 \mathfrak{H} \times 10^{-8}$ Volt.

Die beschriebene Anordnung des Leiterkreises ist nun offenbar genau dieselbe, wie bei dem in § 457 beschriebenen Barlowschen Rade, und wir können den mit ihr ausgeführten Induktionsversuch als das magnetelektrische Gegenstück zu der Rotation des Barlowschen Rades betrachten. Auch bei dem letzteren Versuche selbst wirkt natürlich die elektromotorische Kraft der Induktion; sie erzeugt einen Strom, der nach der Lenzschen Regel, für sich genommen, eine Rückwärtsdrehung

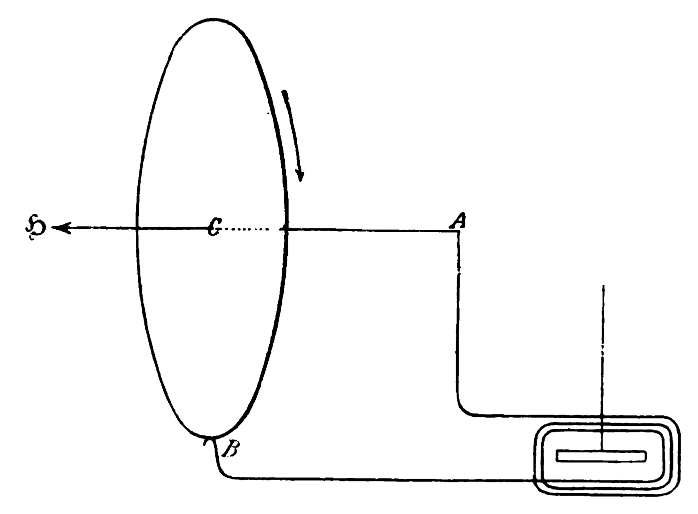


Fig. 489. Rotationsinduktor.

erzeugen würde, und der daher dem das Rad treibenden Strom entgegengesetzt ist. Bei dem Versuch mit dem Barlowschen Rade tritt also infolge der Rotation eine Schwächung des Stromes ein. Diese Bemerkung hat nun eine ganz allgemeine Bedeutung. Jeder elektromagnetische Bewegungsapparat kann auch magnetelektrisch als Induktionsapparat dienen. Setzen wir den zunächst stromlosen Apparat in Rotation, so entsteht ein Strom; er hat die entgegengesetzte Richtung wie der Strom, der, von außen in den Apparat hineingesandt, die gewählte Rotation erzeugen würde. Wird der Apparat elektromagnetisch in Rotation versetzt, so ergiebt sich eine Schwächung des eingeführten Stromes als Folge der magnetelektrischen Gegenwirkung. Die Existenz dieser reziproken Beziehungen kann man leicht mit den in § 457 beschriebenen Apparaten nachweisen.

Besonderes Interesse hat von jeher die Umkehr des Faradayschen Rotationsversuches erregt, die unipolare Induktion. Wenn man vor

der in § 458 erwähnten Anschauung ausgeht, daß das System der Kraftlinien auch bei rotierendem Magnet im Raume ruht, so ist die beobachtete Wirkung von der des gewöhnlichen Rotationsinduktors prinzipiell nicht verschieden.

§ 484. Mechanische Arbeit und Induktion. Wenn wir einen elektromagnetischen Rotationsapparat durch den galvanischen Strom treiben, so liefert der Strom Arbeit; es liegt daher die Auffassung nahe, daß in dem Rotationsinduktor umgekehrt mechanische Arbeit in Strom verwandelt wird. Allgemein würde danach ein Zusammenhang zwischen Induktion und mechanischer Arbeit bei der Bewegung eines Leiters im Magnetfelde zu erwarten sein. Daß ein solcher in der That besteht, läßt sich am einfachsten in dem Falle zeigen, auf welchen das Elementargesetz sich bezieht. Dabei setzen wir voraus, daß, wie in Figur 490, die Richtungen der magnetischen Kraft $\mathfrak{H}$, des geradlinigen Leiters l, der Verschiebung s senkrecht zu einander stehen. Ist die Stärke des induzierten Stromes in elektromagnetischem Maße gleich i, so wirkt auf den Leiter nach § 444 die elektromagnetische Kraft $i\mathfrak{H}l$ in einer der Bewegung entgegengesetzten Richtung; die bei einer Verschiebung um die Strecke s geleistete Arbeit ist $A = i\mathfrak{H}ls$; ist die zu der Verschiebung gebrauchte Zeit gleich t, die Geschwindigkeit der Bewegung gleich u, so ist $A = i\mathfrak{H}lut$. Dem Elementargesetz zufolge ist aber die bei der Bewegung induzierte elektromotorische Kraft $E = \mathfrak{H}lu$, somit die Arbeit $A = Eit$. Wir haben also den Satz: Wenn ein geradliniger, auf den Kraftlinien eines homogenen Magnetfeldes senkrecht stehender Draht senkrecht zu ihnen und zu seiner eigenen Richtung mit gleichförmiger Geschwindigkeit bewegt wird, so ist die bei der Verschiebung in der Zeiteinheit geleistete Arbeit, der Effekt, gleich dem Produkt aus der induzierten elektromotorischen Kraft und dem induzierten Strom. Hieran schließt sich eine neue in manchen Fällen vorteilhafte Definition der elektromotorischen Kraft. Wenn man in dem Draht einen fingierten Strom von der Stärke Eins und von der Richtung des induzierten annimmt, so ist die elektromotorische Kraft gleich der Arbeit, die bei der Verschiebung des Drahtes in der Zeiteinheit geleistet wird; bei einer beliebigen Bewegung ist der Integralwert der elektromotorischen Kraft, $E_1 dt_1 + E_2 dt_2 + \ldots$, gleich der ganzen Arbeit, welche dabei an dem fingierten Strom Eins verrichtet wird.

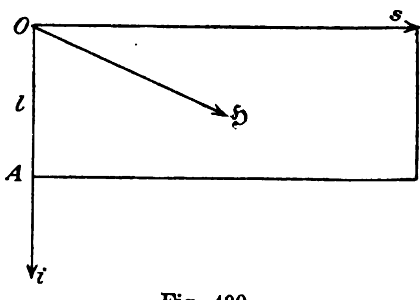


Fig. 490.

Der Satz gilt allgemein für eine beliebige Bewegung eines einzelnen Drahtstückes, und auch für einen beliebigen geschlossenen Leiter; denn

man kann einen solchen immer in eine Summe von zusammenhängenden geradlinigen Elementen zerlegen, und die auf den ganzen Leiter wirkende elektromotorische Kraft ist dann gleich der Summe der auf die einzelnen Elemente ausgeübten Kräfte, d. h. gleich der Summe der Arbeiten, die unter den Voraussetzungen unseres Satzes an den einzelnen Elementen geleistet werden.

Wendet man dies an auf den Erdinduktor, so ergiebt sich für den Integralwert der elektromotorischen Kraft bei einer Umdrehung um 180° in Übereinstimmung mit dem früheren der Ausdruck $2 F \mathfrak{H}$. Dabei ist vorausgesetzt, daß die Induktorfläche in der Anfangs- und Endstellung senkrecht zu den Kraftlinien stehe. F bezeichnet die Windungsfläche des Induktors und $\mathfrak{H}$ die Intensität des Erdmagnetismus.

An die neue Definition der elektromotorischen Kraft knüpft sich endlich noch eine Bemerkung von allgemeinerem Charakter, die insbesondere in der Theorie der dynamoëlektrischen Maschinen von Wichtigkeit ist. In einem magnetischen Felde bewegen wir eine galvanische Spirale; fließt in ihr der Strom Eins im Sinne der induzierten elektromotorischen Kraft E, so erfordert die Bewegung in der Sekunde einen Arbeitsaufwand von der Größe E; fließt in derselben Richtung ein Strom von der Stärke i, so ist die aufzuwendende Arbeit gleich Ei. Dabei ist es gleichgültig, ob der Strom lediglich Folge der induzierten Kraft ist, oder etwa außerdem durch galvanische Elemente getrieben wird, die in den Schließungskreis der Spirale eingeschaltet sind. Fließt der Strom i, was durch eine äußere elektromotorische Kraft jederzeit zu bewirken ist, der Richtung der induzierten Kraft entgegen, so wird umgekehrt in 1 Sekunde eine Arbeit von dem Betrage Ei gewonnen.

§ 485. Beziehung zum Prinzip von der Erhaltung der Energie. Die Beziehung zwischen der bei der Bewegung eines Leiters im Magnetfelde geleisteten Arbeit und der Induktion ist keineswegs eine bloß formale, sondern innerlich begründet durch das Prinzip von der Erhaltung der Energie. Wir werden in § 487 einen Versuch kennen lernen, bei dem die Arbeit, welche mit der Bewegung eines Leiters im Magnetfeld verbunden ist, dem unmittelbaren Gefühl sehr deutlich sich bemerkbar macht. Diese Arbeit muß ihr Äquivalent in irgend einer Energie finden, welche durch sie geschaffen wird. Es kann dies zunächst nichts anderes sein, als die Energie des induzierten galvanischen Stromes. Nun haben wir aber gesehen, daß das Produkt aus elektromotorischer Kraft E und aus Stromstärke i gleich der in der Zeiteinheit aufgewandten Arbeit, gleich dem Effekte ist. Hiernach muß also bei einem gleichförmigen galvanischen Strome in 1 Sekunde eine Energiemenge erzeugt werden, welche gleich Ei ist. E und i sind dabei in dem absoluten elektromagnetischen Maße zu messen, denn dieses ist der Entwickelung unserer Sätze zu Grunde gelegt. Das Produkt Ei hat daher die Dimension $\mathrm{cm}^2 \cdot \mathrm{g} \cdot \mathrm{sec}^{-3}$, und diese ist in der That identisch mit der Dimension einer durch eine Zeit dividierten mechanischen Energie. Die Arbeit, die in 1 Sekunde ge-

leistet, den Effekt, der erzeugt wird, wenn in einem Leiter ein Strom von 1 Ampère unter der Wirkung einer elektromotorischen Kraft von 1 Volt zirkuliert, bezeichnet man als 1 Watt; im cm · g · sec-System ist auf Grund der Definitionen von Volt und Ampère (§ 482 und 441) 1 Watt $= 10^8 \times 10^{-1}$ Erg pro Sekunde $= 10^7\,cm^2 \cdot g \cdot sec^{-3}$. Für die technischen Anwendungen ist es wichtig, die Beziehung des Watt zu der Pferdestärke zu kennen, denn in dem ersteren drückt sich in einfachster Weise die im Strom gewonnene Energie, in der letzteren die mechanische Leistung aus, durch die wir den Strom erzeugen. Unter einer Pferdestärke (P. S.) aber verstehen wir nach § 67 eine Leistung, bei der 75 Kilogrammgewicht in 1 Sekunde 1 m hoch gehoben werden. Im cm · g · sec-System ist daher, wenn wir die Beschleunigung der Schwere gleich 981 $cm \cdot sec^{-2}$ setzen,

$$1\ \text{P.S.} = 981 \times 75 \times 10^3 \times 10^2,$$

$$1\ \text{P.S.} = 736 \times 10^7\,cm^2 \cdot g \cdot sec^{-3}.$$

Andererseits ist 1 Watt $= 10^7\,cm^2 \cdot g \cdot sec^{-3}$. Somit

$$1\ \text{P.S.} = 736\ \text{Watt}.$$

Eine elektrische Bogenlampe, welche mit einer Stromstärke von 20 Ampère und einer elektromotorischen Kraft von 50 Volt brennt, entwickelt 1000 Watt; zu ihrem Betriebe sind danach etwa $1^1/_2$ Pferdestärken notwendig.

Mit dem Umsatze von mechanischer Arbeit in Energie des elektrischen Stromes ist die bei der Induktion stattfindende Wandlung der Energie nicht abgeschlossen. Wir sehen schon an dem Beispiel einer elektrischen Lampe, daß der Strom Wärme erzeugt. Wenn wir die induzierende Bewegung sistieren, so hört der Strom auf; es ist also keine Energie der elektrischen Strömung mehr vorhanden, und man kann nur annehmen, daß die ganze Energie in die Form von Wärme übergegangen ist. Hiernach würde es sich also bei der Induktion in letzter Instanz um eine Verwandlung von mechanischer Energie in Wärme handeln. Es ist das ganz analog einem Vorgange, den wir in der Elektrostatik besprochen haben. Mit einer Influenzelektrisiermaschine erzeugen wir elektrische Energie durch mechanische; verbinden wir ihre Konduktoren durch einen leitenden Bogen, so wird dieser erwärmt, und so lange der Zustand der Maschine ein stationärer ist, wird die ganze bei ihrer Drehung geleistete Arbeit in Wärme verwandelt.

§ 486. Beziehung zwischen der elektromagnetischen und der elektrostatischen Einheit der elektromotorischen Kraft. Von elektromotorischen Kräften haben wir schon in der Elektrostatik gesprochen; wir haben die elektromotorische Kraft einer Elektrisiermaschine gemessen durch die Differenz der elektrostatischen Potentiale ihrer Konduktoren, ebenso die eines galvanischen Elementes durch die Spannungsdifferenz seiner Pole. Wir bezeichnen eine solche Messung der elektro-

motorischen Kraft als eine elektrostatische. Nun haben wir für die Magnetinduktion eine neue Größe als elektromotorische Kraft eingeführt, unbekümmert um jene früheren Betrachtungen. Wenn aber Elektrostatik und Magnetinduktion nicht als zwei disparate Gebiete ohne Zusammenhang nebeneinander stehen bleiben sollen, so müssen wir die zwischen den verschiedenen elektromotorischen Kräften bestehende Beziehung zu ermitteln suchen; wir werden dabei auch unsere Vorstellungen von dem Vorgange der Magnetinduktion selbst noch weiter vertiefen.

Wir knüpfen zuerst wieder an das im vorhergehenden Paragraphen erwähnte Beispiel der Influenzmaschine an. Die beiden Konduktoren seien zu den Potentialen V_1 und V_2 geladen. Wenn wir sie durch einen Draht verbinden, so entsteht ein Strom der positiven Elektrizität von dem positiven Konduktor zum negativen, ein Strom der negativen im umgekehrten Sinne. In der Längeneinheit des Drahtes sei die Menge ε_p von strömender positiver, ε_n von strömender negativer Elektrizität enthalten, es sei ferner $\mathfrak{F}$ die auf die Einheit der positiven Elektrizität wirkende elektrostatische Kraft; dann wirken auf die in der Längeneinheit des Leiters befindlichen strömenden Elektrizitäten die Kräfte $\varepsilon_p \mathfrak{F}$ und $\varepsilon_n \mathfrak{F}$. Sind die Strömungsgeschwindigkeiten der beiden Elektrizitäten gleich $\mathfrak{g}_p$, beziehungsweise $\mathfrak{g}_n$, so verschieben sich jene in einer Sekunde im Sinne der sie treibenden Kräfte um $\mathfrak{g}_p$ und $\mathfrak{g}_n$ cm. Somit ist die ganze in einer Sekunde von der elektrostatischen Kraft $\mathfrak{F}$ geleistete Arbeit

$$\mathfrak{F}(\varepsilon_p \mathfrak{g}_p + \varepsilon_n \mathfrak{g}_n),$$

und zwar gilt dieser Wert für die Längeneinheit des Drahtes; hat der Draht die Länge l, so ist die Arbeit gleich

$$\mathfrak{F}(\varepsilon_p \mathfrak{g}_p + \varepsilon_n \mathfrak{g}_n)\, l.$$

Ebenso im Falle der Magnetinduktion. Wir bewegen, wie in § 479, einen geradlinigen Draht in einem homogenen Magnetfeld senkrecht zu den Kraftlinien und senkrecht zu seiner eigenen Richtung mit gleichförmiger Geschwindigkeit; wir werden uns denken müssen, daß in jedem Punkte des Drahtes eine elektrostatische Kraft wachgerufen wird, welche für die elektrostatische Einheit der positiven Elektrizität die Stärke $\mathfrak{F}$ hat; benützen wir im übrigen dieselben Bezeichnungen wie vorher, so ergiebt sich, daß bei der Induktion in einem Draht von der Länge l in der Sekunde eine Arbeit geleistet wird von dem Betrage

$$\mathfrak{F}(\varepsilon_p \mathfrak{g}_p + \varepsilon_n \mathfrak{g}_n)\, l.$$

Diese Arbeit ist es, welche sich schließlich in der im Draht entwickelten Wärme wiederfindet, da ja die elektrische Bewegung und die ihr entsprechende elektrische Energie mit der Kraft $\mathfrak{F}$ verschwindet. Für dieselbe Arbeit haben wir aber in § 484 den Ausdruck Ei gefunden, in welchem i die Stromstärke, E die auf den Draht wirkende elektromotorische Kraft in elektromagnetischem Maße bezeichnet.

Somit ist die gesuchte Beziehung enthalten in der Gleichung:

$$E i = \mathfrak{F}(\varepsilon \mathfrak{g}_p + \varepsilon_n \mathfrak{g}_n) l.$$

Es ist aber $\varepsilon_p \mathfrak{g}_p + \varepsilon_n \mathfrak{g}_n$ nichts anderes, als die elektrostatische Stromstärke c von § 439; somit ist nach den in § 440 mitgeteilten Bestimmungen $\varepsilon_p \mathfrak{g}_p + \varepsilon_n \mathfrak{g}_n = v i$, wo v die Lichtgeschwindigkeit bezeichnet.

Setzen wir diesen Wert in die obige Gleichung, so ergiebt sich:

$$E = v \mathfrak{F} l.$$

Nun ist nach § 479

$$E = \mathfrak{H} u l,$$

somit die bei der Induktion auf einen Punkt des geradlinigen Leiters seiner Länge nach ausgeübte elektrostatische Kraft $\mathfrak{F} = \mathfrak{H} \frac{u}{v}$.

Die Beziehung zwischen dem elektrostatischen und elektromagnetischen Maße der elektromotorischen Kraft ergiebt sich nun aus folgender Überlegung. Wenn wir der durch Magnetinduktion erzeugten Kraft $\mathfrak{F}$ eine ebenso große elektrostatische Kraft entgegensetzen, so kann eine Strömung der Elektrizität in dem Draht nicht eintreten; die elektromotorische Kraft der Induktion wird aufgehoben durch die entgegengesetzte einer elektrostatischen Ladung. Die hier vorausgesetzten Verhältnisse treten ein, sobald wir einen geradlinigen Draht mit isolierten Enden im Magnetfeld bewegen. Es laden sich dann die Enden des Drahtes mit entgegengesetzten Elektrizitäten, und die von ihnen ausgehende elektrostatische Wirkung zerstört die der Induktion. Bezeichnen wir die Potentiale, bis zu denen die Drahtenden sich laden, mit V_1 und V_2, die Länge des Drahtes mit l, so ist nach § 364 $V_1 - V_2 = \mathfrak{F} l$; somit die elektromotorische Kraft E nach elektromagnetischem Maße:

$$E = v(V_1 - V_2).$$

Aber die Potentialdifferenz zwischen den Enden ist das, was wir im Sinne der Elektrostatik als elektromotorische Kraft bezeichnet haben. Ist eine elektromotorische Kraft in dieser Weise gemessen, haben wir z. B. bei dem im Magnetfelde bewegten Drahte die Potentialdifferenz der Enden elektrostatisch bestimmt, so erhalten wir den Wert derselben elektromotorischen Kraft in elektromagnetischem Maße durch Multiplikation mit der Lichtgeschwindigkeit. Das elektromagnetische Maß einer elektromotorischen Kraft ist gleich dem elektrostatischen multipliziert mit der Lichtgeschwindigkeit.

Wir wollen sehen, welche Potentialdifferenz hiernach der elektromotorischen Kraft von 1 Volt entspricht. Nach elektromagnetischem Maße ist:

$$1 \text{ Volt} = 10^8 \text{ cm}^{\frac{3}{2}} \cdot \text{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{sec}^{-2},$$

ferner ist $v = 3 \times 10^{10} \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-1}$, somit erhalten wir die Gleichung:

$$10^8 = 3 \times 10^{10} \times (V_1 - V_2).$$

Einem Volt entspricht daher eine elektrostatische Potentialdifferenz von $\frac{1}{300}$, und eine Potentialdifferenz, welche nach elektrostatischem Maße gleich 1 ist, hat 300 Volt. Dieser Bestimmung entsprechend haben wir das Volt als Einheit des Potentials schon in § 371 eingeführt.

Aus den Betrachtungen dieses Paragraphen folgt natürlich, daß wir jede Potentialdifferenz zwischen geladenen Konduktoren auch in der elektromagnetischen Einheit der elektromotorischen Kraft ausdrücken können. Ist die Potentialdifferenz in elektrostatischem Maße gemessen gleich $V_1 - V_2$, so ist ihr Wert in dem elektromagnetischen Maße:

$$E = v(V_1 - V_2).$$

§ 487. Induktion in körperlichen Leitern. Wir haben uns bisher auf den Fall beschränkt, daß der induzierte Leiter durch einen in sich zurücklaufenden Draht gegeben ist. Elektromotorische Kräfte wirken im Magnetfelde auch auf bewegte Leiter von beliebiger Gestalt, aber die Verfolgung der durch sie erzeugten Ströme ist im allgemeinen eine schwierige Aufgabe. Im Innern eines nach mehreren Dimensionen gleich ausgedehnten Leiters ist Bewegung der Elektrizität nach allen Richtungen möglich, an der Oberfläche nur Bewegung längs derselben. Bei stationären Strömungen, wie sie in rotierenden Konduktoren auftreten, müssen die von den elektromotorischen Kräften unmittelbar erzeugten Bewegungen durch elektrostatische Ladungen abgelenkt werden, so daß sie in Cirkulationen der Elektrizität in geschlossenen Bahnen, sogenannte Wirbelströme, übergehen. Außerdem sind oscillierende Bewegungen der Elektrizität denkbar, welche dann mit wechselnden elektrostatischen Ladungen verbunden sind. Für die in körperlichen Leitern induzierten galvanischen Ströme gilt natürlich die Lenzsche Regel, und dadurch erklären sich einige auffallende Erscheinungen.

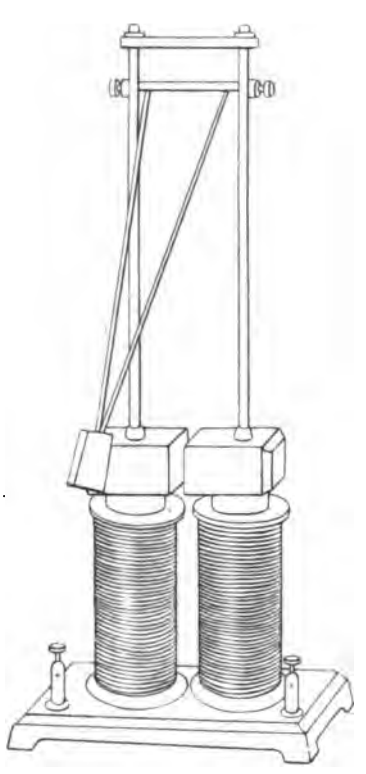


Fig. 491. Waltenhofens Pendel.

Wir konstruieren ein Pendel (Fig. 491), das um eine horizontale Axe drehbar und mit ihr durch zwei Streben verbunden ist, so daß es sicher in einer vertikalen Ebene schwingt, ohne seitlich ausweichen zu können. Die Masse des Pendels selbst besteht in einer dicken kupfernen Scheibe. Lassen wir das Pendel zwischen den ein-

ander möglichst genäherten Polen eines starken Elektromagnets durchschwingen, so wird es zwischen ihnen angehalten, sobald der Magnet erregt ist. Bewegt man das Pendel mit der Hand in dem Raum zwischen den Polen, so hat man die Empfindung, als ob dasselbe durch ein zähes, widerstehendes Mittel zu ziehen sei, man fühlt die bei der Induktion zu leistende Arbeit.

Eine Art von Umkehr dieses Versuches giebt die Erscheinung des sogenannten Rotationsmagnetismus, von Arago schon im Jahre 1824 entdeckt, sieben Jahre vor Faradays Entdeckung der Magnetinduktion. Man hängt eine Magnetnadel an einem feinen vertikalen Draht auf, so daß sie sich in horizontaler Ebene leicht drehen kann; man bringt unter dieselbe eine Kupferscheibe und versetzt sie durch eine Centrifugalmaschine, deren Axe in der Verlängerung des Suspensionsdrahtes liegt, in Rotation. Sobald dies geschieht, folgt der Magnet der Drehung der Scheibe vermöge der von den induzierten Wirbelströmen auf seine Pole ausgeübten Kräfte.

§ 488. Stromkreis und Magnetpol. Wir haben uns bisher beinahe ausschließlich mit der Induktion durch Bewegung eines Leiters im Magnetfeld beschäftigt. Die hierfür geltenden Gesetze lassen sich mit Hilfe der in § 472 enthaltenen Bemerkungen auf die Induktion durch Magnetisieren und Entmagnetisieren übertragen. Wir werden diese Aufgabe in § 490 für einen typischen Fall lösen, bedürfen aber dazu einer gewissen Vorbereitung, die den Gegenstand dieses Paragraphen bilden soll. Es sei gegeben ein Kreisring und ein Magnetpol von der Stärke $\mathfrak{m}$, der sich in der Axe desselben bewegt (Fig. 492). Wenn der Pol von dem Kreis weit entfernt ist, so ist die Intensität der magnetischen Kraft in der Fläche des Kreises und damit die Zahl der durch ihn gehenden Kraftlinien verschwindend klein. Führen wir den Pol bis an die Kreisfläche heran, so geht gerade die Hälfte der von ihm ausstrahlenden Linien durch sie hindurch. Nach § 345 ist aber die Gesamtzahl der

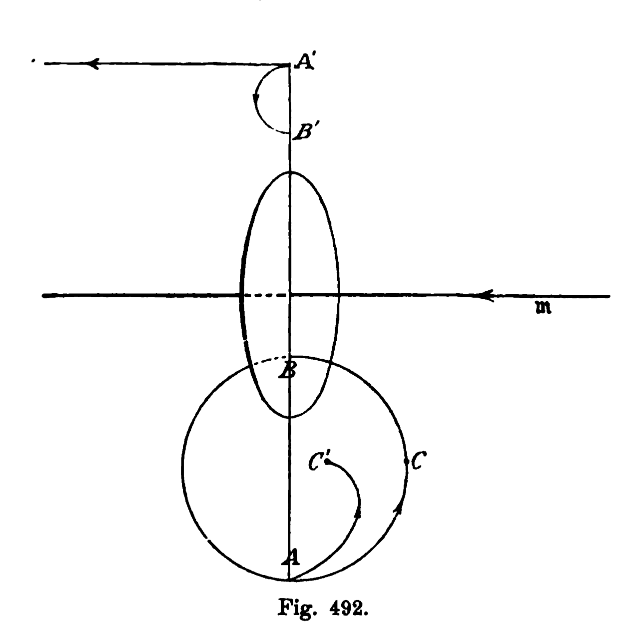


Fig. 492.

Kraftlinien gleich $4\pi\mathfrak{m}$, die Hälfte davon gleich $2\pi\mathfrak{m}$; der Integralwert der bei der geschilderten Bewegung induzierten Kraft ist somit $2\pi\mathfrak{m}$. Wenn der Pol die Fläche durchbricht, so gehen die Kraftlinien im umgekehrten Sinne durch sie und sind nach § 477 negativ zu rechnen. Ihre Zahl nimmt bei der Entfernung von dem Kreise ab; geht der Pol auf der Axe bis ins Unendliche, so ist die Abnahme gleich $2\pi\mathfrak{m}$; nach § 477 entspricht dem eine elektromotorische Kraft von derselben Richtung, wie bei der Zunahme der Zahl der positiven Linien. Wenn also der Magnetpol $\mathfrak{m}$ die ganze Axe des Kreises von der einen Seite zur anderen durchläuft, so ist der Integralwert der induzierten elektromotorischen Kraft gleich $4\pi\mathfrak{m}$. Zu demselben Resultat kommen wir, wenn der Pol einen Kreis durchläuft, welcher den Stromkreis umschlingt. Es sei A der äußere Schnittpunkt jenes Polkreises mit der Ebene des Stromkreises, B der innere. In A ist die Zahl der durch den Stromkreis gehenden Kraftlinien Null, in B gleich $2\pi\mathfrak{m}$ oder $-2\pi\mathfrak{m}$, je nachdem der Pol auf der einen oder anderen Seite der Stromfläche sich befindet. Der Integralwert der Kraft bei einer einmaligen Durchlaufung des Polkreises ist wieder $4\pi\mathfrak{m}$.

§ 489. Das magnetische Potential eines Kreisstromes. Wir knüpfen an das Vorhergehende noch eine weitere Bemerkung. Gehen wir von dem Punkte A auf dem Polkreise nach einem beliebigen Punkte C, so ist der Integralwert der elektromotorischen Kraft gleich der Zahl der Kraftlinien, welche von C aus durch die Ebene des Stromkreises gehen. Ziehen wir durch A einen anderen Kreis, oder eine beliebige andere Kurve, so können wir auf ihr einen Punkt C' suchen, bis zu dem bewegt der Pol dieselbe Integralkraft erzeugt, wie vorher bei der Bewegung bis C. Führen wir diese Konstruktion bei einer größeren Zahl solcher Kurven aus, so erhalten wir eine die Punkte C verbindende Fläche, eine Fläche konstanter Integralkraft. Die Fläche ist dadurch charakterisiert, daß der Magnetpol $\mathfrak{m}$ von jedem ihrer Punkte aus dieselbe Anzahl von Kraftlinien durch den Stromkreis sendet. Da nun die Magnetkraftlinien von dem Pole nach allen Seiten gleichmäßig ausstrahlen, so ist jene Bedingung erfüllt, wenn der Stromkreis von jedem Punkt der Fläche aus unter demselben räumlichen Winkel erscheint; sie ist dadurch geometrisch vollkommen bestimmt. Nun ist nach § 484 die Integralkraft gleich der Arbeit, die wir aufwenden müssen, um den Pol von dem Ausgangspunkt A nach C zu bringen, unter der Wirkung eines fingierten Stromes von der Stärke Eins, der den Stromkreis in der Richtung des induzierten durchläuft. Unsere Flächen konstanter Integralkraft sind somit auch Flächen konstanter Arbeit, Potentialflächen im Sinne von § 363. Die Flächen sind in der Figur 444 im Durchschnitt gestrichelt gezeichnet. Es ist damit die Möglichkeit gegeben, die Theorie des Potentiales, wie wir sie in § 363 und 364 für elektrostatische Kräfte entwickelt haben, auf elektromagnetische zu übertragen.

Es ist vielleicht nicht überflüssig zu bemerken, daß der Integralwert der elektromotorischen Kraft Null ist, wenn wir den Magnetpol von einem in der Ebene des Stromkreises außerhalb seiner Fläche liegenden Punkte A auf einer Parallelen zu der Axe in unendliche Entfernung führen; ebenso wenn wir ihn auf einem den Stromkreis nicht umschlingenden Wege von A' nach dem ebenfalls in der Ebene des Kreises und außerhalb seiner Fläche liegenden Punkte B' bringen. In beiden Fällen ist dann auch die Arbeit Null; die außerhalb des Kreisringes liegende, ins Unendliche sich ausdehnende Ebene, sie möge durch $\mathfrak{A}$ bezeichnet werden, ist eine Fläche konstanten Potentiales. Dasselbe gilt von der Fläche $\mathfrak{J}$ des Kreisringes selbst; aber sein Potential unterscheidet sich von dem der äußeren Ebene um $2\pi\mathfrak{m}$, oder vielmehr um 2π, wenn wir in Übereinstimmung mit früheren Festsetzungen das Potential auf einen magnetischen Einheitspol beziehen.

Endlich möge noch darauf hingewiesen werden, daß die Potentialwerte, wie sie sich den einzelnen Potentialflächen zuordnen, nicht vollkommen bestimmt sind. Nehmen wir an, das Potential der Fläche $\mathfrak{A}$ sei zum Nullwert des Potentials genommen. Es möge nun in dem Drahte ein Strom von der Stärke i zirkulieren; wir bewegen einen Nordpol von der Stärke Eins von einem Punkt A nach einem Punkt B (Fig. 492), der elektromagnetischen Wirkung des Stromes entgegen. Die aufgewandte Arbeit ist dann gleich $2\pi i$, der Potentialwert in der Fläche $\mathfrak{J}$ somit gleich $2\pi i$. Führen wir den Pol auf der anderen Seite der Stromfläche nach A zurück, so ist dazu abermals die Arbeit $2\pi i$ notwendig. Im ganzen leisten wir bei der einmaligen Umschlingung des Stromringes die Arbeit $4\pi i$; um diese Arbeit ist der Wert des Potentiales in dem Punkte A vermehrt worden; gehen wir mit dem Pole Eins von A aus in derselben Richtung weiter, bis er wieder nach B gelangt, so vermehren wir das Potential abermals um die Arbeit $2\pi i$; wir erhalten jetzt in B den Potentialwert $6\pi i$ u. s. w. Es ergiebt sich hieraus, daß die Werte in den Flächen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{J}$ bei jeder Umschlingung des Stromkreises durch den Pol Eins um $4\pi i$ wachsen. Dasselbe gilt aber auch von den übrigen Flächen konstanten Potentiales. Die ihnen entsprechenden Potentialwerte unterscheiden sich je nach der Zahl der ausgeführten Umschlingungen um entsprechende Vielfache von $4\pi i$.

§ 490. Induktion durch Magnetisierung eines Eisenringes. Wir wenden die Resultate der vorhergehenden Betrachtungen an auf einen Fall von Magnetinduktion, auf den wir schon in § 448 hingewiesen haben. Es sei gegeben ein Ring von Eisen; wenn wir ihn mit einer galvanischen Spirale umwickeln, so daß ihre Windungen gleichfalls zu einem Ringe sich schließen, so wird der Eisenring magnetisch, sobald wir einen Strom in die Spirale senden. Der induzierte Magnetismus kann aber keine magnetischen oder elektromagnetischen Wirkungen ausüben, da die Magnetkraftlinien oder die Linien der magnetischen Induktion (§ 451) geschlossene Kreise sind, da also auch die erregten Elementarmagnete

geschlossene kreisförmige Ketten bilden. Wenn wir aber den umwickelten Eisenring mit einem Ringe $\mathfrak{K}$ von Kupferdraht umschlingen (Fig. 493), so wird in diesem bei der Magnetisierung ein Strom entstehen; die Beobachtung des Stromes kann dann zu der Bestimmung des induzierten Magnetismus dienen. Die elektromotorische Kraft, welche beim Entstehen des Magnetismus in dem Drahtring induziert wird, ergiebt sich durch folgende Betrachtung. Es sei $\mathfrak{H}$ die auf das Innere des Eisenringes wirkende magnetisierende Kraft, also nach § 448 $\varkappa\mathfrak{H}$ das in der Volumeneinheit induzierte magnetische Moment; man kann sich dieses, entsprechend § 399, dadurch entstanden denken, daß in einem Würfel von 1 qcm Seitenfläche die Menge $\varkappa\mathfrak{H}$ von nördlichem Magnetismus von der Grundfläche zu der ihr gegenüberstehenden gewandert ist. Setzen wir der Einfachheit halber voraus, unser Eisenring habe einen Querschnitt von 1 qcm, so teilen wir ihn in Abschnitte von 1 cm Länge; in jedem verhält sich bei der Magnetisierung die Sache so, als ob er seiner Länge nach von einem Pol von der Stärke $\varkappa\mathfrak{H}$ durchlaufen wäre. Die dabei entstehende Integralkraft ist dieselbe, wie wenn ein einziger Pol von der Stärke $\varkappa\mathfrak{H}$ einmal den ganzen von der Axe des Eisenringes gebildeten, in der Figur punktiert gezeichneten Kreis durchliefe, die Integralkraft hat somit nach § 488 den Wert $4\pi\varkappa\mathfrak{H}$. Die Stärke der magnetisierenden Kraft $\mathfrak{H}$ bestimmt sich aus den Verhältnissen der magnetisierenden Spirale nach einer in § 446 gegebenen Formel. Nun kann man die induzierte elektromotorische Kraft andererseits aus dem induzierten Strome und dem in § 478 eingeführten Widerstand berechnen. Man gelangt also in der That zu einer Methode, nach der die Magnetisierungsfunktion $\varkappa$ bestimmt werden kann.

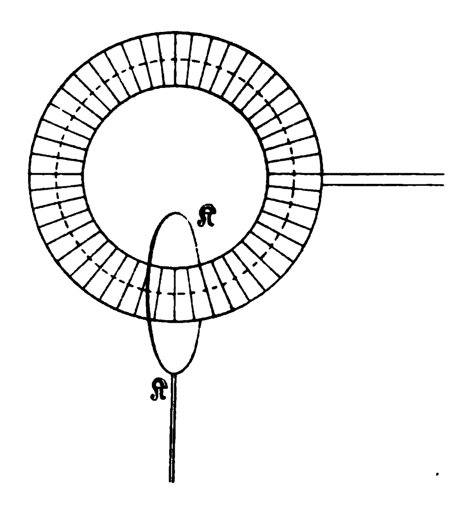


Fig. 493.

§ 491. Der Telegraph von Gauss und Weber. Die Magnetinduktion wurde von Gauss und Weber im Jahre 1833 zu der Herstellung eines elektrischen Telegraphen zwischen der Sternwarte und dem physikalischen Institut der Universität Göttingen benützt; es war der erste, der sichere Zeichen gab und in jedem Augenblicke unveränderlich zum Gebrauch bereit stand. Er diente ununterbrochen dem Verkehr der beiden Institute, bis am 16. Dezember 1845 ein Blitzstrahl die Leitung zerstörte. Als Zeichengeber wurde bei der definitiven Einrichtung ein Induktor benützt, bei dem eine bewegliche Spirale gegen einen

feststehenden Magnetstab verschoben werden konnte (Fig. 494); als Zeichenempfänger ein Galvanometer mit einer Magnetnadel von langer Schwingungsdauer (Fig. 495). Die zur Zeichengebung benützte Bewegung bestand in einem ruckweisen Hin- und Wiederzurückschieben der Spirale; der bei der ersten Bewegung ausgeübte Impuls wurde dann durch die Rückbewegung wieder aufgehoben, und der Magnet machte infolgedessen nur eine ganz kurze, präzise Zuckung, die mit Spiegel und Skala beobachtet wurde. Durch Vertauschung der Verbindungen war es möglich, Zuckungen nach rechts und links zu erzeugen, und durch ihren Wechsel wurden die Zeichen ebenso zusammengesetzt, wie bei dem Morseschreiber durch Strich und Punkt. Als Beweis dafür, wie wohl GAUSS und WEBER die Tragweite ihrer Erfindung erkannten, wollen wir uns nicht versagen, die folgende Stelle aus einem Briefe von GAUSS an SCHUMACHER vom August 1835 mitzuteilen.

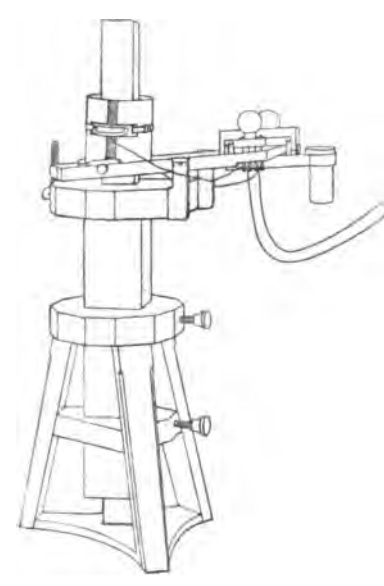


Fig. 494. Zeichengeber.

„In anderen äußeren Verhältnissen als die meinigen sind, ließen sich wahrscheinlich auch für die Sozietät wichtige und in Augen des großen

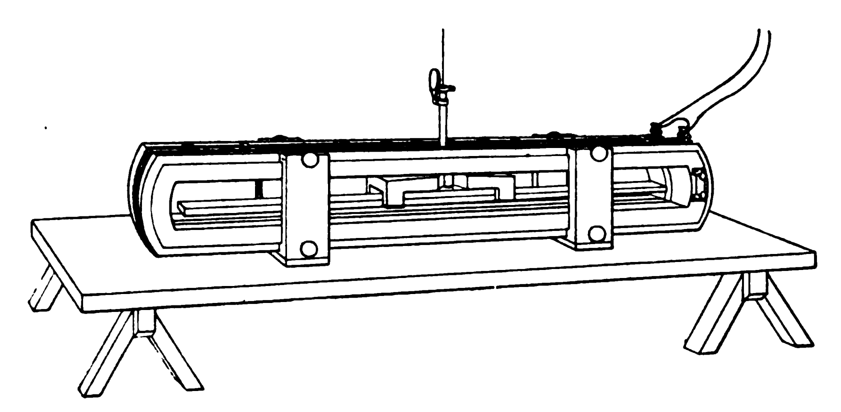


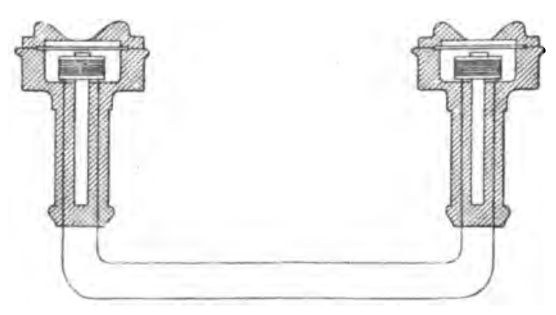
Fig. 495. Zeichenempfänger des GAUSS-WEBERschen Telegraphen.

Haufens glänzende praktische Anwendungen daran knüpfen. Bei einem Budget von 150 Thalern jährlich für Sternwarte und magnetisches Observatorium zusammen (dies nur im engsten Vertrauen für Sie) lassen

sich freilich wahrhaft großartige Versuche nicht anstellen. Könnte man aber darauf Tausende von Thalern wenden, so glaube ich, daß z. B. die elektromagnetische Telegraphie zu einer Vollkommenheit und zu einem Maßstab gebracht werden könnte, vor der die Phantasie fast erschrickt. Der Kaiser von Rußland könnte seine Befehle ohne Zwischenstation in derselben Minute von Petersburg nach Odessa, ja vielleicht nach Kiachta geben, wenn nur der Kupferdraht von gehöriger (im voraus scharf zu bestimmender) Stärke gesichert hingeführt, und an beiden Endpunkten mächtige Apparate und gut eingeübte Personen wären. Ich halte es nicht für unmöglich, eine Maschinerie anzugeben, wodurch eine Depesche fast so mechanisch abgespielt würde, wie ein Glockenspiel ein Musikstück abspielt, das einmal auf eine Walze gesetzt ist. Aber bis eine solche Maschinerie allmählich bis zur Vollkommenheit gebracht würde, müßten natürlich erst viele kostspielige Versuche gemacht werden, die freilich z. B. für das Königreich Hannover keinen Zweck haben. Um eine solche Kette in einem Schlag bis zu den Antipoden zu haben, wäre für 100 Millionen Thaler Kupferdraht vollkommen zureichend, für eine halb so große Distanz nur ein Viertel so viel, und so im Verhältnis des Quadrates der Strecke.“

Die Figuren 494 und 495 geben eine Ansicht des Gauss-Weberschen Telegraphen nach den Originalen, die sich im physikalischen Institut zu Göttingen befinden.

§ 492. Das Telephon. Wir beschreiben schließlich noch einen Apparat, der einen der neuesten Fortschritte des Telegraphenwesens bezeichnet, das Telephon. Vor dem Pole eines Stabmagnetes (Fig. 496) befindet sich in kleiner Entfernung eine kreisförmige dünne Eisenplatte, welche an ihrem Rande befestigt ist. Wenn sie gegen den Magnet hin eingebogen wird, so bewirkt sie eine Verstärkung, wenn sie von demselben zurückweicht, eine Schwächung des Magnetismus; jede Schwingung der Scheibe ist daher von einer synchronen Schwingung des Magnetismus begleitet. Wenn wir den Pol des Magnets mit einer galvanischen Spirale umgeben, so übt der Wechsel des Magnetismus auf sie eine elektromotorische Kraft aus, welche, der Geschwindigkeit der Änderung proportional, ihre Richtung umkehrt, so oft dies bei der Schwingungsrichtung der Scheibe geschieht. Von den Enden der Spirale führen wir Verbindungsdrähte nach einer anderen Spirale, welche den Pol eines zweiten


Fig. 496.

Magnets umgiebt, der ebenso wie der erste mit einer Eisenplatte verbunden ist. Die in der ersten Spirale induzierten Ströme verstärken und schwächen den Magnetismus des von der zweiten umgebenen Stabes; bei jeder Verstärkung wird die vor seinem Pole befindliche Eisenplatte stärker angezogen, bei jeder Schwächung weicht sie etwas zurück. Es reproduziert also die zweite Eisenplatte genau die Schwingungen der ersten. Werden diese durch ein gegen die erste Platte gesprochenes Wort erregt, so wiederholt die zweite Platte dieses Wort, indem sie die der ersten eingeprägten Bewegungen wiederholt.

SECHSTES BUCH.

GALVANISMUS.

§ 493. Das OHMsche Gesetz. Wir haben uns in den vorhergehenden Büchern mit den Beziehungen zwischen Elektrizität und Magnetismus beschäftigt. Wir kehren nun zurück zu einer rein elektrischen Untersuchung, die wir schon öfter gestreift und deren Resultate wir in § 478 zum Teil schon vorweggenommen haben. Die Frage ist: welcher Zusammenhang besteht zwischen der auf einen Leiter wirkenden elektromotorischen Kraft und dem dadurch erzeugten Strom? Zu ihrer Beantwortung bieten die elektromotorischen Kräfte der Magnetinduktion ein vorzüglich geeignetes Mittel, weil wir sie innerhalb weiter Grenzen verändern können, ohne daß der Leiterkreis, auf den die Kraft wirkt, irgend eine Änderung erleidet. Wir können uns dabei eines Erdinduktors bedienen, bei dem nach § 481 der Integralwert der elektromotorischen Kraft, welcher einer Drehung von 180° entspricht, zwischen den Grenzen Null und $2 \mathfrak{H} F$ variiert werden kann; $\mathfrak{H}$ ist die Intensität des Magnetfeldes, F die Induktorfläche. Man kann ebenso einen Induktor benutzen, der aus einem feststehenden Stabmagnet und einer ihn umschliessenden verschiebbaren Rolle besteht (Fig. 497). Die Stärke der elektromotorischen Kraft kann dann durch Änderung des Stabmagnetismus variiert werden. Der Kreis, auf welchen die Induktion wirkt, besteht ebenso wie bei dem in § 471 beschriebenen Fundamentalversuch aus dem Induktor und dem damit verbundenen Galvanometer. Wenn man auf ihn elektromotorische Kräfte von verschiedenem Integralwert wirken lässt, so zeigen die Beobachtungen, daß die Integralströme den Kräften proportional sind. Es ist also das Verhältnis zwischen der Kraft und dem Strom eine konstante Eigenschaft des gegebenen Leiterkreises, und diese nennen wir seinen galvanischen Widerstand. Da jenes Verhältnis von der Art, wie wir die Induktion ausführen, ganz unabhängig ist, so wird man schliessen, dass nicht bloß Integralkraft und Integralstrom in dem konstanten Verhältnisse des Widerstandes zu einander stehen, sondern ebenso die in einem bestimmten Moment wirkende elektromotorische Kraft E und der entsprechende Strom i. Damit haben wir dann das OHMsche Gesetz:

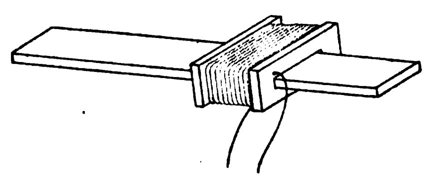


Fig. 497. Induktor.

Das Verhältnis zwischen elektromotorischer Kraft und Stromstärke ist eine konstante Eigenschaft eines gegebenen Leiterkreises, sein galvanischer Widerstand.

Die Stromstärke ist gleich der elektromotorischen Kraft dividiert durch den Widerstand:

$$i = \frac{E}{r},$$

die elektromotorische Kraft:

$$E = ir.$$

Die Schwierigkeit, welche in der Bestimmung von Integralströmen aus der einmaligen Abweichung der Galvanometernadel liegt, kann umgangen werden durch Anwendung des in § 483 besprochenen Rotationsinduktors. Man bekommt dann die Stromstärke i aus einer konstanten Ablenkung und gelangt so direkt zu dem Ohmschen Gesetz.

§ 494. Widerstand hintereinander geschalteter Drähte. Wenn wir in der im vorhergehenden Paragraphen angegebenen Weise die Widerstände r_1 und r_2 zweier Drahtkreise bestimmen und sie dann zu einem einzigen Kreise verbinden, so findet sich der Widerstand r des neuen Kreises gleich $r_1 + r_2$. Allgemein gilt der Satz:

Wenn wir beliebige Leiter hintereinander geschaltet zu einem einzigen Kreise vereinen, so ist der Widerstand des letzteren gleich der Summe der Widerstände der einzelnen verbundenen Leiter.

Der Widerstand ist danach auch insofern eine unveränderliche Eigenschaft, als er unabhängig ist von der Gegenwart anderer Leiter, mit denen der gegebene in einem galvanischen Kreise verbunden ist.

Hieran schließt sich noch eine Methode zur Vergleichung verschiedener Widerstände. Der Widerstand des aus Induktor und Galvanometer gebildeten Kreises sei gleich r; im Falle eines gewöhnlichen Induktors bezeichnen wir den Integralwert der elektromotorischen Kraft mit Beziehung auf § 478 durch $\Sigma E dt$, den Integralstrom durch $\Sigma i dt$; es ist dann $r = \frac{\Sigma E dt}{\Sigma i dt}$. Schalten wir in den Kreis einen Draht ein, dessen Widerstand x_1 sein möge, so erhalten wir bei derselben elektromotorischen Kraft einen anderen Strom $\Sigma i_1 dt$ und es ist:

$$r + x_1 = \frac{\Sigma E dt}{\Sigma i_1 dt};$$

somit

$$\frac{r + x_1}{r} = \frac{\Sigma i dt}{\Sigma i_1 dt}.$$

Das Verhältnis der Integralströme ist aber, wenigstens im Falle kleiner Ablenkungen, gleich dem Verhältnis der durch die Stromstöße erzeugten Ausschläge des Galvanometers, also sehr einfach zu bestimmen. Man erhält dann auch das Verhältnis der Widerstände r und x_1; ebenso für einen zweiten Draht die Verhältnisse $r : x_2$ und $x_1 : x_2$. Man kann so die Widerstände beliebiger Drähte miteinander vergleichen.

Das Schema des Versuches ist durch Figur 498 gegeben; *G* bedeutet das Galvanometer, *I* den Induktor; bei diesem ist eine von der früheren

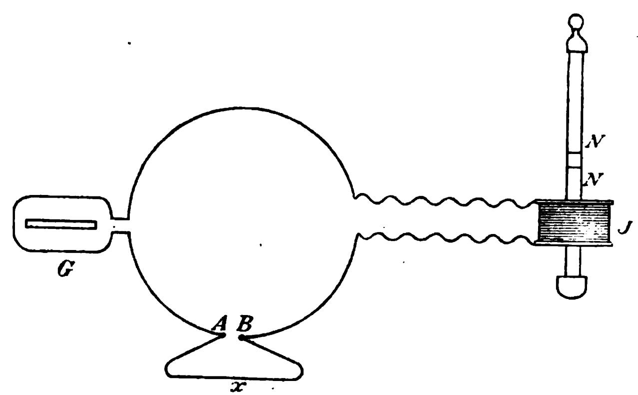


Fig. 498. Widerstandsvergleichung mit Induktor.

etwas verschiedene Konstruktion angenommen. Die Spirale ist fest aufgestellt; gegen sie verschiebbar ist ein Stab, der aus zwei mit gleichnamigen Polen einander zugewandten Magneten hergestellt ist. In *AB* ist der ursprüngliche Kreis geöffnet und der Widerstand x eingeschaltet.

§ 495. Maßeinheiten des galvanischen Widerstandes. Entsprechend den verschiedenen Maßen, die wir für Stromstärke und elektromotorische Kraft aufgestellt haben, ergeben sich auch verschiedene Maße für den Widerstand, deren Ableitung uns im folgenden beschäftigen wird.

Nach dem Ohmschen Gesetz hat ganz allgemein der Draht den Widerstand Eins, in welchem die Einheit der elektromotorischen Kraft die Einheit des Stromes erzeugt.

Messen wir elektromotorische Kraft und Stromstärke nach elektrostatischem Maße, so erhalten wir auch den Widerstand in elektrostatischem Maße.

Messen wir elektromotorische Kraft und Stromstärke nach elektromagnetischem Maße, so erhalten wir das elektromagnetische Maß des Widerstandes.

Nehmen wir für jene Größen die technischen Einheiten des Volt und des Ampère, so erhalten wir das technische Maß des Widerstandes. Den Widerstand eines Drahtes, in dem 1 Volt den Strom von 1 Ampère hervorruft, bezeichnen wir als 1 Ohm.

Nun ist im cm · g · sec-System 1 Volt = 10^8 Einheiten, 1 Ampère = 0,1 Einheit des elektromagnetischen Maßes, somit 1 Ohm = 10^9 cm · g · sec-Einheiten des elektromagnetischen Widerstandsmaßes.

Die Dimension des Widerstandes im elektromagnetischen cm·g·sec-System ergiebt sich aus der Formel

$$[r_{mg}] = \frac{e}{i} = \mathrm{cm} \cdot \mathrm{sec}^{-1}.$$

Für den Widerstand in dem nur selten gebrauchten elekstrostati-

schen Maße gilt die Dimensionsgleichung $[r_{st}] = \mathrm{cm}^{-1} \cdot \mathrm{sec}$. Zwischen den Maßzahlen r_{mg} und r_{st} eines und desselben Widerstandes im elektromagnetischen und im elektrostatischen Maße ergiebt sich die Bezeichnug $r_{mg} = v^2 \cdot r_{st}$, wo v die Lichtgeschwindigkeit bezeichnet.

Der Widerstand von 1 Ohm ist gleich dem Widerstande einer Quecksilbersäule von 1 qmm Querschnitt und 1,063 m Länge bei 0°;

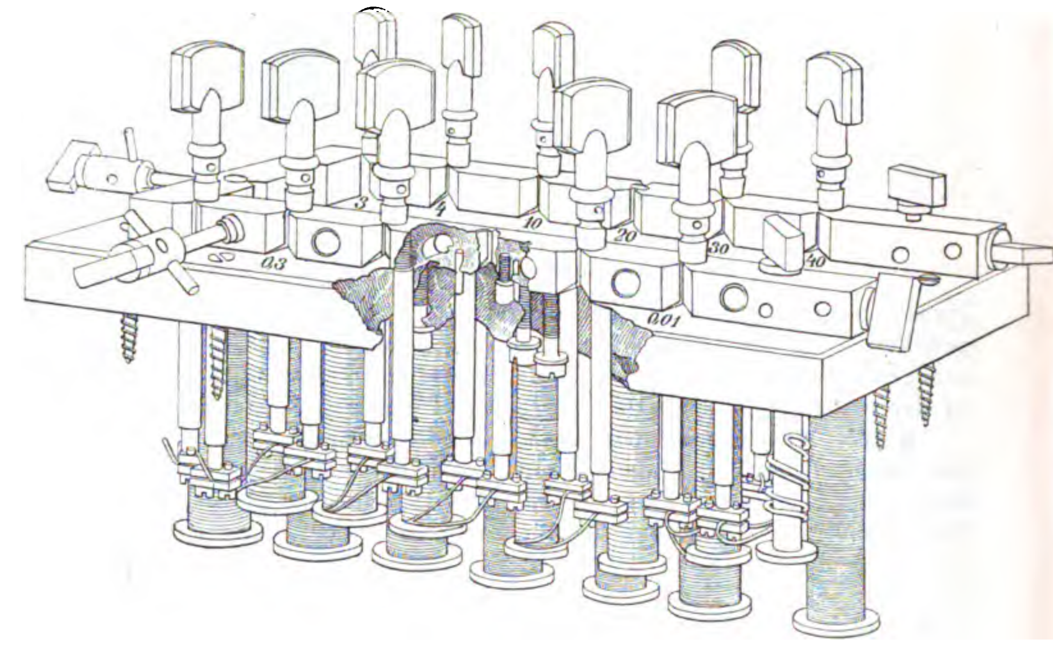


Fig. 499. **Rheostat.**

eine Bestimmung, die wichtig ist, weil man den Widerstand der Körper häufig auf den einer Quecksilbermasse von gleichen Dimensionen bezieht. Den Widerstand einer Quecksilbersäule von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt bei 0° nennt man dann eine Quecksilbereinheit. Ein Ohm würde danach gleich 1,063 Quecksilbereinheiten, eine Quecksilbereinheit gleich 0,941 Ohm sein. Die Messung von Widerständen in der technischen Einheit des Ohm wird erleichtert durch Widerstandssätze oder Rheostaten, welche in handlicher Anordnung Drahtrollen enthalten, deren Widerstände nach Vielfachen des Ohm ebenso fortschreiten, wie die Stücke eines Gewichtsatzes nach Grammen. Fig. 499 giebt eine Ansicht eines aus seinem Schutzkasten herausgehobenen Widerstandssatzes.

§ 496. Leitungsvermögen. Wenn wir den reziproken Wert des Widerstandes durch einen neuen Buchstaben bezeichnen, $\frac{1}{r} = G$, so erhalten wir für das Ohmsche Gesetz den Ausdruck:

$$i = GE.$$

Der Strom ist gleich der elektromotorischen Kraft multipliziert mit dem

Faktor G. Wir bezeichnen diesen als das Leitungsvermögen oder die Leitfähigkeit des galvanischen Kreises. In der Sache wird hierdurch natürlich nichts geändert, es ist nur ein anderer formaler Ausdruck gewonnen, der aber häufig der bequemere ist.

§ 497. Spezifischer Widerstand und spezifisches Leitungsvermögen. Bei drahtförmigen Leitern ergiebt sich aus den Beobachtungen der Satz:

Der Widerstand eines Drahtes ist proportional seiner Länge und umgekehrt proportional seinem Querschnitt.

Ist die Länge l, der Querschnitt q, so ist der Widerstand des Drahtes:

$$r = \varrho \frac{l}{q} .$$

ϱ ist ein Koëffizient, dessen Bedeutung sich daraus ergiebt, daß für l und q gleich 1 der Widerstand gleich ϱ wird; ϱ ist also der Widerstand eines Drahtes von der Einheit der Länge und des Querschnitts, der sogenannte spezifische Widerstand. Sein Wert hängt nicht bloß von der Natur des Leiters ab, aus welchem der Draht besteht, sondern auch von den Einheiten, nach denen wir Länge, Querschnitt und Widerstand messen.

Eine Quecksilbersäule von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt hat nach § 495 bei 0° einen Widerstand von $\frac{1}{1{,}063} = 0{,}941$ Ohm. Für das Meter als Längeneinheit, das Quadratmillimeter als Flächeneinheit, das Ohm als Widerstandseinheit ist der spezifische Widerstand des Quecksilbers gleich 0,941.

Ersetzen wir das Ohm durch die elektromagnetische Widerstandseinheit, behalten aber Meter und Quadratmillimeter als Einheiten der Länge und des Querschnitts bei, so wird der spezifische Widerstand des Quecksilbers gleich 941×10^6.

Da wir den Widerstand einer Quecksilbersäule von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt eine Quecksilbereinheit genannt haben, so geben die angeführten Zahlen zugleich den Wert der Quecksilbereinheit in Ohm, beziehungsweise in dem elektromagnetischen System.

Der Widerstand eines Quecksilberwürfels von 1 cm Kantenlänge, der parallel mit einer Kante gleichmäßig von einem Strome durchflossen wird, ist im elektromagnetischen Maße bei 0° gleich 94 100 elektromagnetischen Einheiten des cm · g · sec-Systemes. Für Centimeter als Einheit der Länge, Quadratcentimeter als Einheit des Querschnitts und elektromagnetisches Widerstandsmaß ist der spezifische Widerstand des Quecksilbers bei 0° gleich 94 100. Die Dimension des spezifischen Widerstandes in diesem Maße ist allgemein $[\varrho_{mg}] = l^2 \cdot t^{-1}$, während im absoluten elektrostatischen Maße $[\varrho_{st}] = t$ sich ergiebt.

Wenn man endlich als Einheiten der Länge das Meter, der Fläche das Quadratmillimeter, des Widerstandes die Quecksilbereinheit benützt, so wird der spezifische Widerstand des Quecksilbers der Definition von § 495 zufolge bei 0° gleich 1.

Im übrigen wollen wir die in der Definition des spezifischen Widerstandes liegende Willkür beseitigen durch die folgende Festsetzung:

Unter spezifischem Widerstand eines in Cylinderform gebrachten Leiters verstehen wir seinen Widerstand ausgedrückt als Vielfaches oder als Bruchteil vom Widerstand einer Quecksilbersäule von gleicher Länge, gleichem Querschnitt, und der Temperatur Null.

Der spezifische Widerstand eines Leiters ist danach gleich dem Widerstand eines von ihm erfüllten Cylinders von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt in Quecksilbereinheiten; in diesem Sinne bezeichnen wir den spezifischen Widerstand durch s; für Quecksilber selbst wird natürlich $s = 1$.

Für das Leitungsvermögen eines Drahtes, als das Reziproke des Widerstandes, gilt die Formel:

$$G = \frac{1}{\varrho} \cdot \frac{q}{l}.$$

Den reziproken Wert des spezifischen Widerstandes nennen wir spezifisches Leitungsvermögen. Setzen wir $\frac{1}{\varrho} = \gamma$, so wird:

$$G = \gamma \frac{q}{l}.$$

Bei zwei verschiedenen Stoffen verhalten sich die spezifischen Leitungsvermögen umgekehrt wie die spezifischen Widerstände. Auch der Wert von γ hängt natürlich ab von den gewählten Einheiten. Nehmen wir als Einheit des Leitungsvermögens das der Quecksilbereinheit, und setzen wir zugleich den spezifischen Widerstand des Quecksilbers gleich Eins, so wird das spezifische Leitungsvermögen irgend eines anderen Stoffes gleich dem Reziproken seines auf Quecksilber bezogenen spezifischen Widerstandes. Wir bezeichnen das so definierte spezifische Leitungsvermögen durch k und haben $k = \frac{1}{s}$.

Einige Werte von k und s sind in der folgenden Tabelle für eine Temperatur von 18° zusammengestellt; (von der Abhängigkeit des Widerstandes von der Temperatur wird in § 505 die Rede sein).

Bei 18°	Spezifischer Widerstand s (Widerstand eines Drahtes von 1 m Länge, 1 qmm Querschnitt in Quecksilbereinheiten)	Spezifisches Leitungsvermögen $k = \frac{1}{s}$
Ag	0,017	59
Cu	0,018	55
Au	0,024	41
Zn	0,067	15
Pt	0,15	6,5
Pb	0,22	4,6
Sb	0,48	2,1
Hg	1,016	0,984
Bi	1,2	0,8

Zu nahe denselben Werten der spezifischen Widerstände führen auch die in § 407 angeführten Beobachtungen über die Wärmewirkungen der elektrischen Entladung. Es ist dies bemerkenswert, weil daraus folgt, daß der Vorgang einer solchen Entladung im wesentlichen übereinstimmt mit dem der galvanischen Strömung.

Wismut zeigt in einem Magnetfelde, dessen Kraftlinien zu der Stromrichtung senkrecht stehen, eine sehr erhebliche, bis zu 70% gehende Vermehrung des Widerstandes; mit steigender Temperatur nimmt diese Vermehrung rasch ab.

Beachtenswert ist außerdem noch die Thatsache, daß die an sich sehr geringe Leitungsfähigkeit von metallischem Selen durch Belichtung, insbesondere mit rotem Licht, verstärkt wird.

§ 498. Das Ohmsche Gesetz und die galvanischen Elemente. Wir haben in § 486 auszuführen versucht, daß zwischen der elektromotorischen Kraft der Induktion und der Wirkung elektrostatischer Potentialdifferenzen ein wesentlicher Unterschied nicht besteht; den einfachsten Ausdruck findet dies darin, daß wir die elektromotorischen Kräfte der Induktion so gut wie die Spannungen geladener Konduktoren oder galvanischer Elemente messen nach Volt. Das Ohmsche Gesetz wird demnach ebenso gelten, wenn wir den Induktor ersetzen durch galvanische Elemente und Batterieen. Ein Unterschied dem Bisherigen gegenüber wird dadurch bedingt, daß mit den Elementen räumlich ausgedehnte Leiter in den galvanischen Kreis eintreten. Ob galvanische Elemente zwischen ihren Polklemmen ebenso einen bestimmten Widerstand besitzen wie Drähte, kann nur durch den Versuch entschieden werden. Machen wir diese Voraussetzung, die sich in der That als richtig erweist, so haben wir jetzt zwischen dem Widerstand der Batterie, dem inneren Widerstand, und dem der Leitung, dem äußeren Widerstand, zu unterscheiden. Ist E die elektromotorische Kraft der Batterie in Volt, r_i ihr Widerstand in Ohm, r_a der äußere Widerstand in Ohm und i die Stromstärke in Ampère, so ist nach dem Ohmschen Gesetz:

$$E = (r_a + r_i)\, i\,.$$

Ändert man den äußeren Widerstand in r'_a, so wird auch der Strom ein anderer, i', und man hat:

$$E = (r'_a + r_i)\, i'\,,$$

zwei Gleichungen, aus denen E und r_i berechnet werden können, wenn r_a, r'_a und i, i' gegeben, beziehungsweise gemessen sind. In der Übereinstimmung der unter verschiedenen Verhältnissen sich ergebenden Werte von E und r_i liegt dann die Bestätigung des Ohmschen Gesetzes für die elektromotorischen Kräfte galvanischer Säulen und unserer Voraussetzung über den Widerstand der Elemente.

§ 499. Die Kirchhoffschen Gesetze. Die Berechnung der Stromverteilung in einem beliebig verzweigten Netze von Leitern erfolgt mit Hilfe einiger von Kirchhoff aufgestellter Sätze, die wir im folgenden entwickeln wollen.

Wir verbinden die Pole einer galvanischen Säule mit dem Leiternetz. Es wird dann das Potential des positiven Poles durch das Netz hindurch allmählich in das des negativen Poles übergehen. Nehmen wir irgend einen zwischen seinen Endpunkten A und B nicht verzweigten Draht (Fig. 500), so muß in ihm die Stärke des galvanischen Stromes überall die gleiche sein, da sonst eine die Bewegung störende Stauung der Elektrizität eintreten würde. Der Abfall des Potentials muß in dem Draht ein gleichmäßiger, die Potentialflächen müssen senkrechte Querschnitte des Drahtes sein. Die auf den Draht wirkende elektromotorische Kraft ist gleich der Potentialdifferenz zwischen seinen Endpunkten; diese sei ausgedrückt in Volt. Bezeichnen wir sie durch $A - B$, den Widerstand des Drahtes in Ohm durch r, die Stärke des von A nach B fließenden Stromes in Ampère durch i, so ist: $A—B = ri$. Ist der Punkt A mit B noch durch einen zweiten Draht vom Widerstand r' verbunden, in dem der Strom i' gleichfalls von A nach B fließt, so ist: $A—B = r'i'$; folglich: $i:i' = \frac{1}{r}:\frac{1}{r'} = G:G'$, wenn G und G' die Leitungsvermögen der beiden Drähte bezeichnen. Wenn aber Ströme in beiden Drähten von A wegfließen, so muß dort notwendig noch ein dritter Draht münden, der einen Strom von der Stärke $J = i + i'$ zuführt; ebenso muß in B ein dritter Draht vorhanden sein, der die nach B strömende Elektrizitätsmenge $i + i'$ wieder entfernt. Wir kommen so zu dem Satze:

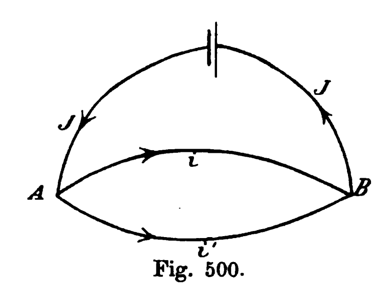


Fig. 500.

Wenn ein Strom J sich zwischen mehreren Wegen von den Leitungsvermögen G_1, G_2, G_3 ... verzweigt, so ist: 1. die Summe der Zweigströme gleich dem unverzweigten Strom $i_1 + i_2 + i_3 + \ldots = J$. 2. Die Zweigströme verhalten sich wie die Leitungsvermögen der entsprechenden Wege.

Zwischen den Punkten A und B des Leitungsnetzes sei ein Daniellsches Element eingeschaltet, so daß A mit dem Kupferpol, B mit dem Zinkpol durch einen einfachen Kupferdraht verbunden ist. Wir entwerfen ein graphisches Bild der Verhältnisse, indem wir eine gerade Linie (Fig. 501) durch zwei Punkte AB begrenzen, die Bilder der Endpunkte unseres Leiters. Der Punkt C auf AB entspreche der Berührungsfläche von Kupfer und Lösung, der Punkt D der Berührungsfläche des Zinks mit der Lösung, endlich E der Stelle, wo der Kupferdraht BE mit dem Zinkpol verbunden ist. Von einer Scheidung der Lösung in Kupfersulfat und Zinksulfat sehen wir ab, da an der Berührungsfläche nur eine kleine elektromotorische Wirkung auftritt. An der durch D repräsentierten Berührungsstelle wird die Lösung positiv, das Zink negativ elektrisch, und die hier vorhandene, die sonstigen Wirkungen übertreffende

elektromotorische Kraft bedingt es, daß der Strom in dem ganzen Leiter in der Richtung von B nach A fließt. Wir stellen das Potential der Lösung in dem Punkt D durch ein nach oben gehendes Lot $D\delta$ auf der Linie AB dar; ebenso das negative Potential des Zinks in demselben Punkt durch das nach unten gehende Lot $D\delta'$. In der durch die Linie DC dargestellten Lösung muß infolge der Strömung das Potential in der Richtung nach A abnehmen. Wenn wir also das Potential der Lösung auch in C durch ein Lot $C\gamma'$ repräsentieren, so muß dieses kleiner sein wie $D\delta$; nehmen wir an, daß Kupfer gegen die Lösung schwach negativ sei, so muß beim Übergang zum Kupfer der positive Potentialwert ein wenig erniedrigt werden.

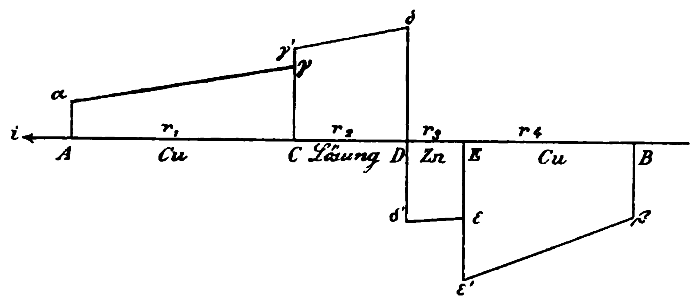


Fig. 501. Potentialverlauf zwischen den Polklemmen eines Daniell.

Für das Kupfer ist also das Potential in dem der Berührungsstelle entsprechenden Punkt C durch das etwas kleinere Lot $C\gamma$ repräsentiert. Im Kupfer nimmt dann das Potential bis A noch weiter ab auf den durch $A\alpha$ dargestellten Betrag. In B sei das Potential negativ gleich $B\beta$, sein Wert nimmt in dem Kupferdraht BE noch weiter ab bis zum Zinkpol und sei dort numerisch gleich $E\varepsilon'$, es steigt dann im Zink entsprechend der Stellung der beiden Metalle in der Spannungsreihe wieder bis $E\varepsilon$. Ziehen wir die Linien $\delta\gamma'$, $\gamma\alpha$, $\beta\varepsilon'$ und $\varepsilon\delta'$, so haben wir ein Bild für den ganzen Verlauf des Potentiales in dem Leiter AB. Bezeichnen wir die Stromstärke durch i, die Widerstände der Abteilungen AC, CD, DE und EB durch r_1, r_2, r_3, r_4, die Potentiale durch die Buchstaben, die an den Endpunkten der sie darstellenden Ordinaten stehen, so haben wir die Gleichungen:

$$ir_1 = \gamma - \alpha,$$
$$ir_2 = \delta - \gamma',$$
$$ir_3 = \varepsilon - \delta',$$
$$ir_4 = \beta - \varepsilon'.$$

Ist der ganze Widerstand zwischen den Punkten B und A

$$r_1 + r_2 + r_3 + r_4 = r,$$

so ist:

$$ir = (\gamma - \gamma') + (\delta - \delta') + (\varepsilon - \varepsilon') - \alpha + \beta.$$

Die Summe der drei eingeklammerten Potentialdifferenzen ist aber nichts anderes, als die ganze elektromotorische Kraft des Elementes, die wir durch E bezeichnen wollen. Wir haben somit:

$$\alpha - \beta = E - ir.$$

Bedeuten die Punkte A und B die Polklemmen des Elementes, so nennt man die Potentialdifferenz $\alpha - \beta$ die Klemmenspannung. Wir haben daher den Satz: Die Klemmenspannung eines Elementes ist gleich seiner elektromotorischen Kraft vermindert um das Produkt aus seinem Widerstand und der Stromstärke.

Es seien nun A und B (Fig. 502) die Punkte, von denen aus der Strom des Elementes in einem irgendwie verzweigten Leiternetz sich verteilt. Wir nehmen an, es lasse sich eine Folge dreier einfacher Drähte finden, die über die Knotenstellen K_1 und K_2 hinweg Teile des Stromes von A nach B führen. Die Widerstände seien r_1', r_2', r_3', die Stromstärken i_1, i_2, i_3, die Potentiale in den Punkten K_1, K_2 gleich $\varkappa_1$, $\varkappa_2$; ferner wie früher der Widerstand zwischen A und B gleich r, die Stromstärke i, die Potentiale in A und B beziehungsweise α und β. Wir haben dann die Gleichungen:

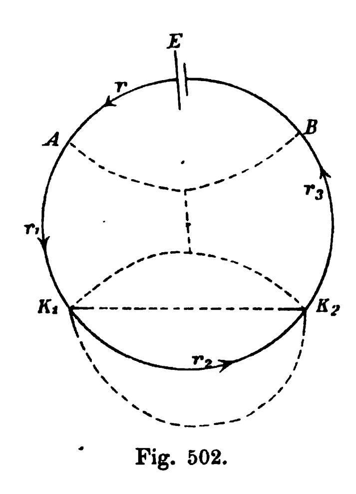


Fig. 502.

$$E - \alpha + \beta = r i,$$
$$\alpha - \varkappa_1 = r_1' i_1,$$
$$\varkappa_1 - \varkappa_2 = r_2' i_2,$$
$$\varkappa_2 - \beta = r_3' i_3.$$

Und somit

$$E = r i + r_1' i_1 + r_2' i_2 + r_3' i_3.$$

Die leicht noch allgemeiner zu fassende Rechnung führt zu dem Satze:

In einem beliebigen einfach geschlossenen Teil der Leitung ist die Summe der Produkte aus den einzelnen Strömen und Widerständen gleich der Summe der elektromotorischen Kräfte. Dabei ist in dem geschlossenen Kreise eine bestimmte Richtung als die positive zu bezeichnen. Ströme und elektromotorische Kräfte, welche ihr entgegen gerichtet sind, müssen negativ genommen werden.

§ 500. Die Wheatstonesche Brücke. Von dem vorhergehenden machen wir noch eine Anwendung auf einen für die Bestimmung galvanischer Widerstände bequemen Apparat, die Wheatstonesche Brücke (Fig. 503). Von den Polen eines Elementes führen wir Drähte nach zwei Punkten A und B; diese verbinden wir unter sich einmal durch einen geraden Draht AB, andererseits durch eine, zunächst von AB ganz getrennte, Leitung, welche den zu bestimmenden Widerstand w und einen Rheostaten R enthält. Nehmen wir auf AB einen Punkt C und bezeichnen wir die Potentiale in den drei Punkten beziehungsweise durch A, B und C, die Widerstände von AC und CB durch r_1 und r_2, die Stromstärke in AB durch i, so ist:

$$A - C = r_1 i, \quad C - B = r_2 i,$$

somit verhalten sich die Potentialdifferenzen

$$A - C : C - B = r_1 : r_2.$$

Aber die Widerstände verhalten sich wie die Längen AC und CB, so daß

$$A - C : C - B = AC : CB.$$

Nun nehmen wir auf der zweiten A mit B verbindenden Leitung zwischen R und w einen Punkt mit dem Potentiale D; dann ist:

$$A - D : D - B = R : w,$$

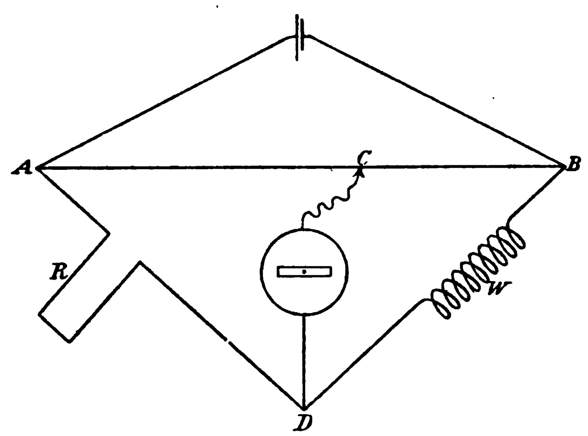


Fig. 503. Wheatstones Brücke.

wo R den Rheostatenwiderstand bezeichnet; wählen wir den Punkt C auf AB so, daß sein Potential C gleich dem Potential D, so ergiebt sich:

$$R : w = AC : CB.$$

Wenn aber die Potentiale D und C gleich sind, so fließt in einem die beiden Punkte verbindenden Draht, der Brücke, kein Strom, was an einem eingeschalteten Galvanometer leicht zu erkennen ist. Verschiebt man also den Kontakt auf dem Brückendraht AB so lange, bis kein Strom in der Brücke mehr fließt, so kann der unbekannte Widerstand aus dem Rheostatenwiderstand nach der obigen Proportion berechnet werden.

§ 501. Strömung in leitenden Flächen. Die bisherigen Betrachtungen bezogen sich, abgesehen von den auf galvanische Elemente bezüglichen, auf die Bewegung der Elektrizität in drahtförmigen Leitern. Wenn dies auch der bei weitem wichtigste Fall von galvanischer Strömung ist, so wird man sich doch nicht mit seiner Erledigung begnügen, sondern nach allgemeineren Gesetzen suchen, welche die Bewegung der Elektrizität in beliebig ausgedehnten Leitern beherrschen. Wir beschränken uns in dieser Richtung auf einige Andeutungen über die Strömung der Elektrizität durch eine dünne und ebene leitende

Platte; es wird nicht schwer sein zu übersehen, inwieweit die dabei gemachten Bemerkungen auf den Fall eines dreidimensionalen Leiters auszudehnen sind. In den Punkten A und B der Platte (Fig. 504) setzen wir zwei von den Polen einer galvanischen Batterie herkommende Drähte auf, die Elektroden. Der Rand der Platte sei so weit entfernt, daß der Strom sich nicht merklich bis zu ihm ausbreitet. In A sei das Potential positiv, in B negativ; es wird dann zwischen A und B in der Platte eine Schar von Flächen gleichen Potentiales verlaufen, die wir zunächst zu bestimmen haben. Man kann zu diesem Zweck zwei Prüfungsdrähte benützen, die mit dem Multiplikator eines empfindlichen Galvanometers verbunden sind. Setzt man diese in zwei Punkten C und C' der Platte

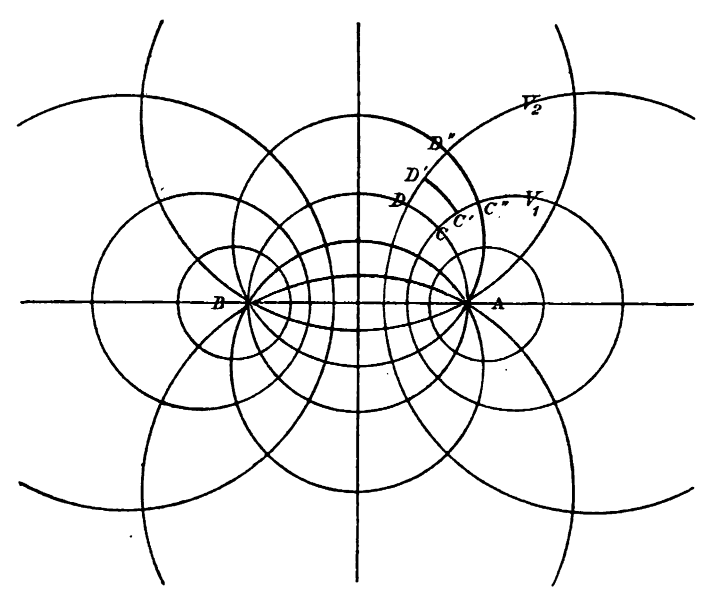


Fig. 504. Stromverteilung in einer leitenden Platte.

auf, so geht im allgemeinen ein Zweigstrom durch das Galvanometer, der nur verschwindet, wenn man in C und C' gerade Punkte einer und derselben Potentialfläche getroffen hat. Man kann auf diese Weise zunächst die Schnittlinien der Potentialflächen mit der Oberfläche der Platte bestimmen. Die Flächen selbst stehen dann zu der Oberfläche senkrecht. Es ergiebt sich so, daß die Linien gleichen Potentiales an der Oberfläche der Platte Kreise sind, deren Mittelpunkte auf der Linie AB, beiderseits außerhalb AB, liegen. Die Linien, längs welcher die Elektrizität von der einen Elektrode zu der anderen strömt, sind ebenfalls Kreise, die man ohne weiteres zeichnen kann, da sie ja durch A und B hindurchgehen müssen; sie durchschneiden die Schar der Potentialkreise senkrecht.

Man nehme nun zwei benachbarte Potentialflächen V_1 und V_2. Zieht man zwischen ihnen die einander benachbarten Strömungslinien CD, $C'D'$, $C''D''\ldots$, so kann man die Platte längs derselben aufschneiden, ohne daß die Strömung gestört wird. Dann aber verhalten sich die Stücke $CDD'C'$, $C'D'D''C''\ldots$ gerade wie drahtförmige Leiter, und die in ihnen fließenden Ströme können nach dem OHMschen Gesetz berechnet werden. Bezeichnen wir das spezifische Leitungsvermögen der Platte durch γ, so erhalten wir für die Ströme von CC' zu DD', von $C'C''$ zu $D'D''\ldots$

$$i = \gamma \frac{q}{l}(V_1 - V_2),\quad i' = \gamma \frac{q'}{l'}(V_1 - V_2)\ldots,$$

wo $q, q'\ldots$ die mittleren Querschnitte, $l, l'\ldots$ die Längen der Stücke bezeichnen. Haben wir den ganzen zwischen V_1 und V_2 liegenden Ring in der angegebenen Weise geteilt, so ergiebt sich für die Stärke des ganzen durch die Platte fließenden Stromes:

$$J = i + i' + \ldots = \gamma\left(\frac{q}{l} + \frac{q'}{l'} + \ldots\right)(V_1 - V_2).$$

Bezeichnen wir den Ausdruck $G = \gamma\left(\frac{q}{l} + \frac{q'}{l'} + \ldots\right)$ als das Leitungsvermögen der Platte zwischen den Potentialflächen V_1 und V_2, so haben wir die Beziehung:

$$J = G(V_1 - V_2).$$

Man kann leicht zeigen, daß diese für zwei beliebige Flächen gleichen Potentiales zwischen A und B gilt; sie enthält eine Definition des Leitungsvermögens oder des damit reziproken Widerstandes der Platte, welche mit der durch das OHMsche Gesetz gegebenen vollkommen übereinstimmt. Zugleich ergiebt sich, daß das Leitungsvermögen dem spezifischen Leitungsvermögen der Substanz proportional ist, aus der die Platte besteht.

§ 502. Das HALLsche Phänomen. Der im vorhergehenden Paragraph geschilderte Verlauf der Strömung durch eine dünne Metallplatte erfährt eine sehr merkwürdige Störung, wenn die Platte in das Feld eines Elektromagneten gebracht wird, dessen Kraftlinien senkrecht zu ihr gerichtet sind. Die Platte habe die Gestalt eines rechteckigen Streifens von der Breite b und der Dicke d. Die Strömungslinien mögen, solange der Elektromagnet nicht erregt ist, alle mit den Längskanten parallel laufen; die Potentialflächen fallen dann mit den Querschnitten der Platte zusammen. Setzen wir in zwei gegenüberliegenden Punkten A und B eines Querschnittes Elektroden an, die mit dem Multiplikator eines empfindlichen Galvanometers verbunden sind, so fließt durch dieses kein Strom. Sobald aber der Magnet erregt wird, tritt ein Strom auf, der bei verschiedenen Metallen im selben Magnetfelde und bei gleicher Richtung des primären Stromes verschiedene Richtung und Stärke zeigt. Gleichzeitig zeigen dann die Strömungslinien die durch Fig. 505 schematisch angedeutete Änderung. Im Anschluß an die Hilfsvorstellungen, deren

wir uns bei der Untersuchung der galvanischen Strömung mehrfach bedient haben, kann man die Gesetze der Erscheinung in folgender Weise entwickeln.

Der ganze durch die Platte gehende primäre Strom habe die Stärke J ($cm^{\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot sec^{-1}$); auf 1 qcm des Querschnittes kommt dann der Strom $\frac{J}{bd}$; man bezeichnet diese auf die Flächeneinheit entfallende Strommenge als die Stromdichte. Man kann nun annehmen, daß die Geschwindigkeiten $\mathfrak{g}_p$ und $\mathfrak{g}_n$, mit denen sich die Elektrizitäten im galvanischen Strom bewegen, der Stromdichte proportional sind. Die Geschwindigkeiten bei der Einheit der Stromdichte, welche wir mit γ_p und γ_n bezeichnen, sind für ein gegeb enes Metall als Konstante zu betrachten. Bei einer Stromdichte $\frac{J}{bd}$ sind dann die Geschwindigkeiten $\mathfrak{g}_p = \frac{J}{bd}\gamma_p$ und $\mathfrak{g}_n = \frac{J}{bd}\gamma_n$. Wir nehmen nun weiter an, daß auf die positive Elektrizität, welche in der ganzen Breite der Platte mit der Geschwindigkeit $\mathfrak{g}_p$ strömt, eine elektrische Kraft von derselben Art wirkt, wie auf einen Leiter, der im Magnetfeld mit der Geschwindigkeit $\mathfrak{g}_p$ senkrecht gegen die Kraftlinien bewegt wird. Dann ist nach § 479 die auf die positive Elektrizität wirkende Kraft senkrecht zu den Kraft- und Strömungslinien gerichtet, und gleich $\mathfrak{H} b \mathfrak{g}_p$, wo $\mathfrak{H}$ die Intensität des Feldes bezeichnet. Eine Kraft von derselben Richtung wirkt aber auch auf die entgegengesetzt strömende negative Elektrizität, nur ihre Stärke ist eine andere, $\mathfrak{H} b \mathfrak{g}_n$, kleiner oder größer als die vorige, je nachdem $\mathfrak{g}_p$ größer oder kleiner ist als $\mathfrak{g}_n$. Um zu dem durch die Beobachtungen bestätigten Gesetz der Erscheinungen zu gelangen, müssen wir endlich die Hypothese machen, daß die resultierende elektromotorische Kraft E gleich der Differenz der auf die positive und die negative Elektrizität ausgeübten Kräfte sei. Wir haben dann:

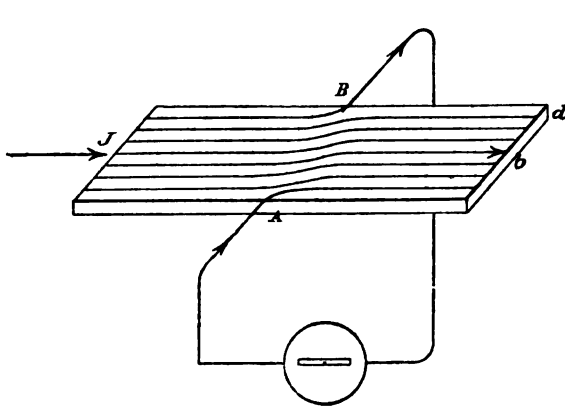


Fig. 505. Stromverteilung beim HALL-Phänomen.

$$E = \mathfrak{H} b (\mathfrak{g}_p - \mathfrak{g}_n) = \frac{\mathfrak{H} J}{d} (\gamma_p - \gamma_n),$$

oder wenn wir die dem betreffenden Metall eigentümliche Konstante $\gamma_p - \gamma_n$ durch P bezeichnen:

$$E = \mathsf{P} \frac{\mathfrak{H} J}{d}.$$

Die elektromotorische Kraft E kann aus der Stärke i des durch die seitlichen Elektroden A und B sich abzweigenden Stromes und aus dem Widerstand r des Galvanometerkreises bestimmt werden, da ja nach dem Ohmschen Gesetz $E = ir$. Die Erscheinung des Hallschen Stromes setzt eine Potentialdifferenz zwischen den Elektroden A und B voraus, sie ist mit einer Drehung der ursprünglich mit AB parallelen äquipotentialen Linien verbunden; man hat daher den Koëffizienten P als den Rotationskoëffizienten des betreffenden Metalles bezeichnet. Seine Dimension ergiebt sich aus der Gleichung:

$$\mathsf{P} = \frac{E d}{\mathfrak{H} J},$$

und wird dargestellt durch das Symbol $l^{\frac{5}{2}} \cdot m^{-\frac{1}{2}}$.

Im Falle einer Goldplatte sind die Verhältnisse der Richtungen durch die Figur 506 gegeben. Der Strom J tritt in die Platte durch C ein und durch D aus; das Potential nimmt daher von C gegen D ab. Der Nordpol des Elektromagnets befinde sich vor der Platte; der Hallsche Strom geht dann von B durch das Galvanometer nach A, wie durch die Pfeile angedeutet ist. Hieraus folgt, daß nach der Erregung des Magnets das Potential in B einen größeren Wert hat als in A, da in dem Verbindungsdrahte der Strom notwendig von Stellen mit höherem zu solchen mit niedrigerem Potential fließen muß. Die Potentiallinien, welche vor Stromschluß die Richtung AB besaßen, müssen also im Magnetfeld in die Richtung $\alpha\beta$ gedreht worden sein, vom Nordpol aus gesehen, entgegengesetzt der Bewegung des Uhrzeigers. Dementsprechend giebt man bei Gold dem Rotationskoëffizienten P einen negativen Wert, ebenso natürlich bei allen anderen Metallen, welche dieselben Richtungsverhältnisse darbieten. Man kann die Richtung, die der Hallsche Strom in der Platte besitzt, auch vergleichen mit der Richtung der ponderomotorischen Kraft, die in dem Magnetfeld auf den primären Strom wirkt; man überzeugt sich leicht, daß diese Richtungen für alle Metalle mit negativem Rotationskoëffizienten entgegengesetzt sind. Die folgende Tabelle giebt eine Zusammenstellung von beobachteten Werten des Rotationskoëffizienten, nach Beobachtungen von v. Ettingshausen und Hall.[1]

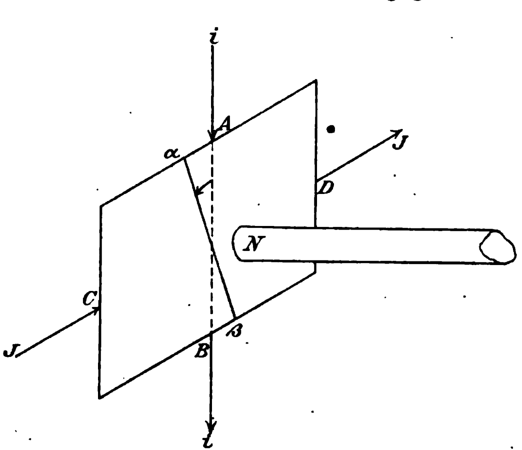


Fig. 506. Hallphänomen in einer Goldplatte.

[1] v. Ettingshausen und Nernst, Über das Hallsche Phänomen. Ber. d. Wien. Akad. 1886. Oktoberheft.

	Rotationskoëffizient P $(cm^{\frac{5}{2}} \cdot g^{-\frac{1}{2}})$	
	v. Ettingshausen	Hall
Te	+530	—
Sb	0,192	—
Fe	0,0113	0,0078
Co	0,0046	0,0025
Cd	0,0005	—
Zn	0,0004	0,0008
Pb	+ 0,00009	0
Sn	− 0,00004	−0,00002
Pt	0,00024	0,00024
Al	0,00038	0,0037
Cu	0,00052	0,00052
Au	0,00071	0,00066
Ag	0,00083	0,00086
Mg	0,00094	0,0035
Pd	0,00115	—
Na	0,0025	—
Ni	0,0242	0,0147
C	0,176	—
Bi	− 10,1	−8,6

Der Winkel α, um den die Potentiallinien einer Hallschen Platte gedreht werden, der Winkel zwischen den Richtungen AB und $\alpha\beta$ der Figur 506, ist gegeben durch $\alpha = \mathsf{P} \cdot \gamma \cdot \mathfrak{H}$, wo γ das spezifische Leitungsvermögen der Platte bezeichnet. Die Strömungslinien stehen auf den Potentiallinien nicht mehr senkrecht, sondern schließen mit ihnen einen Winkel $\frac{\pi}{2} - \alpha$ ein.

§ 503. Das Gesetz von Joule. Mit den Widerstandsverhältnissen stehen die Wärmewirkungen des Stromes in einfachem Zusammenhang. Wir haben in § 485 gesehen, daß die Arbeit, die bei der galvanischen Strömung von der elektromotorischen Kraft E in 1 Sekunde geleistet wird, der Effekt, durch das Produkt aus E und aus der Stromstärke i gegeben wird. Messen wir elektromotorische Kraft und Stromstärke in dem elektromagnetischen Maße mit cm, g, sec als Einheiten, so ergiebt sich der Effekt in der Einheit des absoluten cm · g · sec-Systems, d. h. in Erg pro Sekunde. Mit Benützung des Ohmschen Gesetzes erhalten wir für den Effekt den Ausdruck:

$$Ei = ri^2.$$

Wenn der Strom t-Sekunden zirkuliert, so ist die Stromarbeit:

$$A = Eit = ri^2 t.$$

Diese Arbeit muß vollständig in Wärme verwandelt werden, sofern der Zustand in den durchströmten Leitern am Anfang und am Ende jener Zeit im übrigen genau derselbe ist. Der Strom muß Wärme erzeugen, die der Stromarbeit äquivalent ist. Nun ist nach § 100 die Arbeit, welche beim Heben eines Grammgewichtes um 427,5 m geleistet wird, äquivalent mit 1 g-cal. Im absoluten cm · g · sec-System ausgedrückt, ist jene Arbeit

gleich 981 × 42750 = 41 940 000 Erg. In g-cal. gemessen ist daher die von dem Strome i in einem Drahte vom Widerstand r in der Zeit t erzeugte Wärmemenge gleich:

$$\frac{r i^2 t}{41\,940\,000};$$

dabei sind Widerstand und Stromstärke in elektromagnetischem Maße (cm · g · sec), die Zeit nach Sekunden zu messen.

Der Strom 1 Ampère = 0,1 $\mathrm{cm}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}^{-1}$ in einem Widerstand von 1 Ohm = $10^9\ \mathrm{cm} \cdot \mathrm{sec}^{-1}$ fließend, erzeugt in diesem in jeder Sekunde eine Wärmemenge von

$$\frac{10^7}{41\,940\,000} = 0{,}238 \text{ g-cal.}$$

Um einen solchen Strom zu erzeugen, müssen wir aber auf den Widerstand eine elektromotorische Kraft von 1 Volt wirken lassen; der Effekt von 1 Ampère in einem Widerstand von 1 Ohm ist also gleich dem Effekt von 1 Volt bei der Stromstärke von 1 Ampère, also gleich dem, was wir in § 485 als ein Watt bezeichnet haben. Wir sehen, daß 1 Watt in einer Sekunde eine Wärmemenge von nahezu 0,24 g-cal. zu erzeugen vermag.

Das Gesetz, demzufolge die in einem Leiter durch den galvanischen Strom entwickelte Wärme dem Widerstand und dem Quadrate der Stromstärke proportional ist, wurde im Jahre 1841 von Joule entdeckt; er beobachtete die Temperaturerhöhung des Wassers in einem Gefäße, wenn in dieses eine von einem Strom durchflossene Drahtspirale gelegt wurde. Es ist vielleicht nicht überflüssig, noch ausdrücklich hervorzuheben, daß die Joulesche Wärme von der Richtung des Stromes durchaus unabhängig ist.

§ 504. Elektrische Glühlampen und Bogenlampen. Von der Jouleschen Wärme machen wir praktischen Gebrauch bei der elektrischen Beleuchtung. Die sogenannten Glühlampen bestehen aus einem dünnen Kohlenfaden, der, in einer luftleeren Glasglocke eingeschlossen, durch den Strom zum Glühen gebracht wird.

Die Bogenlampen beruhen auf der von Davy 1821 gemachten Entdeckung des galvanischen Lichtbogens. Wenn man die Pole einer galvanischen Batterie, die eine Spannungsdifferenz von etwa 60 Volt aufweist, mit zwei Kohlenstiften verbindet, so wird zunächst bei ihrer Berührung ein Strom entstehen. Wenn man sie nun auseinanderzieht, bis auf die Distanz von mehreren Millimetern, so wird der Strom nicht unterbrochen, es bildet sich vielmehr zwischen den Kohlenspitzen ein leuchtender Bogen, der den Strom weiter leitet. Gleichzeitig geraten die Kohlenspitzen infolge der entwickelten Wärme in intensive Weißglut, und darauf eben beruht ihre Verwendung zu Beleuchtungszwecken. Der Lichtbogen selbst wird von gasförmiger Kohle und von den Dämpfen der in der Kohle noch enthaltenen Metalle gebildet, wie die Untersuchung des von dem Bogen erzeugten Spektrums lehrt.

Wenn man das Bild der Kohlenspitzen durch eine Linse projiziert, so sieht man, daß Kohlenteilchen von der positiven Kohle fortgeführt werden, und sich in der Form von leuchtenden Perlen an die negative ansetzen. Die positive Kohle wird kraterförmig ausgehöhlt (Fig. 507); sie wird etwa doppelt so schnell konsumiert, wie die negative. Bei den zu Beleuchtungszwecken dienenden Lampen müssen die Kohlenstäbe, solange die Lampe brennt, in konstanter Entfernung, die Lage des Lichtpunktes muß unverändert erhalten werden. Bei der SCHUCKERTschen Bogenlampe hängen die beiden Kohlenhalter an einer und derselben Seidenschnur, die über eine Rolle geführt ist. Die Kohlenspitzen legen infolge hiervon stets gleiche, aber entgegengesetzte Wege zurück, geht der obere positive Kohlenstift nach oben, so geht der untere negative um ebensoviel nach unten und umgekehrt. Die Regulierung auf eine konstante Länge des Lichtbogens erfolgt durch zwei fest aufgestellte Spiralen: die Hauptspule, mit wenigen Windungen dicken Drahtes, die vor den Lichtbogen, die Nebenschlußspule, die parallel zum Lichtbogen geschaltet ist. Im Innern der röhrenförmigen Kohlenhalter sind Kerne von weichem Eisen befestigt; der mit der oberen, positiven Kohle verbundene ragt in die Hauptspule, der andere, mit der unteren, negativen verbundene in die Nebenspule hinein. Beim Stromdurchgang werden die Kerne beide nach oben in das Innere der entsprechenden Spirale hineingezogen Die Anziehungen wirken sich also entgegen; der Strom der Hauptspule sucht eine Entfernung, der der Nebenspule eine Annäherung der Kohlenspitzen herbeizuführen. Wenn also beim Stromschluß die Spitzen sich nicht berühren, so führt der durch die Nebenspule gehende Strom die Spitzen zusammen; sobald aber der Strom durch die Hauptspule geschlossen ist, zieht diese die Spitzen auseinander, der Lichtbogen entzündet sich und reguliert sich nun selbst auf diejenige Länge, bei der die entgegengesetzten Wirkungen der beiden Spiralen sich kompensieren. Wird infolge des Abbrennens der Kohlen der Strom in der Hauptspule zu schwach, so zieht der Strom der Nebenspule die Spitzen zusammen; wird irgendwie durch eine zu große Annäherung der Spitzen der Strom im Hauptschlusse zu stark, so zieht er durch seine eigene Wirkung die Spitzen auseinander. Ein vollkommen gleichmäßiges Abbrennen der Spitzen, d. h. eine unveränderliche Lage des Lichtpunktes wird dadurch erreicht, daß der Querschnitt der unteren negativen Kohle nur halb so groß gemacht wird, wie der der oberen positiven.



Fig. 507. Galvanischer Lichtbogen.

§ 505. Einfluss der Temperatur auf den galvanischen Widerstand. Mit wachsender Temperatur steigt der Widerstand bei Quecksilber auf 1° Cels. um 0,0009 des ganzen Widerstandes, bei reinen festen Metallen um etwa 0,004, eine von dem Ausdehnungskoëffizienten der Gase nicht

sehr verschiedene Zahl. Manche Legierungen zeigen die merkwürdige Eigenschaft, ihren Widerstand mit der Temperatur nur sehr wenig zu ändern; der Temperaturkoëffizient des Neusilbers (Cu, Ni, Zn) schwankt von 0,00024 bis 0,0006. Bei einer Legierung von 84 % Cu, 4 % Ni, 12 % Mn und einer solchen von 60 % Cu, 40 % Ni ist der Widerstand in mittleren Temperaturen so gut wie konstant.

Bei elektrolytischen Leitern, für welche das OHMsche Gesetz ebenso gilt wie für die metallischen, nimmt der Widerstand mit wachsender Temperatur nicht zu, sondern ab.

§ 506. Mikrophon. Von den Apparaten, deren Wirkung auf dem OHMschen Gesetz beruht, heben wir noch das Mikrophon hervor.

In den Kreis eines galvanischen Elementes wird ein loser Kontakt eingeschaltet, etwa dadurch, daß man einen kleinen Cylinder von Kohle mit konisch zugespitzten Enden in entsprechende Vertiefungen zweier auf einem Resonanzbrettchen befestigten Kohlenstäbe bringt (Fig. 508). Wenn man gegen das Brettchen singt oder spricht, so gerät der lose Kohlenstab in eine schwankende Bewegung, welche den in der Luft erregten Schwingungen entspricht; die Folge davon sind regelmäßige Widerstands- und Stromschwankungen in dem Schließungskreis der Kette. Befindet sich in diesem noch ein Telephon, so wird die abwechselnde Verstärkung und Schwächung des Stromes die Telephonplatte in eine Schwingung versetzen, ganz ähnlich der des Resonanzbrettes. Das Telephon reproduziert das gegen das Brettchen gesprochene Wort, und dabei kann die Stärke der Wiedergabe durch die Stärke des im Kreise zirkulierenden Stromes reguliert werden.

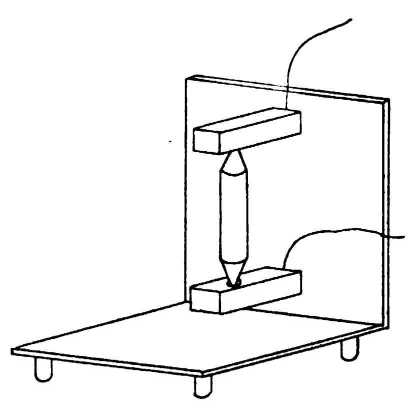


Fig. 508. Mikrophon.

§ 507. Magnetomotorische Kraft und magnetischer Widerstand. Es ist bemerkenswert, daß man dem Gesetz des induzierten Magnetismus eine Form geben kann, die dem OHMschen Gesetz durchaus analog ist. Wir betrachten ebenso wie in § 449 und 451 eine von Induktions- oder Kraftlinien gebildete Röhre, innerhalb deren von Querschnitt zu Querschnitt nicht bloß die magnetische Kraft $\mathfrak{H}$, sondern auch die Permeabilität μ variiere. Wir teilen die Röhre in Abschnitte von der Länge $l_1, l_2, l_3 \ldots$, so daß innerhalb eines jeden die

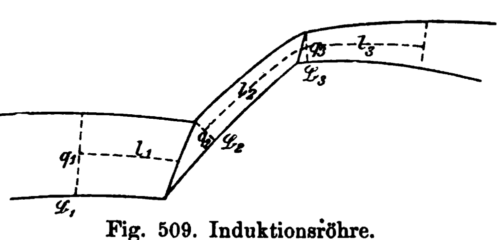


Fig. 509. Induktionsröhre.

magnetische Kraft und die Permeabilität als konstant angesehen werden kann (Fig. 509). Nun ist nach § 449 und 451 innerhalb einer Induktions- oder Kraftröhre die magnetische Induktion $\mathfrak{B}$ umgekehrt proportional dem Querschnitt q, also

$$\mathfrak{B}_1 q_1 = \mathfrak{B}_2 q_2 = \mathfrak{B}_3 q_3 = \dots$$

Andererseits ist

$$\mathfrak{B}_1 q_1 = \mu_1 \mathfrak{H}_1 q_1 = \mu_1 \frac{q_1}{l_1} \cdot l_1 \mathfrak{H}_1$$

$$\mathfrak{B}_2 q_2 = \mu_2 \mathfrak{H}_2 q_2 = \mu_2 \frac{q_2}{l_2} \cdot l_2 \mathfrak{H}_2 \dots$$

Die Produkte $l_1 \mathfrak{H}_1$, $l_2 \mathfrak{H}_2 \dots$ sind gleich den Differenzen des magnetischen Potentials an den Enden der Abschnitte l_1, $l_2 \dots$ (§ 489 und 364); sie entsprechen der elektromotorischen Kraft des Ohmschen Gesetzes und mögen daher als **magnetomotorische Kräfte** bezeichnet werden. Setzen wir den gemeinsamen Wert von $\mathfrak{B}_1 q_1$, $\mathfrak{B}_2 q_2 \dots$ gleich $\mathfrak{B} q$, so folgt aus den vorhergehenden Gleichungen:

$$\mathfrak{B} q \left(\frac{l_1}{\mu_1 q_1} + \frac{l_2}{\mu_2 q_2} + \frac{l_3}{\mu_3 q_3} + \dots \right) = \mathfrak{H}_1 l_1 + \mathfrak{H}_2 l_2 + \mathfrak{H}_3 l_3 + \dots$$

Auf der rechten Seite dieser Gleichung haben wir die ganze magnetomotorische Kraft, die auf die Induktionsröhre wirkt; auf der linken ein Produkt, dessen einer Faktor $\mathfrak{B} q = \mathfrak{B}_1 q_1 = \mathfrak{B}_2 q_2 = \dots$ nach § 451 die Zahl der Induktionslinien angiebt, die durch die Röhre gehen. Der andere, von der geometrischen und physikalischen Beschaffenheit der Röhre abhängige Faktor werde als **magnetischer Widerstand** bezeichnet. Wir haben dann den Satz: **Die Zahl der in einer Induktionsröhre verlaufenden Induktionslinien ist gleich der magnetomotorischen Kraft dividiert durch den magnetischen Widerstand der Röhre.**

Die Ausdrücke $\frac{\mu_1 q_1}{l_1}$, $\frac{\mu_2 q_2}{l_2} \dots$ verhalten sich, wie man leicht sieht, analog dem galvanischen Leitungsvermögen. Wir bezeichnen sie als die **magnetischen Leitungsvermögen** der einzelnen Abschnitte unserer Induktionsröhre.

SIEBENTES BUCH.

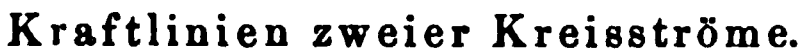
ELEKTRODYNAMIK.

I. Kapitel. Die ponderomotorischen Wirkungen.

§ 508. Ampères Fundamentalversuch. Eine zweite Reihe von Untersuchungen, die sich zunächst ganz auf dem Gebiete der Elektrizitätslehre bewegen, bezieht sich auf die Erscheinungen der Elektrodynamik; die erste Gruppe derselben wurde von Ampère entdeckt. Über den Zusammenhang seiner Untersuchungen mit der elektromagnetischen Wechselwirkung spricht sich Ampère in einer seiner Abhandlungen folgendermaßen aus. „Als Herr Oerstedt die Wirkung entdeckt hatte, welche der Leitungsdraht auf einen Magnet ausübt, konnte man in der That zu der Vermutung sich bewogen finden, daß auch eine Wechselwirkung zweier Leitungsdrähte untereinander existieren möge; aber es war dies keine notwendige Folge der Entdeckung jenes berühmten Physikers: denn ein weicher Eisenstab wirkt auch auf eine Magnetnadel, ohne daß jedoch irgend eine Wechselwirkung zwischen zwei weichen Eisenstäben stattfände. Konnte man nicht, solange man bloß die Thatsache der Ablenkung der Magnetnadel durch den Leitungsdraht kannte, annehmen daß der elektrische Strom diesem Leitungsdrahte bloß die Eigenschaft erteilt, von der Magnetnadel auf ähnliche Art influenziert zu werden, wie das weiche Eisen von selbiger Nadel, was dazu hinreichte, daß er auf sie wirkte, ohne daß dadurch irgend eine Wirkung zwischen zwei Leitungsdrähten, wenn sie dem Einfluß magnetischer Kräfte entzogen waren, resultierte? Bloß die Erfahrung konnte die Frage entscheiden: ich machte sie im Monat September 1820, und die Wechselwirkung Voltaischer Leiter war bewiesen.“

Es verdient bemerkt zu werden, daß die Vermutung, welche den Ausgangspunkt der Ampèreschen Entdeckungen bildet, als eine notwendige Folge aus der Maxwellschen Vorstellung von der Vermittlung der Wirkungen im elektromagnetischen Felde sich ergiebt. Erzeugen wir mit Hilfe von Eisenfeilspänen die Kraftlinien zweier vertikal nebeneinander ausgespannter Drähte, welche im gleichen Sinne von galvanischen Strömen durchflossen werden, so sehen wir die Linien in dem Raum zwischen den Drähten sich voneinander entfernen, nach außen hin sich zusammendrängen. Nach der in § 468 angeführten Theorie ist der senkrecht zu den Kraftlinien wirkende Druck um so größer, je kleiner der Abstand der Linien, er muß in dem vorliegenden

Falle die Leitungsdrähte gegeneinander drücken, so daß diese sich scheinbar anziehen. Das umgekehrte Verhalten zeigen die Kraftlinien, wenn die Stromrichtung in den beiden Drähten entgegengesetzt ist; zwei


Kraftlinien zweier Kreisströme.

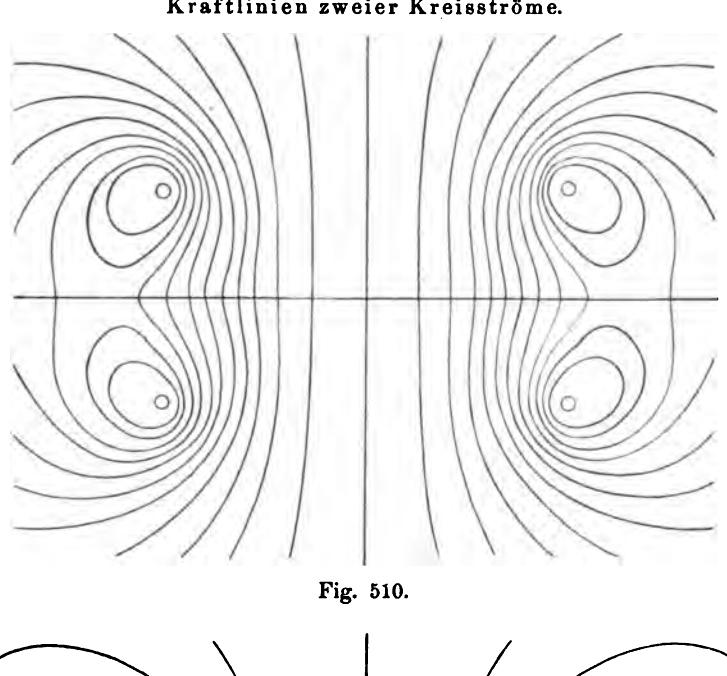


Fig. 510.

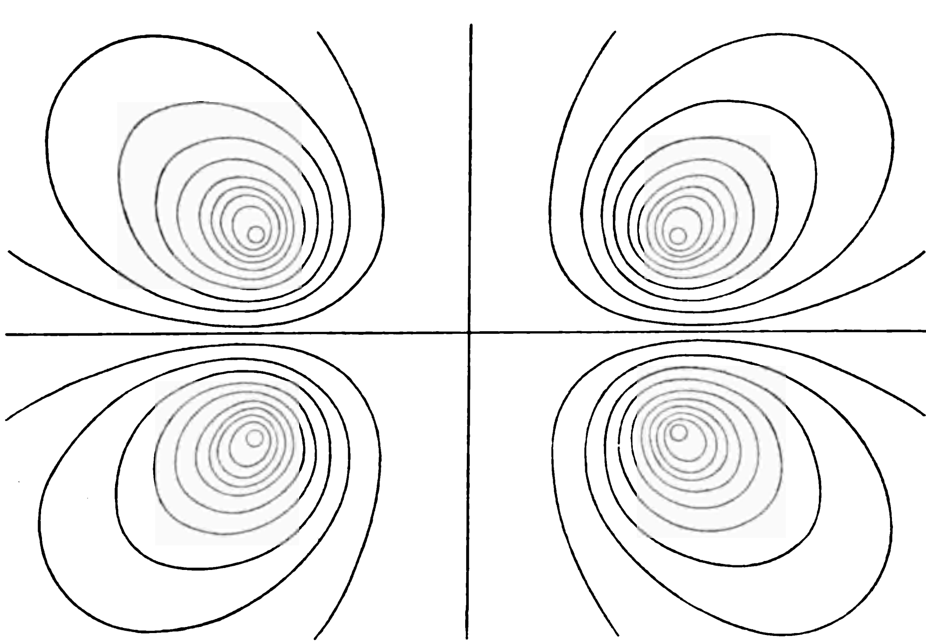


Fig. 511.

parallele, vom Strome in entgegengesetzter Richtung durchflossene Drähte stoßen sich ab. Folgerungen, welche durch die Versuche Ampères in der That bestätigt werden.

Ähnliche Systeme von Kraftlinien, wie bei zwei parallelen Drähten, erhalten wir bei zwei gleichen vertikalen Drahtkreisen, die in einiger Entfernung von einander aufgestellt sind, so daß ihre Axen in dieselbe Richtung fallen, und welche das eine Mal im selben, das andere Mal im entgegengesetzten Sinne vom Strome durchlaufen werden; die in einer Meridianebene liegenden Kraftlinien sind dargestellt durch die Figuren 510 und 511. Wir erkennen aus der Verteilung der Linien sofort, daß die Kreise sich bei gleicher Stromrichtung anziehen, bei entgegengesetzter abstoßen müssen.

Diese Betrachtung der Wirkung führt nun notwendig auch auf die Frage, welches der Einfluß des Zwischenmediums auf die Wirkung sei? Nach § 468 ist der im elektromagnetischen Felde herrschende Druck gleich $\frac{\mu}{8\pi}\mathfrak{H}^2$, wenn μ die magnetische Permeabilität und $\mathfrak{H}$ die magnetische Kraft bezeichnet. Daraus folgt also, daß die Wechselwirkung zweier Leiter, die von Ampère als eine elektrodynamische bezeichnet wurde, der Permeabilität des Zwischenmediums proportional ist. Die elektromagnetische Wechselwirkung ist, wie wir in § 468 gesehen haben, von dem Zwischenmedium unabhängig.

Einen zum Nachweis der Anziehungen und Abstoßungen dienenden Apparat stellt Figur 512 in schematischer Weise dar. Das Drahtviereck $ABCD$ ist vermittelst eines Hütchens auf der Spitze der vertikalen Säule S leicht drehbar. Die Enden E und F des zu dem Viereck gebogenen Drahtes tauchen in zwei mit Quecksilber gefüllte kreisförmige Rinnen, welche die Zu- und Ableitung des Stromes besorgen. Wird der Viereckseite AB, die in der Figur von unten nach oben vom Strome durchflossen wird, die im selben Sinne durchflossene Seite A B eines fest aufgestellten Drahtvierecks bis auf die Entfernung von einigen Millimetern genähert, so findet zwischen den parallelen Drähten AB und A B eine kräftige Anziehung statt, und bewirkt eine Drehung des beweglichen Vierecks in dem durch den Pfeil angedeuteten Sinne.

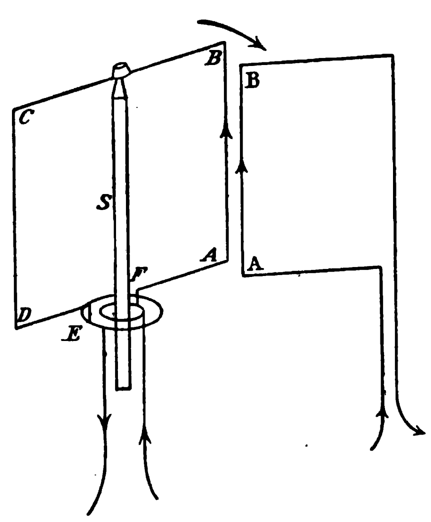


Fig. 512. Ampèresches Gestell.

§ 509. Wechselwirkung von galvanischen Spiralen. Zu einem sehr einfachen Resultate gelangte Ampère bei der Untersuchung der Wirkung,

welche zwei galvanische Spiralen wechselseitig aufeinander ausüben. Mit Bezug auf die in § 442 eingeführten Bezeichnungen können wir sagen: Zwei galvanische Spiralen verhalten sich gegeneinander wie zwei Magnete, deren Nordpole in den positiven, deren Südpole in den negativen Enden der Spiralaxen liegen, deren magnetische Momente den galvanischen der entsprechenden Spiralen gleich sind. Dabei kann der Querschnitt der Spiralen ebensogut die Form eines Ovales oder eines Rechteckes haben, wie die eines Kreises. Die Richtigkeit des Satzes wurde von W. Weber in der ersten seiner Abhandlungen über elektrodynamische Maßbestimmungen durch genaue Versuche bewiesen, indem er das statische Moment bestimmte, das von einer festen Spirale auf eine an den Zuleitungsdrähten bifilar aufgehängte ausgeübt wurde.

Ein Bild von seiner Versuchsanordnung giebt die der Weberschen Abhandlung entnommene Figur 513. Die bewegliche Bifilarrolle ist so auf-

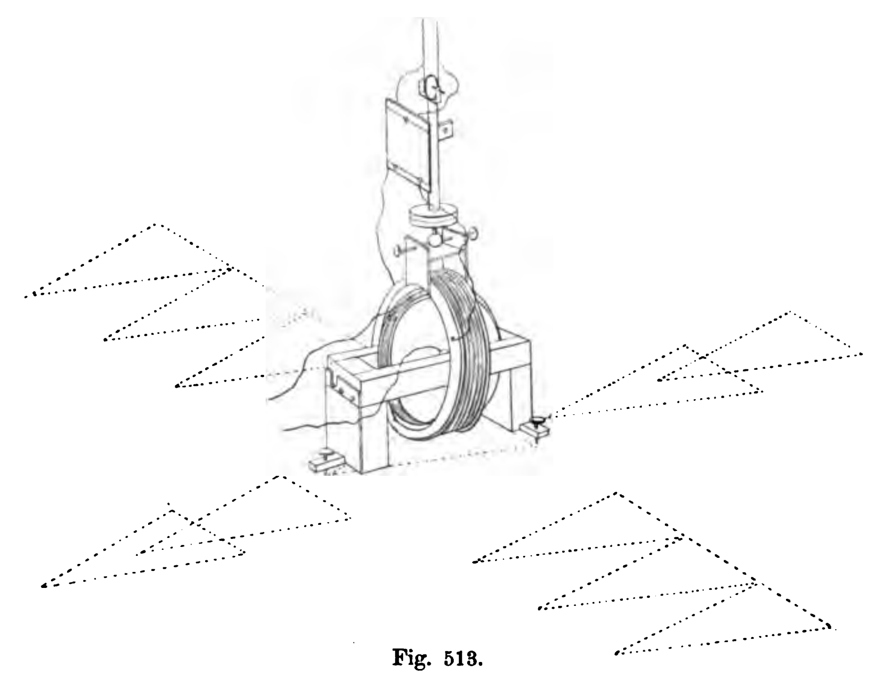


Fig. 513.

gehängt, daß ihre Axe in die Richtung des magnetischen Meridians fällt. Die Axe der festen Rolle steht zum Meridian senkrecht. In der Figur sind die Rollen so gezeichnet, daß ihre Mittelpunkte zusammenfallen. Bei den für uns in Betracht kommenden Versuchen wurde die feste Rolle aus dieser Stellung herausgenommen und in der Richtung des magnetischen Meridians sowie in der dazu senkrechten verschoben, so daß das von den Spitzen der Fußschrauben gebildete Dreieck mit den in der Figur gezeichneten Dreiecken der Reihe nach sich deckte.

Nach einer Richtung hin bedürfen die in § 442 gemachten, im vorhergehenden benützten Festsetzungen einer Ergänzung. Bezeichnen wir durch f die Fläche der Windungen, durch i die Stärke des Stromes bei der einen, durch f_1 und i_1 die entsprechenden Größen bei der anderen Spirale, so wären nach § 442 die Momente der äquivalenten Magnete gleich if und $i_1 f_1$. Nun ist aber nach § 468 die magnetische Wechselwirkung der Permeabilität des Zwischenmediums umgekehrt proportional; gleiches würde also bei jener Festsetzung auch für die elektrodynamische Wechselwirkung eintreten, während diese doch der Permeabilität direkt proportional sein muß. Es ergiebt sich daraus, daß wir die magnetischen Momente der mit den Strömen äquivalenten Magnete gleich den Produkten aus Stromstärke und Stromfläche noch multipliziert mit der Permeabilität des Zwischenmediums setzen müssen:

$$\mathfrak{M} = \mu i f \text{ und } \mathfrak{M}_1 = \mu i_1 f_1,$$

denn dann wird die mit $\frac{\mathfrak{M}\mathfrak{M}_1}{\mu}$ proportionale Wechselwirkung der Ströme wieder mit μ proportional. Dabei ist die Voraussetzung gemacht, daß der Raum, in dem wir auf elektromagnetischem Wege, also etwa mit der Tangentenbussole, die Stromstärke bestimmen, die Permeabilität Eins besitze. Dies ist nach den in den §§ 466 und 470 getroffenen Festsetzungen bei Luft der Fall. Für diese selbst bleibt also die alte Beziehung $\mathfrak{M} = if$, $\mathfrak{M}_1 = i_1 f_1$ in Kraft.

Es scheint nicht überflüssig, die vorhergehenden Betrachtungen noch etwas weiter auszuführen, um die Verhältnisse nach allen Seiten hin möglichst aufzuklären. Wir gehen aus von dem willkürlich zu wählenden Normalmedium, in dem wir der Permeabilität μ den Wert Eins erteilen. Für praktische Zwecke wird, wie oben angenommen wurde, die Luft, für theoretische Untersuchungen der luftleere Raum, der Äther, ein solches Medium bilden. In ihm gilt für die Ablenkungen der Tangentenbussole die Formel von § 438:

$$i = \frac{r \operatorname{tg} \varphi}{2 n \pi} \cdot \mathfrak{H}.$$

Die Feldintensität $\mathfrak{H}$ kann nach der Gaussschen Methode aus den Gleichungen von § 334 bestimmt werden:

$$\mathfrak{M}\mathfrak{H} = A \text{ und } \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}} = \tfrac{1}{2} R^3 \varphi_1.$$

Werden nun dieselben Beobachtungen in einem Raume von der Permeabilität μ angestellt, so wird die von irgend welchen Magnetpolen herrührende magnetische Kraft reduziert auf $\frac{\mathfrak{H}}{\mu}$, das freie, bei den Wirkungen auf die Hilfsnadel in Betracht kommende Moment auf $\frac{\mathfrak{M}}{\mu}$, während die elektromagnetische Wirkung dieselbe bleibt. An Stelle der obigen Gleichungen treten daher die folgenden:

$$i = \frac{r \operatorname{tg} \varphi'}{2 n \pi} \frac{\mathfrak{H}}{\mu}, \quad \frac{\mathfrak{H}\mathfrak{M}}{\mu} = A', \quad \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{H}} = \tfrac{1}{2} R^3 \varphi_1.$$

Aus den beiden letzten lassen sich die Werte von $\frac{\mathfrak{M}}{\sqrt{\mu}} = \mathfrak{M}'$ und $\frac{\mathfrak{H}}{\sqrt{\mu}} = \mathfrak{H}'$ berechnen; die erste giebt dann $i' = i\sqrt{\mu}$. Hat man also die Werte der Feldintensität $\mathfrak{H}'$ und des magnetischen Momentes $\mathfrak{M}'$ aus Beobachtungen berechnet, die in einem Raume von der Permeabilität μ angestellt wurden, so erhält man die wahren Werte, wie sie in dem Normalmedium von der Permeabilität Eins gefunden würden, durch Multiplikation mit $\sqrt{\mu}$. Hat man ebenso aus Beobachtungen in dem Medium mit der Permeabilität μ den Wert der Stromstärke gleich i' gefunden, so erhält man den wahren Wert der Stromstärke durch Division mit $\sqrt{\mu}$. In dem Normalmedium ist die Wechselwirkung zweier Spiralen dieselbe, wie die zweier Magnete von den Momenten if und $i_1 f_1$, in dem Medium μ ist sie proportional mit $\mu \cdot if \cdot i_1 f_1$. Nun sind aber $i\sqrt{\mu}$ und $i_1\sqrt{\mu}$ die Stromstärken i' und i_1', wie sie aus Beobachtungen in dem Medium μ selbst sich ergeben würden. Wir können also die Momente der äquivalenten Magnete wieder einfach gleich $i'f$ und $i_1'f_1$ setzen; nur müssen jetzt die Stromstärken in demselben Mittel gemessen sein, wie die Wechselwirkung der Spiralen.

§ 510. Das Gesetz von Ampère. Auf Grund von exakten Messungen kennen wir nur die Wirkung, welche zwei geschlossene Ströme aufeinander ausüben. Man kann an sie die Frage nach dem Elementargesetz der elektrodynamischen Wechselwirkung knüpfen, d. h. nach dem Gesetz, dem gemäß zwei geradlinige Elemente zweier galvanischer Ströme aufeinander wirken. Ampère hat diese Frage auf dem Wege einer höchst scharfsinnigen Induktion zu lösen versucht. Er nahm dabei an, daß die Wirkung zwischen zwei Elementen galvanischer Ströme in die Richtung ihrer Entfernung falle, also anziehend oder abstoßend sei. Daraus ergab sich weiter das folgende Resultat. Es seien A und A' (Fig. 514) die Anfangspunkte der Elemente, s und s' ihre Längen, i und i' die Stromstärken; ferner sei die Entfernung $AA' = r$, die zwischen AA' und den Stromrichtungen eingeschlossenen Winkel ϑ und ϑ', der Winkel, den die Stromrichtungen unter sich bilden ε; dann ist die von s auf s' ausgeübte Kraft:

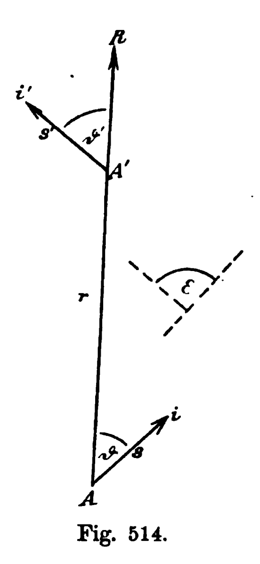


Fig. 514.

$$R = \frac{ii'ss'}{r^2}(3\cos\vartheta\cos\vartheta' - 2\cos\varepsilon),$$

sie ist abstoßend, wenn R positiv, anziehend, wenn R negativ wird. Ampère wandte das gefundene Gesetz auf die Wechselwirkung galvanischer Spiralen an. Die Windungen einer einfachen Spirale ersetzte er durch Kreise von gleichem Durchmesser, gegen die Spiralaxe senkrecht stehend und von einander um die Höhe eines Schraubenganges

entfernt. Die Kreise dachte er sich von Strömen von gleicher Richtung und Stärke durchflossen, wie die Spirale. Er nannte eine solche von galvanischen Kreisen gebildete Röhre ein Solenoid, ihre Enden Solenoidpole, und erhielt den Satz von der Äquivalenz der Solenoid- und Magnetpole, der mit dem für die Wechselwirkung galvanischer Spiralen gefundenen übereinstimmt. Der Satz gilt in der in § 509 angegebenen Form zunächst nur für die Fernwirkung galvanischer Spiralen, d. h. unter der Voraussetzung, daß ihre Querdimensionen klein sind gegen ihre Entfernung. Er gilt dann auch für jede einzelne Windung, einerlei ob ihre Form die eines Kreises, oder etwa die eines Rechteckes ist, er gilt ebenso für die einzelnen Stromkreise eines Ampèreschen Solenoides. Haben wir zwei ebene geschlossene Ströme von der Form eines Kreises oder einer anderen ebenen Kurve, so können wir sie in ihrer elektrodynamischen Wechselwirkung ersetzen durch die äquivalenten Magnete, sofern die Dimensionen der Stromflächen klein sind gegen ihre Entfernung. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so können wir genau die Betrachtungen wiederholen, die wir in § 445 mit Bezug auf die elektromagnetische Wirkung eines geschlossenen Stromes angestellt haben. Wir finden, daß zwei geschlossene Ströme unter allen Umständen aufeinander wirken, wie die in § 445 eingeführten magnetischen Doppelflächen.

§ 511. Das Gesetz von Weber. Wenn man den Grund für die elektrischen Erscheinungen in der Existenz elektrischer Fluida suchte, so konnte man darüber nicht im Zweifel sein, daß dieselben Teilchen, welche im Zustande der Ruhe dem Coulombschen Gesetz entsprechend einander anziehen oder abstoßen, im Zustande der galvanischen Strömung zu den von Ampère entdeckten Wirkungen Veranlassung geben. Es entstand also die schon von Ampère selbst gestellte Aufgabe, zu untersuchen, wie die elektrostatische Fernwirkung der Teilchen durch Bewegung so modifiziert werden könne, daß als Resultat der verschiedenen Wirkungen das Ampèresche Gesetz sich ergiebt. Diese Aufgabe ist es, welche Weber in der ersten Abhandlung über elektrodynamische Maßbestimmungen gelöst hat. Er kam zu dem Resultat, daß man die Wechselwirkung der Teilchen von ihrer relativen Bewegung in der sie verbindenden Linie abhängig machen muß. Nennt man die elektrostatischen Mengen der Teilchen e und e', ihre Entfernung r, die relative Geschwindigkeit in der Richtung der Entfernung ϱ', die relative Beschleunigung ϱ'', so ist nach Weber die zwischen ihnen wirkende Abstoßung gleich

$$\frac{ee'}{r^2}\left(1 - \frac{\varrho'^2}{2v^2} + \frac{r\varrho''}{v^2}\right),$$

wo v die Lichtgeschwindigkeit ist.

Mit der Aufstellung seines Gesetzes verband Weber einen weiteren Zweck, dessen Erreichung von theoretischer und praktischer Seite aus gleich wichtig erschien. Zunächst war mit demselben die Möglichkeit zu der Aufstellung von Gesetzen für die im folgenden zu betrachtenden

Erscheinungen der Voltainduktion gewonnen; daran knüpfte Weber die weitere Aufgabe, ein einheitliches Maßsystem für die mannigfaltigen Größen aufzustellen, mit denen man auf dem Gebiete der Elektrizität und ihrer Wechselbeziehungen zum Magnetismus zu rechnen hat, Methoden auszuarbeiten, nach denen man jene Größen bequem und genau messen kann. Durch die Begründung dieses Maßsystems hat Weber in weitestem Umfange auf die Wissenschaft einen maßgebenden Einfluß ausgeübt; infolge der stets wachsenden Bedeutung der Elektrizität für Verkehr und Technik sind genaue Maßbestimmungen nicht bloß ein Bedürfnis der Wissenschaft, sondern ebenso eines für das praktische Leben, und dieses Bedürfnis hat Weber im voraus befriedigt. Wenn jetzt der Arbeiter einer elektrotechnischen Fabrik mit seinen Volt und Ampère mit vollkommener Sicherheit operiert, so gebührt Weber hierfür in erster Linie das Verdienst. Das Fundament seiner Theorie, das Ampèresche Gesetz, ist allerdings ein unsicheres, denn man kann aus der Wirkung, die alle Elemente zweier galvanischer Ströme zusammengenommen aufeinander ausüben, keinen sicheren Schluß auf die Wirkungen einzelner ziehen. Das Webersche Gesetz selbst führt bei gewissen Anwendungen zu unhaltbaren Consequenzen, so daß es den Charakter einer Interpolationsformel trägt, welche nur innerhalb eines abgegrenzten Gebietes mit der Erfahrung übereinstimmt. Vor allem aber kommt in Betracht, daß das Webersche Gesetz eine Fernwirkung zwischen elektrodynamischen Leitern annimmt, welche zu ihrer Äußerung keine Vermittlung gebraucht. Nach Faraday und Maxwell dagegen ist die Wirkung eine durch das Zwischenmedium vermittelte und bedarf einer unter Umständen meßbaren Zeit, um von einem Leiter zu einem anderen zu gelangen. Nun haben die später zu besprechenden Versuche von Hertz gezeigt, daß von einem elektrodynamischen Leiter aus thatsächlich elektrische Wirkungen mit Lichtgeschwindigkeit sich verbreiten, und haben damit die Alternative zu Gunsten der Maxwellschen Theorie entschieden. Immer aber bleibt die Webersche Theorie denkwürdig, weil sie zuerst eine große Fülle von Erscheinungen unter einem einheitlichen Gesichtspunkte vereinigte, Veranlassung zu einer Reihe von fundamentalen Experimentaluntersuchungen und zu einer Erweiterung unserer mechanischen Anschauungen gab.

II. Kapitel. Die elektromotorischen Wirkungen.

§ 512. Voltainduktion. Die nahe Beziehung zwischen den elektromagnetischen und elektrodynamischen Wirkungen galvanischer Spiralen macht es wahrscheinlich, daß galvanische Ströme auch Induktion zu erzeugen vermögen, wie bewegte Stahlmagnete oder wie Bewegung des Magnetismus im weichen Eisen. In der That hat Faraday vor der Magnetinduktion die induzierenden Wirkungen galvanischer Ströme entdeckt, die Erscheinungen der Voltainduktion. Sie sind doppelter Art wie die

der Magnetinduktion. Entweder bewegen wir eine von einem Strom durchflossene primäre oder induzierende Spirale gegen die sekundäre oder induzierte, oder wir lassen die Lage der beiden Spiralen ungeändert und schließen oder öffnen den Strom in der primären. Im ersten Falle sind die Verhältnisse des induzierten Stromes ganz dieselben, wie wenn wir an Stelle der primären Spirale den mit ihr äquivalenten Magnet bewegt hätten; im zweiten wirkt die Schließung des Stromes in der primären Spirale so wie das Entstehen eines mit ihr äquivalenten Elektromagnets, die Unterbrechung des Stromes wie das Verschwinden des äquivalenten Magnets. Insbesondere ergiebt sich hieraus, daß auch bei der Voltainduktion die Richtung des durch Bewegung induzierten Stromes stets so ist, daß durch seine elektrodynamische Rückwirkung auf den induzierenden Strom die Bewegung gehemmt wird. Nähern wir die primäre Spirale, wie in Figur 515, mit parallel gestellten Windungen, der sekundären, so ist die Richtung des induzierten Stromes der des induzierenden entgegengesetzt; entfernen wir die primäre Spirale, so entsteht ein Induktionsstrom von gleicher Richtung mit dem induzierenden. Stellen wir die Spiralen mit parallelen Windungen einander gegenüber, so erzeugt Stromschluß in der primären Spirale einen entgegengesetzten Strom in der sekundären, Öffnung einen Strom von gleicher Richtung. Die experimentellen Hilfsmittel, mit denen wir die Richtigkeit dieser Sätze beweisen, sind natürlich ganz dieselben, wie bei der Magnetinduktion.

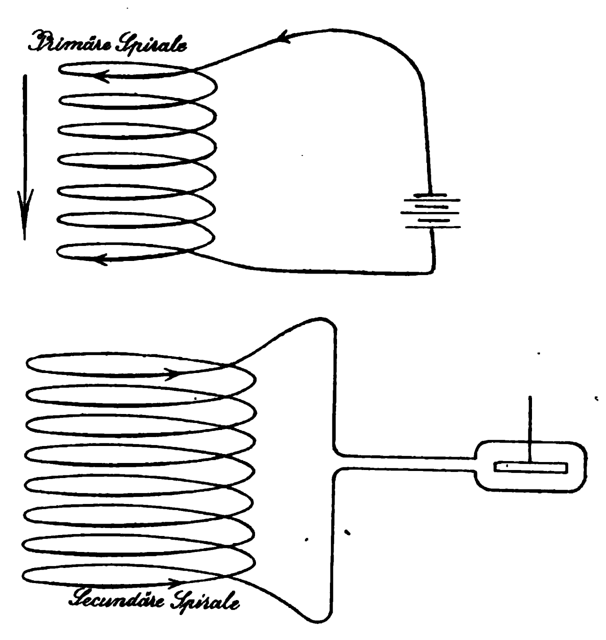


Fig. 515. Voltainduktion durch Bewegung.

Es verdient hervorgehoben zu werden, daß ein Strom, der bei ruhenden Spiralen in der primären in unveränderter Stärke zirkuliert, auf die sekundäre keinerlei Wirkung ausübt. Faraday war von Beginn seiner Untersuchung an von der Überzeugung geleitet worden, daß eine solche Wirkung existieren müsse; alle nach dieser Richtung zielenden Untersuchungen hatten aber ein negatives Resultat, nur Strom-

schwankungen, zumal Stromschluß und Stromöffnung übten eine elektromotorische Wirkung auf die sekundäre Spirale aus.

§ 513. Die Selbstinduktion. Ebenso wie das Entstehen und Verschwinden eines Stromes in einer Spirale Induktionsströme in einer benachbarten Spirale erzeugt, werden auch die einzelnen Windungen einer und derselben Spirale beim Schließen und Öffnen des Stromes, oder auch nur bei Stromschwankungen, induzierend aufeinander wirken; aber auch jede einzelne Windung, und schließlich jedes Element einer solchen wird dabei auf sich selbst eine induzierende Wirkung ausüben. Man bezeichnet die Ströme, die hierdurch entstehen, als Extraströme; die näheren Umstände, von denen das Entstehen oder Verschwinden eines Stromes begleitet ist, werden wesentlich durch sie bedingt. Wenn wir den Strom einer galvanischen Säule durch eine Spirale schließen, so ist die von den einzelnen Windungen aufeinander ausgeübte elektromotorische Kraft der der Säule entgegengesetzt. Die elektromotorische Kraft wird durch die Selbstinduktion der Spirale verringert und erreicht erst nach einiger Zeit mit verschwindender Induktion ihre konstante Stärke. Umgekehrt ist bei der Öffnung des Stromes die elektromotorische Kraft der Induktion der der Säule gleichgerichtet, und daher findet im Moment der Öffnung ein plötzliches Ansteigen der elektromotorischen Kraft statt, hinreichend, um an der Trennungsstelle der Leiter einen Funken, den sogenannten Öffnungsfunken, zu erzeugen; dieser füllt den Zwischenraum zwischen den von einander sich entfernenden Leitern für einen Augenblick mit leitenden Gasen, so daß der Extrastrom der Öffnung noch in geschlossener Bahn zirkulieren kann. Nun wächst aber der Widerstand in der Trennungsstelle mit der Entfernung der Leiter rasch bis zu einem unendlichen Betrage, und dementsprechend sinkt der Strom auf Null herab. Ein galvanischer Strom setzt also ebensowenig mit voller Stärke ein, wie er plötzlich verschwindet, beide Vorgänge vollziehen sich in stetiger Weise und bedürfen einer gewissen Zeit.

Selbstinduktion tritt natürlich auch bei anderen, z. B. bei geradlinigen Leitern ein, wenn auch bei diesen in viel schwächerem Grade.

§ 514. Der Transformator. Wir kommen nun zu der Theorie eines Induktionsapparates, der für wissenschaftliche und technische Zwecke eine hervorragende Bedeutung besitzt. Wir gehen aus von der Betrachtung eines AMPÈREschen Solenoides mit in sich zurücklaufender kreisförmiger Axe; der Umfang des von der letzteren gebildeten Kreises sei l, der Abstand der einzelnen auf ihr senkrechten Stromkreise d_1, ihre Zahl z_1, der Flächeninhalt jedes einzelnen Kreises, der Querschnitt der Röhre q. Das Solenoid vertrete die Stelle der primären Spirale, die sekundäre sei durch einen einzigen Kreisring dargestellt, der das Solenoid umschlingt (Fig. 516). Wir suchen den Integralwert der elektromotorischen Kraft für den Fall, daß in dem Solenoid ein Strom von der Stärke i_1 entsteht. Die Permeabilität des Mediums, in dem sich Solenoid und induzierter Ring befinden, sei gleich 1. Das Entstehen des Stromes in einer Windung des

Solenoids wirkt ebenso, wie das Entstehen eines Elektromagnets von dem Momente qi; das Zustandekommen des letzteren wollen wir uns so denken, als ob ein Nordpol von der Stärke $\frac{q i_1}{d_1}$ von dem Mittelpunkt der betreffenden Windung bis zu dem der nächstfolgenden verschoben würde. Alle Windungen zusammen wirken dann so, als ob jener Nordpol die ganze kreisförmige Axe des Solenoides durchliefe. Die hierdurch erzeugte elektromotorische Kraft ist aber nach § 488 gleich $4\pi \frac{q i_1}{d_1}$, oder da $d_1 = \frac{l}{z_1}$, gleich $4\pi \frac{q}{l} z_1 i_1$. Die von dem Solenoid in der Axe ausgeübte magnetische Kraft ist ebenso wie in § 446 $\mathfrak{H}_1 = 4\pi \frac{z_1}{l} i_1$; somit können wir den Integralwert der elektromotorischen Kraft auch ausdrücken durch $q\mathfrak{H}_1$; er ist gleich der Zahl der Kraftlinien, die nach dem Stromschluß durch den Querschnitt des Solenoides und damit auch durch den induzierten Ring gehen. Es sei nun das Innere des Solenoides ausgefüllt mit einem Mittel von der Magnetisierungsfunktion $\varkappa$, etwa einem Eisenringe; beim Schluß des Stromes wird dieser magnetisch, und die von ihm herrührende Magnetinduktion gesellt sich zu der vorher berechneten Voltainduktion hinzu. Für einen Ring vom Querschnitt von 1 qcm ist aber der Integralwert der durch die Magnetisierung erzeugten elektromotorischen Kraft nach § 490 gleich $4\pi\varkappa\mathfrak{H}_1$; somit wird in unserem Falle, wo der Querschnitt des Eisenrings gleich q ist, die ganze von dem Solenoid samt Eisenkern auf den Ring ausgeübte Integralkraft:

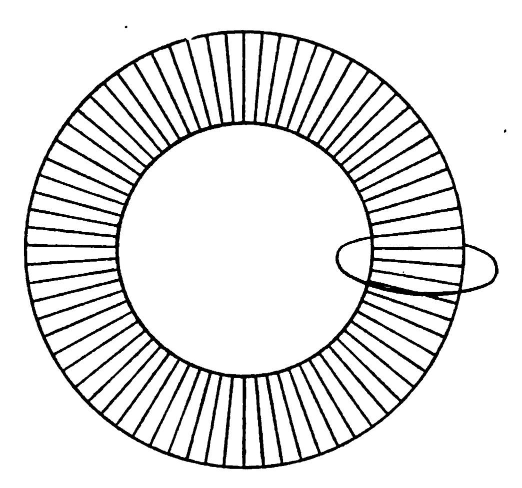


Fig. 516. Transformator.

$$(1 + 4\pi\varkappa)\,\mathfrak{H}_1 q = \mu\,\mathfrak{H}_1 q = \mathfrak{B}_1 q,$$

wo μ die in § 449 eingeführte Permeabilität, $\mathfrak{B}_1$ die magnetische Induktion, die Zahl der durch 1 qcm senkrecht hindurchgehenden Induktionslinien, bezeichnet. Der Integralwert der elektromotorischen Kraft, welche beim Stromschluß von einer auf einen Eisenring gewickelten Spirale in einem sie einfach umschlingenden Drahtringe induziert wird, ist somit gleich der Zahl der durch den letzteren gehenden Induktionslinien.

Wenn wir an Stelle des Ringes, der das induzierende Solenoid einmal umschlingt, eine sekundäre Spirale treten lassen, welche mit einer

Anzahl von z_2 Windungen die primäre umhüllt, so wird die elektromotorische Integralkraft, $\Sigma E_2 dt$ nach § 478, z_2 mal größer, also:

$$\Sigma E_2\, dt = z_2 \cdot \mu \mathfrak{H}_1\, q = 4\,\pi \frac{\mu q}{l} z_1 z_2 i_1.$$

Der Integralstrom $\Sigma i_2 dt$ ist gleich $\Sigma E_2 dt$ dividiert durch den Widerstand der sekundären Spirale.

Von der Integralkraft gehen wir nun über zu der in einem bestimmten Momente wirkenden elektromotorischen Kraft. Um diese zu finden, nehmen wir an, der Strom i brauche zu seinem Entstehen die Zeit t und wachse dabei gleichmäßig an. Die elektromotorische Kraft E_2 wird dann während der ganzen Dauer der Induktion konstant sein, ihr Integralwert gleich dem Produkte aus der konstanten Kraft und der Zeit t; $\Sigma E_2\, dt = E_2 t$. Somit ergiebt sich unter den gemachten Voraussetzungen:

$$E_2 = 4\,\pi \frac{\mu q}{l} z_1 z_2 \frac{i_1}{t}.$$

Die Voraussetzung eines gleichmäßigen Wachsens der Stromstärke ist nicht zutreffend; man kann aber auch für den allgemeineren Fall leicht die in einem bestimmten Augenblick vorhandene elektromotorische Kraft bestimmen. Zu Anfang eines bestimmten Zeitraumes sei die Stromstärke i, bis zum Schlusse habe sie eine Vermehrung erfahren, die wir mit di bezeichnen. Wir können das Anwachsen des Stromes dann so ansehen, als ob zu dem unveränderlichen Strome i ein neuer Strom di hinzugetreten wäre. Nun wird es unter allen Umständen möglich sein, die Zeit, in welcher der Zuwachs di eintritt, so klein zu wählen, daß man den letzteren als einen gleichmäßig sich vollziehenden betrachten darf; dann aber gilt für die elektromotorische Kraft die frühere Formel; wenn also dt der jener Bedingung entsprechende kleine Zeitraum ist, so wird die elektromotorische Kraft:

$$E_2 = 4\,\pi \frac{\mu q}{l} z_1 z_2 \frac{d i_1}{d t}.$$

Der Bruch $\frac{d i_1}{d t}$ giebt die Wachstumsgeschwindigkeit des Stromes in dem betrachteten Zeitpunkt; den Ausdruck $\frac{\mu q}{l}$ bezeichnen wir nach § 507 als das magnetische Leitungsvermögen des Ringes, das ganze Produkt $4\,\pi \frac{\mu q}{l} z_1 z_2$ als den Induktionskoëffizienten L. Die Formeln, die wir zur Berechnung der induzierten elektromotorischen Kraft benützt haben, setzen voraus, daß elektromotorische Kraft und Stromstärke in absolutem elektromagnetischen Maße gemessen werden. Somit ergiebt sich, daß die Dimension des Induktionskoëffizienten in diesem Maße die einer Länge ist. Im cm · g · sec-System haben wir die Dimensionsgleichung $[L] = \text{cm}$. Wir haben bisher nur von dem Entstehen oder Anwachsen eines Stromes gesprochen; ebenso, nur in entgegengesetztem Sinne, wirkt natürlich auch Verschwinden oder Abnahme, so daß wir das Resultat

schließlich in dem Satze zusammenfassen können: Bei zwei auf einen Eisenring gewickelten Spiralen ist die bei einer Stromänderung in der primären auf die sekundäre wirkende elektromotorische Kraft gleich dem Induktionskoëffizienten multipliziert mit der Änderungsgeschwindigkeit des Stromes. Der Induktionskoëffizient ist gleich der Zahl 4π, multipliziert mit den Windungszahlen der beiden Spiralen und multipliziert mit dem magnetischen Leitungsvermögen ihres gemeinsamen Kernes.

Versuchen wir endlich, ein bestimmtes Bild von der Wirkungsweise unseres Induktors zu gewinnen. Die primäre Spirale bestehe aus wenigen Windungen eines dicken Drahtes von entsprechend kleinem Widerstand; eine verhältnismäßig kleine elektromotorische Kraft erzeugt dann in ihr einen starken Strom. Die sekundäre Spirale besitze eine sehr große Zahl von Windungen eines dünnen Drahtes. Schnelle Stromänderungen in der primären Spirale induzieren in der sekundären eine große elektromotorische Kraft, aber trotzdem einen kleinen Strom wegen ihres großen Widerstandes. Wir kehren nun das Verhältnis der Spiralen um, nehmen die mit vielen Windungen versehene als primäre, die mit wenig Windungen als sekundäre. Der Strom in der primären ist dann selbst bei sehr großer elektromotorischer Kraft schwach wegen des großen Widerstandes; wenn die Stromänderung ebenso schnell erfolgt, wie in dem vorhergehenden Falle, so ist die Änderungsgeschwindigkeit in demselben Verhältnis kleiner wie die Stromstärke und ebenso die elektromotorische Kraft. Aber die relativ kleine Kraft erregt in der primären Spirale doch einen starken Strom wegen ihres kleinen Widerstandes. Wir sehen somit, daß bei einem Induktor mit zwei Spiralen, von denen die eine kleine Windungszahl und kleinen Widerstand, die andere große Windungszahl und großen Widerstand besitzt, immer kleine elektromotorische Kraft und starker Strom in der ersten großer Kraft und schwachem Strom in der zweiten entspricht. Unser Induktor stellt daher einen Apparat dar, mit dem man Ströme von schwacher Spannung aber großer Stärke verwandeln kann in solche von großer Spannung und geringer Stärke, oder umgekehrt, und daher rührt der Name Transformator.

Die Zahl der durch den Querschnitt der Solenoide gehenden Induktionslinien ist bei der direkten wie bei der reziproken Benützung des Transformators durch den Querschnitt q des Eisenkernes bestimmt; der Koëffizient der wechselseitigen Induktion, der gewöhnlich durch L_m, statt einfach durch L bezeichnet wird, hat in beiden Fällen den Wert:

$$L = 4\pi \frac{\mu q}{l} z_1 z_2 .$$

Wir erläutern das Gesagte noch durch ein Zahlenbeispiel. In der primären Spirale erzeuge eine elektromotorische Kraft von 60 Volt einen Strom von 30 Ampère oder 3 Einheiten des elektromagnetischen Systems. Die Permeabilität μ setzen wir gleich 1000; der Umfang einer Windung

der primären Spirale betrage 12 cm. Der Halbmesser der Ringaxe sei 4mal so groß wie der des Eisenringes; dann wird $4\pi\frac{q}{l} = 3$. Die Zahlen der Windungen seien $z_1 = 40$ und $z_2 = 20\,000$; die Änderungsgeschwindigkeit des Stromes i_1, d. h. $\frac{di_1}{dt}$ sei gleich 30 000; dann wird die auf die sekundäre Spirale wirkende elektromotorische Kraft in elektromagnetischem Maße:

$$E_2 = 1000 \times 3 \times 40 \times 20\,000 \times 30\,000 = 72 \times 10^{13}$$

oder gleich 720 000 Volt entsprechend einer Schlagweite des elektrischen Funkens von etwa 20 cm.

§ 515. Der Koëffizient der Selbstinduktion Die Formeln des vorhergehenden Paragraphen lassen sich ohne weiteres anwenden auf den Fall der Selbstinduktion einer ringförmig geschlossenen Spirale. Die elektromotorische Kraft, welche beim Entstehen oder Verschwinden eines Stromes durch die wechselseitige Wirkung der Windungen induziert wird, ist in einem Mittel von der Permeabilität Eins gleich

$$4\pi\frac{q}{l}z^2\frac{di}{dt}.$$

Den für eine gegebene Spirale konstanten Faktor $4\pi\frac{q}{l}z^2 = L_s$, von dem die Art des Ansteigens und Verschwindens von Strömen in der Spirale wesentlich abhängt, bezeichnet man als Koëffizienten der Selbstinduktion. Im absoluten elektromagnetischen Maße ist seine Dimension die einer Länge, ebenso wie die des Koëffizienten der wechselseitigen Induktion und die der elektrostatischen Kapazität.

Als technische Einheit für den Koëffizienten der Selbstinduktion dient das Henry. Ein Henry ist gleich 10^9 Einheiten des absoluten elektromagnetischen Maßsystems, gleich 10^9 cm. Das Henry dient natürlich ebenso als Maßeinheit für den Koëffizienten der wechselseitigen Induktion.

Um bei einem Transformator die Koëffizienten der Selbstinduktion für die erste und die zweite Spirale zu finden, haben wir den oben gegebenen Ausdruck noch mit der Permeabilität μ ihres Kernes zu multiplizieren. Bezeichnen wir die Koëffizienten für die erste und zweite Spirale durch L_{s1} und L_{s2}, den Koëffizienten der wechselseitigen Induktion durch L_m, so kann man aus den Formeln leicht die Beziehung ableiten:

$$L_m = \sqrt{L_{s1} \times L_{s2}}.$$

§ 516. Transformation von Wechselströmen. Von besonderer Bedeutung ist die im § 514 beschriebene Anordnung für die Transformation von sogenannten Wechselströmen. Der in der primären Spirale fließende Strom setze in einer bestimmten Richtung ein, erhebe sich bis zu einer gewissen maximalen Stärke, sinke zu Null herab, gehe dann in die entgegengesetzte Richtung über, um nach derselben Zeit wie vorher ein gleiches Maximum zu erreichen und wiederum nach derselben Zeit zum zweiten Male seine Richtung zu wechseln; wenn

sich dies fort und fort in derselben Weise wiederholt, so erhalten wir ein Hin- und Herschwingen des Stromes in der primären Spirale, ähnlich der Schwingung eines Pendels. Man bezeichnet einen solchen Strom als einen Wechselstrom. Setzen wir fest, daß eine bestimmte Richtung in der Spirale als positiv betrachtet werden soll, so schwankt die Stärke des Wechselstromes zwischen einem größten positiven und einem ihm gleichen negativen Wert hin und her. Tragen wir die Zeiten auf einer horizontalen Abscissenaxe, die ihnen entsprechenden Stromstärken als Ordinaten nach oben oder unten ab, je nachdem sie positiv oder negativ sind, so erhalten wir als Bild des Wechselstromes eine Wellenlinie. In der sekundären Spirale induziert der Wechselstrom während der Periode des Ansteigens einen entgegengesetzt gerichteten, während der Periode des Absinkens einen von gleicher Richtung. Man erhält somit in der sekundären Spirale ebenfalls Wechselstrom; seine Maxima aber fallen, sofern man von dem Einfluß der Selbstinduktion absieht, auf die Wechselzeiten des primären; seine Schwingung ist gegen die des ersteren um die Hälfte der einfachen Schwingung verschoben. Für das Verhältnis der beiden Ströme gelten dieselben Bemerkungen, wie in § 514. Hat die primäre Spirale wieder wenige Windungen und kleinen Widerstand, die sekundäre eine große Windungszahl mit großem Widerstand, so entspricht starkem Wechselstrom von kleiner Spannung in der primären Spirale schwacher Strom mit hoher Spannung in der sekundären, und umgekehrt.

Eine eingehendere Untersuchung führt zu bemerkenswerten Beziehungen, über die wir im folgenden berichten wollen.

Wir nehmen an, daß auf die primäre Rolle, abwechselnd in der einen und anderen Richtung, eine äußere elektromotorische Kraft wirke; sie wird ebenso wie der Wechselstrom selbst graphisch durch eine Wellenlinie darzustellen sein. Lassen wir den Kreis der sekundären Spirale offen, so wirkt auf den Strom der ersten außer der gegebenen elektromotorischen Kraft nur ihre eigene Selbstinduktion, gerade so, wie wenn die zweite Spirale nicht vorhanden wäre. Dadurch wird zunächst die Stärke des in der primären Spirale erregten Stromes verringert. Es sei $\overline{E}_1$ der für die eine oder andere Richtung genommene Mittelwert der äußeren elektromotorischen Kraft, $\overline{i}_1$ ebenso der Mittelwert des Stromes, r_1 der Widerstand des primären Kreises, ferner L_{s1} der Koëffizient seiner Selbstinduktion und T die Dauer einer einfachen Schwingung des Wechselstromes, dann gilt die Gleichung:

$$\overline{E}_1 = \overline{i}_1 \sqrt{r_1^2 + \pi^2 \frac{L_{s1}^2}{T^2}}.$$

Der Strom verhält sich in der That so, wie wenn der Widerstand des Kreises nicht r_1, sondern $\sqrt{r_1^2 + \pi^2 \frac{L_{s1}^2}{T^2}}$ wäre. Diesen scheinbaren Widerstand bezeichnet man auch als Impedanz.

Wenn nun der Kreis der sekundären Spirale geschlossen wird, so tritt auch in dieser ein Wechselstrom auf, dessen Schwingungsdauer mit der des Primärstromes übereinstimmt. Er wirkt zurück auf den Kreis des Primärstromes und zwar so, daß der scheinbare Widerstand desselben kleiner wird als zuvor, um so mehr, je kleiner der Widerstand r_2 in dem sekundären Kreise ist.

Für sehr kleine Werte von r_2 kann man setzen:

$$\overline{E_1} = \overline{i_1}\, r_1 \left(1 + \frac{r_2}{r_1} \cdot \frac{z_1^2}{z_2^2}\right).$$

Die erste dieser Formeln können wir anwenden auf die in § 514 betrachtete primäre Spirale; wir erhalten

$$L_{s1} = 4\pi \frac{\mu q}{l} \cdot z_1^2 = 48 \times 10^6.$$

Nehmen wir an, der wahre Widerstand des primären Kreises sei $r_1 = 1$ Ohm, die Schwingungsdauer des Wechselstromes $T = \frac{1}{100}$ sec, so wird:

$$\sqrt{r_1^2 + \pi^2 \frac{L_{s1}^2}{T^2}} = \sqrt{10^{18} + \pi^2 \times 48^2 \times 10^{10} \times 10^4}$$

in elektromagnetischem Maße; der scheinbare Widerstand des Kreises wird gleich 1,81 Ohm, nahezu das Doppelte des wahren. Wenn wir nun die primäre Spirale umgeben mit einer in sich geschlossenen sekundären von einem Widerstand von 0,1 Ohm und vielleicht gleichfalls 40 Windungen, so kann der scheinbare Widerstand nach der zweiten Formel berechnet werden, und es ergiebt sich:

$$r_1 \left(1 + \frac{r_2}{r_1} \cdot \frac{z_1^2}{z_2^2}\right) = 1{,}1 \text{ Ohm}.$$

Der wahre Widerstand wird jetzt nur um ein Zehntel vergrößert.

Es spricht sich in diesen Zahlen ein gewisses ökonomisches Prinzip aus; wenn der Transformator nicht in Anspruch genommen wird, so vergrößert die Selbstinduktion seinen Widerstand, verkleinert den Strom und die im Strome verbrauchte Energie. Wenn der Transformator in Wirksamkeit tritt, so nimmt der scheinbare Widerstand ab; bei gleicher äußerer Kraft nimmt der Strom und die dem Transformator zugeführte Energie zu.

Die gesamte elektrische Energie, die in der Zeiteinheit in einem funktionierenden Transformator entwickelt wird, ist gleich der Summe der in der primären und der sekundären Spirale erzeugten, also gleich $\overline{i_1^2} r_1 + \overline{i_2^2} r_2$, wenn wir mit $\overline{i_1^2}$ und $\overline{i_2^2}$ die mittleren Werte der Stromstärkenquadrate bezeichnen. Es ist von Interesse, den Wirkungsgrad des Transformators zu bestimmen, d. h. das Verhältnis der im sekundären Kreise erzeugten Energie zu der Gesamtenergie. Bezeichnen wir

den Koëffizienten der wechselseitigen Induktion $4\pi\frac{\mu q}{l} z_1 z_2$ wie früher durch L_m, so ergiebt sich:

$$\frac{\overline{i_2^2}\, r_2}{\overline{i_1^2}\, r_1 + \overline{i_2^2}\, r_2} = \frac{1}{1 + \frac{z_2^2\, r_1}{z_1^2\, r_2} + \frac{r_1 r_2}{L_m^2}\frac{T^2}{\pi^2}}.$$

Der Wirkungsgrad hat ein Maximum, wenn der Widerstand des sekundären Kreises so gewählt wird, daß

$$r_2 = \pi \frac{L_{s2}}{T},$$

wo L_{s2} der Koëffizient der Selbstinduktion für die sekundäre Spirale ist.

Die Formel kann auch benützt werden, um das Verhältnis $\frac{\overline{i_2}}{\overline{i_1}}$ der mittleren Stromstärken und der Mittelwerte der effektiven elektromotorischen Kräfte $\frac{\overline{i_2}\, r_2}{\overline{i_1}\, r_1}$, zu berechnen. Man wird dann die Bemerkungen bestätigen, die wir früher hierüber gemacht haben. Im ganzen wird man nicht sehr fehlen, wenn man das Verhältnis der im primären und

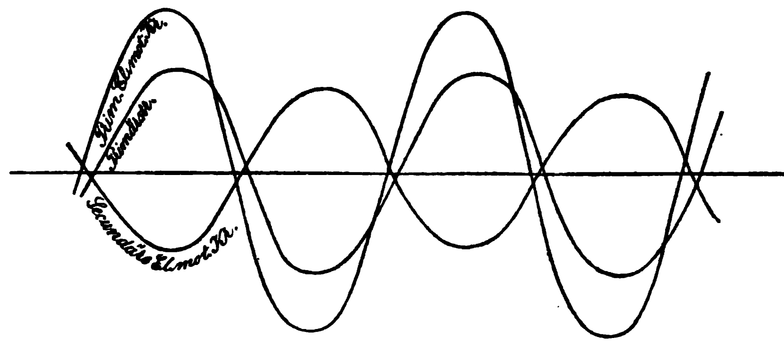


Fig. 517.

im sekundären Kreise ausgeübten elektromotorischen Kräfte gleich dem Verhältnis der Windungszahlen setzt:

$$\frac{\overline{i_2}\, r_2}{\overline{i_1}\, r_1} = \frac{z_2}{z_1}.$$

Außer den im vorhergehenden besprochenen scheinbaren Widerstandsänderungen hat die Selbstinduktion, sowie die wechselseitige Induktion der beiden Kreise noch die andere Wirkung, die Phasen der elektromotorischen Kräfte und der Wechselströme gegeneinander und gegen die Phase der elektromotorischen Kraft zu verschieben; es fallen also die Maxima des primären Stromes nicht zusammen mit den größten Werten der ihn erzeugenden Kraft; die Maxima der in der sekundären Spirale induzierten elektromotorischen Kraft fallen

nicht, wie man vielleicht vermuten würde, auf die Momente, in denen die Stärke des primären Stromes sich am schnellsten ändert. Eine genauere Entwickelung dieser Verhältnisse würde uns indessen zu weit führen. Eine Anschauung davon gewährt Figur 517. Sie bezieht sich auf eine Transformation von 1000 Volt abwärts auf 50 Volt. Die Windungszahl der primären Spirale beträgt 675, die der sekundären 35, die Zahl der Stromwechsel in der Sekunde 135. Endlich war bei dem durch die Figur dargestellten Falle die Stromstärke im sekundären Kreise gleich 10 Ampère. Die Länge der Spiralaxe betrug 31 cm, der Querschnitt 63 qcm.[1]

§ 517. Allgemeines Gesetz der Voltainduktion. Die Betrachtung des Transformators, wie wir sie durch die Ausführungen des § 514 eingeleitet haben, ist nicht bloß von praktischer Bedeutung; es verknüpft sich damit auch ein gewisses theoretisches Interesse, sofern wir von eben jener Betrachtung aus zu einer sehr allgemeinen Fassung für das Gesetz der Voltainduktion kommen. Die elektromotorischen Kräfte der Magnetinduktion haben wir in Zusammenhang gebracht mit den Kraftlinien des magnetischen Feldes; bei der allgemeinen Analogie der Erscheinungen werden wir einen ähnlichen Zusammenhang auch erwarten bei der Voltainduktion. Die Betrachtungen des § 514 sind es, aus denen Übereinstimmung und Unterschied sich ergeben.

Wir haben dort zuerst den Fall einer ringförmig geschlossenen Spirale betrachtet, die von einem einzelnen induzierten Kreise umschlungen war. Wenn das Innere der primären Spirale von einem Medium mit der Permeabilität μ erfüllt war, so hatte die in dem Ringe durch den Schluß des Stromes i induzierte Integralkraft den Wert $\mu \mathfrak{H} q = \mathfrak{B} q$; sie war gleich der Zahl der durch den Querschnitt q des Ringes gehenden Induktionslinien. An diesem Resultat ändert sich nichts, wenn man den ganzen außerhalb der primären Spirale liegenden Raum gleichfalls mit dem Mittel von der Permeabilität μ erfüllt. Denn außerhalb der in sich zurücklaufenden Spirale ist die Kraft $\mathfrak{H}$ allenthalben gleich Null, es giebt in diesem Teil des Raumes überhaupt keine Induktionslinien, die Zahl der durch den induzierten Ring hindurchgehenden bleibt dieselbe wie zuvor. Wenn also die primäre Spirale und der induzierte Ring ganz in ein Medium von der Permeabilität μ eingetaucht sind, so ist die bei Stromschluß in dem Ringe induzierte Integralkraft gleich der mit μ proportionalen Zahl der Induktionslinien, die durch den Ring hindurchgehen. Nach allem, was wir von den Wirkungen der Spiralen gelernt haben, werden wir vermuten, daß derselbe Satz für die Induktion eines einfachen Stromkreises auf einen beliebig gelegenen Ring gilt. Den Beweis für die Richtigkeit der Vermutung können wir in folgender Weise führen. Der Stromkreis A, von dem die Induktion ausgeht, sei durch eine ringförmig gebogene Metall-

[1] Silvanus Thompson, Dynamoelectric Machinery. London 1892. p. 732.

röhre dargestellt. In Figur 518 ist angenommen, daß der Ring durch einen Schnitt nach seiner Figurenaxe in zwei Hälften zerlegt sei. Es ist nur die eine Hälfte in einer geraden Ansicht gezeichnet, so daß sich in A und A' die Schnittkreise des Metallringes projizieren. Um den Strom zuzuleiten, schneiden wir den Ring an einer Stelle quer durch. In dem einen so entstehenden Rand lassen wir den Strom überall gleichmäßig eintreten, in dem anderen überall austreten; der Strom fließt dann durch die Wand der Röhre in lauter parallelen Kreisen. Wir ersetzen nun durch eine Verallgemeinerung des in § 445 eingeschlagenen Verfahrens den gegebenen Strom durch eine mit ihm äquivalente Verteilung kleiner geschlossener Ströme durch den ganzen Raum.

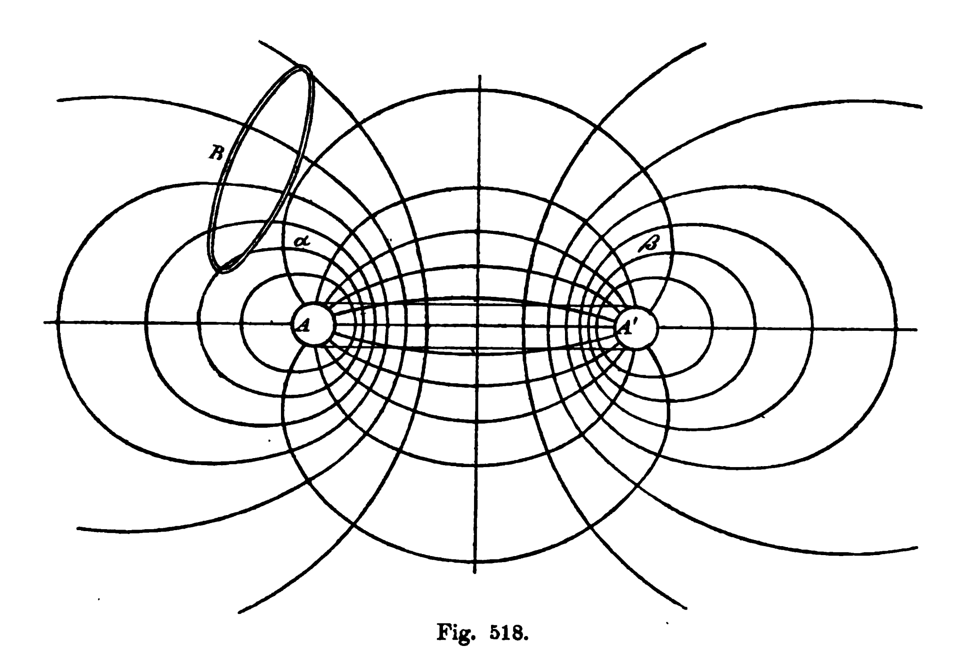


Fig. 518.

Zu diesem Zweck konstruieren wir zuerst das System der von dem Strom erzeugten Kraftlinien, welche dicht an der Oberfläche des Ringes seine Querschnitte konzentrisch umziehen, dann sich nach außen erweitern und schließlich in die Rotationsaxe übergehen. Durch die galvanische Axe des Ringes gehen Flächen, welche die Kraftlinien senkrecht durchschneiden, die Potentialflächen des § 489. Von ihnen sind in Figur 517 nur die in der Ebene der Querschnitte A und A' liegenden Schnittkurven gezeichnet. Irgend eine dieser Flächen teilen wir durch zwei einander senkrecht durchschneidende Linienscharen in lauter kleine Rechtecke ein, und ziehen die durch ihre Eckpunkte gehenden Kraftlinien; die so gebildeten Kraftröhren und die Potentialflächen teilen den ganzen Raum in prismatische Zellen. Wir nehmen an, die Anordnung

sei so getroffen, daß ihre Längsrichtung mit den Kraftlinien, ihre Querschnitte mit den Potentialflächen zusammenfallen. Wir beschränken uns vorläufig auf den Raum, der zwischen zwei aufeinanderfolgenden Potentialflächen eingeschlossen ist, und der wie ein Gewölbe auf dem Stromringe aufsitzt; die Steine, aus welchen das Gewölbe gebaut ist, sind jene pallisadenförmigen Zellen, in die wir den Raum geteilt haben. An seinem Ende ruht das Gewölbe auf einem von zwei parallelen Kreisen begrenzten Streifen des Stromringes; in diesem fließt ein gewisser Teil i_1 des Gesamtstromes; jene Zellen des Gewölbes denken wir uns nun in der Richtung senkrecht zu den Kraftlinien umflossen von Strömen von der Stärke i_1, in demselben Sinne, in dem der Gesamtstrom den Ring durchfließt. Eine Betrachtung, wie wir sie bei der Konstruktion magnetischer Doppelflächen in § 445 angestellt haben, zeigt, daß die Gesamtwirkung der Zellenströme gleich sein muß der Wirkung des Stromes i_1 auf dem Ringe, da alle im Innern des Gewölbes zirkulierenden Ströme sich wechselseitig aufheben. Dieselbe Überlegung wiederholt sich bei einem zweiten, dem ersten aufgelagerten Gewölbe, und wir kommen so zu dem Schlusse, daß die Wirkung des den Ring umfließenden Stromes ersetzt werden kann durch Ströme, welche in der angegebenen Weise alle Zellen des Raumes umfließen. Dabei können wir die ringförmigen Streifen, in welchen die verschiedenen Gewölbe dem Stromringe aufliegen, so wählen, daß die Ströme i_1 bei allen, also auch bei allen Zellen, die gleiche Stärke haben.

Wir haben nun die magnetische Kraft $\mathfrak{H}$ in dem Innern einer bestimmten Zelle α zu bestimmen, wobei wir diese mit dem Normalmedium von der Permeabilität Eins erfüllt denken. Es zeigt sich, daß die Kraft nur von dem die Zelle α selbst umfließenden Strome herrührt, daß alle übrigen Wirkungen verschwinden. Nehmen wir zunächst die Kraftröhre, der α selbst angehört, so können wir die von den übrigen Zellen ausgehenden Kräfte vernachlässigen, wenn die Zellen die Form von sehr dünnen und langen Prismen haben. Die Kraftlinien müßten also enger zusammengerückt werden, als das in der Figur der Deutlichkeit halber geschehen ist. Nehmen wir andererseits eine Zelle β, die irgend einer anderen Kraftröhre angehört. Ihre Länge sei l, ihr Querschnitt q, der sie umziehende Strom i_1. Die Wirkung des Stromes ist zu ersetzen durch einen in dem positiven Ende der Axe liegenden Nordpol von der Stärke $q\frac{i_1}{l}$, einen Südpol von gleicher Stärke in dem negativen Ende. Dazu kommt noch die Wirkung der magnetischen Polarisation im Innern der Zelle. Ist die magnetische Kraft des Stromes gleich $\mathfrak{H}$, die Magnetisierungszahl gleich $\varkappa$, so kann die Polarisation der Zelle ersetzt werden durch die Wirkung zweier Pole von der Stärke $\varkappa\mathfrak{H}q$ in den Enden der Axe. Die Kraft $\mathfrak{H}$ aber ist nach § 446 gleich 4π multipliziert mit der auf die Längeneinheit der Axe kommenden Stromstärke, also $\mathfrak{H} = \frac{4\pi i_1}{l}$; die gesamte magnetische Wirkung der be-

trachteten Zelle ist hiernach die gleiche, wie die zweier in ihren Endflächen liegender Pole von der Stärke:

$$\frac{q i_1}{l} + \varkappa \mathfrak{H} q = \frac{1}{4\pi} \mu \mathfrak{H} q = \frac{1}{4\pi} \mathfrak{B} q.$$

Nun ist aber nach § 449 $\mathfrak{B} q$ für alle Querschnitte einer und derselben Kraftröhre konstant; gleiches gilt von der Stärke jener Pole, die in der gemeinsamen Endfläche zweier benachbarter Zellen liegenden sind also entgegengesetzt gleich, und daher ist die magnetische Wirkung der ganzen geschlossenen in sich zurücklaufenden Kraftröhre gleich Null. Für das Innere der Zelle α bleibt also in der That nur die Wirkung des sie selbst umziehenden Stromes übrig, und die von ihm ausgeübte Kraft ist somit dieselbe, wie die des ursprünglich gegebenen Stromringes A.

Nach dieser Vorbetrachtung kommen wir nun zu dem Ziele unserer Untersuchung, der Bestimmung der Induktion, die beim Schlusse des Stromes i in dem Ringe AA' auf einen irgendwie in dem Felde der Kraftlinien liegenden Kreis B ausgeübt wird. Wir ersetzen dabei wieder den gegebenen Strom durch die unsere Raumzellen umziehenden Ströme i_1. Das Entstehen des Stromes in der Wand der Zelle α und das gleichzeitig im Zellinnern erregte magnetische Moment $\varkappa \mathfrak{H} q l$ wirken im ganzen wie das Entstehen eines kleinen Elektromagnets von der Stärke $i_1 q + \varkappa \mathfrak{H} q l$. Mit Rücksicht auf die zwischen i_1 und $\mathfrak{H}$ bestehende Beziehung kann man hierfür den Ausdruck $\frac{1}{4\pi} \mu \mathfrak{H} q l$ setzen; dabei ist $\mathfrak{H}$ nach dem vorhergehenden identisch mit der von dem Ringe A ausgeübten magnetischen Kraft. Jenen kleinen Magnet kann man sich also entstanden denken durch die Verschiebung des Poles $\frac{1}{4\pi} \mu \mathfrak{H} q$ um die Strecke l. Nun ist $\mu \mathfrak{H}$ gleich der magnetischen Induktion $\mathfrak{B}$; die induzierende Wirkung der ganzen Kraftröhre, zu der die Zelle α gehört, verhält sich demnach so, als ob in jeder ihrer Zellen ein Nordpol von der Stärke $\frac{1}{4\pi} \mathfrak{B} q$ von der einen Endfläche zu der anderen sich verschöbe. Das Produkt $\mathfrak{B} q$ ist aber für alle Querschnitte der Kraftröhre dasselbe; in jeder Zelle bewegt sich demnach ein Pol von derselben Stärke, und das Resultat ist dasselbe, wie wenn ein einziger Pol $\frac{1}{4\pi} \mathfrak{B} q$ die ganze Axe der Kraftröhre bis zum Ausgangspunkte zurück durchlaufen hätte. Wenn die Röhre außerhalb des induzierten Drahtkreises B liegt, so ist der Integralwert der durch die Bewegung induzierten Kraft nach § 488 gleich Null. Wenn aber die Röhre den Ring umschlingt, so ist der Integralwert der Kraft gleich $\mathfrak{B} q$; ebenso ist der einer zweiten umschlingenden Kraftröhre entsprechende Integralwert gleich $\mathfrak{B}' q'$; wir erhalten daher die ganze bei dem Stromschluß in dem Drahtring B induzierte elektromotorische Kraft, wenn wir die Summe $\mathfrak{B} q + \mathfrak{B}' q' + \ldots$ für alle den Ring B umschlingende Kraftröhren bilden. Nun ist aber $\mathfrak{B} q$ die Zahl der im Innern einer Kraftröhre enthaltenen Induktionslinien. Wir erhalten somit den Satz:

Wenn in einem Ringe A ein galvanischer Strom entsteht, so ist der Integralwert der auf einen Ring B ausgeübten elektromotorischen Kraft gleich der Zahl der durch den letzteren gehenden Induktionslinien.

Es ergiebt sich daraus weiter, daß die in einem bestimmten Momente vorhandene elektromotorische Kraft gleich der Geschwindigkeit ist, mit der die Zahl der durch den induzierten Ring gehenden Induktionslinien sich ändert.

In diesen Sätzen erscheint die elektromotorische Kraft als allein abhängig von der magnetischen Induktion $\mathfrak{B}\,q = \mu\,\mathfrak{H}\,q$ in dem die Ringe A und B umgebenden Mittel. Bei dem gegebenen Beweis ist nirgends die Voraussetzung eines konstanten Wertes von μ notwendig. Die Sätze gelten somit, was für ihre praktische Anwendung von Bedeutung ist, auch dann, wenn der Raum mit Körpern von verschieden großer Permeabilität erfüllt ist. Wir fügen hinzu, daß der Satz auch dann gilt, wenn die Induktion durch Bewegung eines Ringes in dem Felde beharrlicher Magnete erzeugt wird.

§ 518. Die Induktion eine Wirkung des Zwischenmediums. An das vorhergehende schließt sich nun noch eine Bemerkung von prinzipieller Natur. Wenn die elektromotorischen Kräfte der Voltainduktion nur abhängen von der Magnetisierung des Zwischenmediums, so liegt es nahe, in dieser ihren wahren Grund zu sehen. Die Voltainduktion erscheint dann als eine vermittelte Wirkung, welche mit dem Entstehen der magnetischen Polarisation ebenso verbunden ist, wie die elektrodynamischen Wirkungen mit ihrem Beharren. Beide Wirkungen sind der magnetischen Permeabilität des Mediums proportional; dabei ist daran zu erinnern, daß die absoluten Werte der Permeabilitäten unbekannt bleiben. Alle unsere Definitionen von Stromstärke, magnetischem Moment, elektromotorischer Kraft u. s. w. beruhen darauf, daß wir in einem Normalmedium, z. B. in der Luft, den Wert der Permeabilität gleich 1 setzen. Beobachtungen über magnetische und elektrodynamische Wechselwirkungen in verschiedenen Medien geben immer nur Aufschluß über das Verhältnis ihrer Permeabilitäten (§ 509).

Daß die Voltainduktion der Permeabilität des Zwischenmediums proportional sein muß, ergiebt sich übrigens auch aus dem Zusammenhang zwischen der elektromotorischen Kraft und der Arbeit, die bei einer Bewegung des primären Stromes gegen den induzierten Leiter infolge der elektrodynamischen Rückwirkung geleistet wird, ein Zusammenhang, der dem für die Magnetinduktion gefundenen durchaus entspricht. Die Magnetinduktion dagegen muß von der Permeabilität des Zwischenmediums unabhängig sein, da dies nach § 408 bei den elektromagnetischen Wirkungen der Fall ist. Ebenso wie dort wirkt die Permeabilität in doppelter Weise, sie verstärkt die Induktion, sie schwächt aber gleichzeitig die induzierenden Magnetpole, und diese Einflüsse kompensieren sich wechselseitig.

III. Kapitel. Anwendungen.

§ 519. Ampères Theorie des Magnetismus. Beziehung zwischen elektrischer und magnetischer Kraft. Die Gleichwertigkeit der Wirkungen von Magneten und galvanischen Spiralen, die wir bei den Erscheinungen des Elektromagnetismus bemerkten, haben wir in der Elektrodynamik durchaus bestätigt gefunden. Es folgt daraus, daß die Fernwirkungen eines kreisförmigen Stromes identisch sind mit denen eines in der Axe des Kreises liegenden Magnets, dessen Moment gleich dem Produkt aus Stromfläche und Stromstärke ist. Diese Erkenntnis ist von Bedeutung, weil sie zeigt, daß die Annahme der magnetischen Fluida entbehrlich ist, daß alle Erscheinungen des Magnetismus als Wirkungen elektrischer Ströme betrachtet werden können. In der Lehre vom Magnetismus haben wir als die letzten Bausteine der Magnete die Elementarmagnete kennen gelernt; wir haben angenommen, daß sie bei der Magnetisierung entstehen infolge einer magnetischen Scheidung im Innern der Moleküle; demgegenüber bietet sich von vornherein die andere Möglichkeit, daß die Elementarmagnete als fertige kleine Magnete ein für allemal im Innern der Körper vorhanden sind. Wenn sie um ihre Mittelpunkte drehbar sind, so nehmen sie im unmagnetischen Zustand der Körper alle möglichen Lagen ein, so daß sie nach außen keine Wirkung üben. Die Magnetisierung beruht auf einer Ablenkung der Magnete aus jenen Ruhelagen, einer Orientierung im Sinne der von außen wirkenden magnetischen Kraft. Diese zweite Vorstellung wird notwendig, weil sie allein mit der Thatsache in Übereinstimmung gebracht werden kann, daß der Elektromagnetismus mit wachsender Stromstärke nicht in gleichem Verhältnis zunimmt, sondern sich allmählich einer Grenze nähert. Nun bleibt aber noch der letzte Schritt, daß wir an Stelle der Elementarmagnete Elementarströme setzen, welche die kleinsten Teilchen der Körper in Ebenen umfließen, die zu den Axen der bisherigen Magnete senkrecht stehen. Im unmagnetischen Zustand können wir uns die Anordnung der Ströme als eine ganz regellose denken. Im magnetischen Felde tritt eine neue Anordnung der Elementarströme ein. In einem solchen folgt die Richtung der magnetischen Polarisation der Richtung der Magnetkraftlinien; die an Stelle der Elementarmagnete gesetzten Elementarströme verhalten sich daher im ganzen wie Wirbel des elektrischen Fluidums — elektrische Wirbel —, deren Axen von den Magnetkraftlinien gebildet werden. Wird das magnetische Feld durch einen galvanischen Strom erzeugt, so sind die Magnetkraftlinien in sich zurücklaufende, den Strom umschlingende Kurven, und gleiches gilt daher von den Axen der elektrischen Wirbel, die von den die Magnetkraftlinien umkreisenden Elementarströmen gebildet werden.

Das Entstehen eines elektrischen Wirbels beim Schluß des galvanischen Stromes wirkt nun nach dem Satz von der Äquivalenz galvanischer Ströme mit Magneten ebenso, wie das Entstehen der magnetischen Polari-

sation längs der Kraftlinie, welche die Wirbelaxe bildet. Von jener Polarisation aber haben wir gesehen, daß sie auf jeden die Kraftlinie umschlingenden Drahtkreis eine elektromotorische Kraft ausübt, eine Kraft, welche in dem ganzen Kreis die positive Elektrizität in dem einen, die negative im entgegengesetzten Sinne herumtreibt. Wir schließen daraus, daß das Entstehen eines elektrischen Wirbels mit der Axe *A* (Fig. 519) elektrische Kraftlinien erzeugt, aber nicht solche, wie sie von irgend einer elektrostatisch geladenen Fläche ausstrahlen und in einer entgegengesetzt geladenen endigen, sondern solche, welche als in sich zurückkehrende, kreisartige Kurven *B* den entstehenden Wirbel und seine Axe *A* umziehen.

Suchen wir das neue, hierdurch gewonnene Bild des elektrischen Feldes noch etwas allgemeiner zu gestalten. Wir nehmen an, es sei im Raume eine gewisse Zahl von Konduktorringen verteilt, die wir teils mit positiver, teils mit negativer Elektrizität geladen haben. Von den positiven Ringen strahlen dann gewöhnliche elektrostatische Kraftlinien hinüber zu den

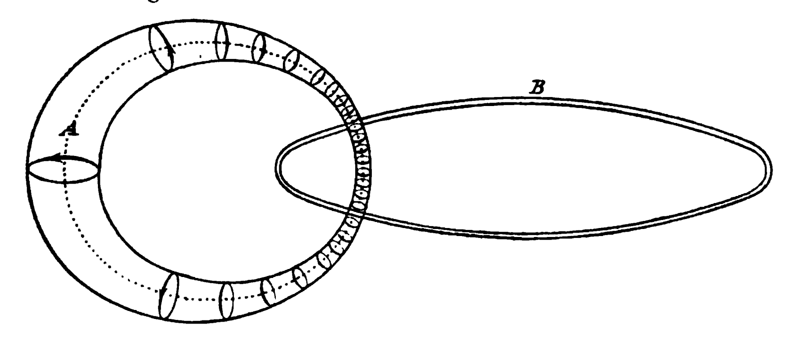


Fig. 519.

negativen; die infolge hiervon in dem Zwischenmedium herrschenden Spannungen und Drucke erzeugen die elektrostatische Wechselwirkung der Ringe. Wir denken uns nun die Ringe in gleichförmige Drehung um ihre Figurenaxen versetzt; jeder stellt dann einen galvanischen Strom vor, und das elektrische Feld ist durchzogen von den die Ringe umschlingenden Magnetkraftlinien. Die zwischen ihnen wirkenden Querdrucke bedingen die elektrodynamische Wechselwirkung der Ringe. Aber jede Magnetkraftlinie bildet nach dem vorhergehenden in einem magnetisierbaren Medium die Axe eines elektrischen Wirbels. Das Entstehen dieser Wirbel beim Beginn der Drehung erzeugt elektrische Kraftlinien von einer zweiten Art, welche die Wirbel kreisförmig umschlingen und gegen sie wieder ähnlich liegen, wie die rotierenden elektrostatischen Kreise. Diese neuen Kraftlinien erzeugen in den sich drehenden Ringen induzierte Ströme, die so lange dauern, bis die Rotationen gleichförmig geworden sind, da dann die elektrischen Kraftlinien zweiter Art verschwinden.

Wir knüpfen an diese Betrachtung noch eine weitere eigentümliche Folgerung. Es seien zwei Eisenringe gegeben, die mit ringförmigen Magnetisierungsspiralen umzogen sind. Wir nehmen an, daß der Strom

in beiden von Null an wenigstens einige Zeit hindurch ganz gleichmäßig ansteige. Die Spiralen stellen dann zwei entstehende elektrische Wirbel vor mit kreisförmigen Axen. Zugleich aber werden die Eisenringe magnetisiert; die Magnetkraftlinien in ihrem Innern sind in sich zurücklaufende Kreise, und ebenso die Linien der magnetischen Induktion 𝔅. Die Eisenringe wirken gleichfalls wie elektrische Wirbel und verstärken die von den Spiralen ausgeübten Kräfte. Solange der Strom wächst, haben wir elektrische Kraftlinien der zweiten Art, welche die Ringe in derselben Weise umgeben, wie die Magnetkraftlinien zwei von galvanischen Strömen durchflossene Kreise. Nun herrschen aber in einem elektrischen Felde Spannungen von derselben Art wie im magnetischen. Wir können somit die in § 508 gemachten Schlüsse auf den jetzigen Fall übertragen und kommen zu dem Satze: Zwei ringförmig in sich geschlossene Spiralen, in denen der Strom gleichmäßig ansteigt, üben Kräfte aufeinander aus von derselben Art, wie zwei von konstanten Strömen durchflossene Kreise; dabei kann das Innere der Spiralen leer oder mit Eisen gefüllt sein, nur würde sich im letzteren Fall eine sehr viel stärkere Wirkung ergeben. Die hierdurch gegebene Beziehung zwischen den elektrischen und magnetischen Wirkungen führt zu dem von Hertz aufgestellten Prinzip von der Einheit der elektrischen und magnetischen Kraft. Wenn wir zu der Vorstellung von den magnetischen Flüssigkeiten zurückkehren, so entspricht das gleichmäßige Anwachsen der Magnetisierung in den Eisenringen einer konstanten magnetischen Strömung des positiven Fluidums in der einen Richtung, des negativen in der entgegengesetzten. Wir können dann sagen: Konstante magnetische Ströme üben auf elektrische Teilchen entgegengesetzte Kräfte aus, wie konstante galvanische Ströme auf magnetische. Zwei konstante magnetische Ströme wirken aufeinander wie zwei galvanische. Der Beobachtung haben sich die hierdurch angedeuteten, sicher sehr schwachen Wirkungen bisher entzogen; Gegenstand der ersteren könnten übrigens nur die Wirkungen magnetischer Wechselströme sein, da konstante magnetische Ströme nicht existieren.

Die Ampèresche Theorie des Magnetismus setzt voraus, daß die Elementarströme beharrlich sind. Nach dem Ohmschen Gesetz aber ist im Innern eines Konduktors ein beharrlicher Strom nicht möglich ohne eine äußere elektromotorische Kraft. Die hieraus sich ergebende Schwierigkeit kann man beseitigen, wenn man von der Vorstellung einer molekularen Konstitution der Körper Gebrauch macht. Man kann auf Grund hiervon annehmen, daß die Zwischenräume zwischen den Molekülen der Bewegung der Elektrizität keinen Widerstand entgegensetzen; es werden dann die Ampèreschen Ströme, welche die Moleküle umkreisen, ihre Bewegung ebenso ohne äußere Kraft behalten, wie der Ring des Saturn infolge der Trägheit um den Planeten rotiert. Man kann aber auch annehmen, daß die Atome, die in den Molekülen um ihren gemeinsamen Schwerpunkt, ähnlich den Körpern eines Planetensystems, kreisen, elektrische Ladungen tragen und konvektive Strömungen erzeugen, an deren Stelle wir unsere

Molekularströme setzen können; auch dann würden die letzteren beharrlich sein. Die galvanische Strömung durch einen Leiter hindurch aber von einem Molekül zum andern muß mit einer Reibung verbunden sein, so daß sie ohne äußere Kraft nicht bestehen kann.

§ 520. Ruhmkorffs Induktor. Der von Ruhmkorff konstruierte Induktionsapparat (Fig. 520) ist ein Transformator mit geradliniger Axe; im übrigen in derselben Weise angeordnet, wie die in § 514 besprochenen Apparate. Zwar ist unter sonst gleichen Verhältnissen die Wirkung bei geradliniger Axe geringer als bei ringförmiger wegen der Rückwirkung des freien Magnetismus, der an den Enden des cylindrischen Eisenkernes auftritt, oder, wie man auch sagen kann, wegen des größeren magnetischen Widerstandes. Auf der anderen Seite bietet aber die von Ruhmkorff gewählte Form für die mechanische Herstellung eine viel größere Bequemlichkeit, und bei großer Windungszahl der sekundären Spirale, großen Dimensionen des ganzen Apparates kann die induzierte elektromotorische Kraft doch auf einen Betrag gebracht werden, der zur Durchbrechung von Luftstrecken hinreicht, die eine Länge von einigen Decimetern besitzen. Die Induktion wird bei dem Apparate durch abwechselndes Schließen und Öffnen des primären Stromes erzeugt. Dies erfolgt entweder selbstthätig durch den sogenannten Neefschen Hammer, der in der Figur in schematischer Weise gezeichnet ist. Es ist dies ein Anker von Eisen, der an einer Messingfeder der einen Endfläche des Eisenkernes gegenüber befestigt ist; wird der primäre Strom geschlossen, so zieht der Eisenkern den Anker an, dadurch wird ein Kontakt gelöst, der Strom unterbrochen. Die zurückschnellende Feder stellt den Kontakt wieder her, es erfolgt abermalige Anziehung u. s. f. Die Feder gerät so in eine regelmäßige Schwingung, infolge deren der Strom in regelmäßiger Periode geschlossen und geöffnet wird. Bei größeren Apparaten wird die Schwingung der den Kontakt schließenden und unterbrechenden Feder durch einen von dem Induktor unabhängigen elektromagnetischen Apparat besorgt, den Foucaultschen Interruptor (Fig. 521). Nach § 514 ist die in einem bestimmten Momente wirkende elektromotorische Kraft der Geschwindigkeit proportional, mit der der primäre Strom ansteigt oder verschwindet. Nun kann man auf den Verlauf des ansteigenden Stromes keinen äußeren Einfluß ausüben, wohl

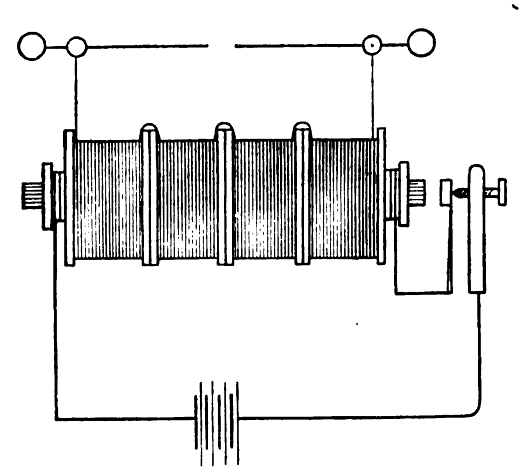


Fig. 520. Induktor mit Neefschem Hammer.

aber auf den des verschwindenden. Der durch den Extrastrom der Öffnung erzeugte Funken bedingt es, daß das Leitungsvermögen zwischen den an der Unterbrechungsstelle sich gegenüberstehenden Konduktoren nicht plötzlich zu Null wird, sondern erst mit dem Funken verschwindet. Daraus ergiebt sich, daß jedes den Öffnungsfunken verkürzende Mittel die elektromotorische Kraft des unterbrochenen Stromes verstärkt. In diesem Sinne wirkt es, wenn man die Unterbrechungsstelle mit absolutem Alkohol bedeckt, wenn man den Elektrizitäten, welche durch die Selbst-

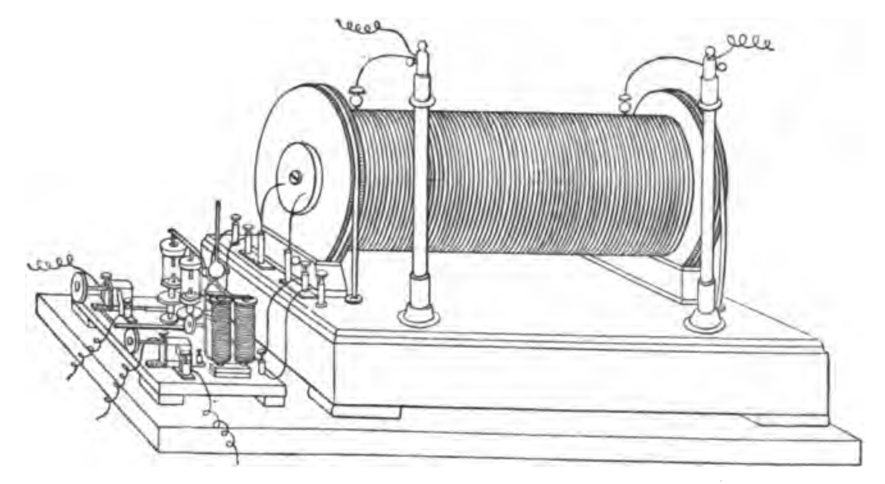


Fig. 521. Induktor mit Interruptor.

induction von beiden Seiten her gegen die Unterbrechungsstelle getrieben werden, einen seitlichen Ausweg nach den Belegen eines großen plattenförmigen Kondensators bietet, der in dem Fuße des Apparates verborgen wird. Vor allem aber gehört zu jenen Mitteln eine besondere Konstruktion des Eisenkernes, deren Prinzip im folgenden Paragraphen entwickelt werden soll.

§ 521. Die Foucaultschen Ströme. Bei Schluß und Öffnung, überhaupt bei Schwankungen eines primären Stromes, werden elektromotorische Kräfte nicht bloß auf eine benachbarte Spirale ausgeübt, sondern auch auf jeden körperlichen Leiter, der sich in der Nähe befindet. Man bezeichnet solche Ströme, deren Richtung gleichfalls durch die allgemeinen Gesetze der Induktion bestimmt wird, als Foucaultsche. Nehmen wir den Fall eines Transformators, so ruft der Schluß des primären Stromes in dem Eisenring kreisförmige Ströme von entgegengesetzter Richtung hervor. Diese werden nicht bloß die Magnetisierung verzögern, sondern im Moment ihres Entstehens auf die sekundäre Spirale in entgegengesetztem Sinne wirken wie der primäre Strom. Bei der Unterbrechung andererseits verzögern die mit dem verschwindenden Strom gleichgerichteten Ströme des Eisenkernes die Entmagnetisierung, sie verzögern in gewissem Sinne das Verschwinden des primären Stromes selbst, da

sie ihn in gleichem Sinne weiter fortsetzen. Es ergiebt sich hieraus, daß die FOUCAULTschen Ströme für die Wirksamkeit eines Induktors überaus nachteilig sind. Man beseitigt sie dadurch, daß man den Eisenkern der Induktoren nicht aus einem massiven Stücke herstellt, sondern aus vielen isolierten Windungen oder Bündeln von Eisen-Band oder -Draht.

§ 522. Entladungserscheinungen in Gasen. Vermöge der großen Spannungen, die man entsprechend der in § 514 ausgeführten Rechnung mit dem RUHMKORFFschen Induktor erreichen kann, ist er ein vorzügliches Hilfsmittel für das Studium der Erscheinungen, welche mit dem Durchgang der Elektrizität durch Gase verbunden sind. Dabei macht sich der Unterschied zwischen der Induktion bei Schließung und bei Öffnung des Primärstromes in sehr auffälliger Weise geltend. Nur bei der Öffnung erreicht die elektromotorische Kraft die zur Erzeugung größerer Funken in freier Luft erforderliche Stärke. Luft von gewisser Verdünnung besitzt nach § 417 die Eigenschaften eines Leiters und gestattet im allgemeinen beiden Strömen den Durchgang. Wenn aber der Druck auf Bruchteile eines Millimeters herabsinkt, so erreicht der Widerstand von neuem eine solche Größe, daß nur die Entladung des Öffnungsstromes zu stande kommt. Mit der elektrischen Entladung in Gasen haben sich sehr zahlreiche experimentelle Untersuchungen beschäftigt, und eine Fülle von Erscheinungen ist durch dieselben zu Tage gefördert, die zum großen Teile ebenso reizend wie rätselvoll sind. Noch fehlt das leitende Band, durch das man die Erscheinungen verknüpfen, in übersichtlicher und verständlicher Weise ordnen könnte. Wir beschränken uns daher auf die Beschreibung einiger besonders wichtiger und typischer Vorgänge, von denen die Entladung in verdünnten Gasen begleitet ist. Man bedient sich dabei der schon in § 251 erwähnten GEISSLERschen Röhren; es sind dies Glasröhren von mannigfacher Form; an den beiden Enden sind Platindrähte eingeschmolzen, die ihrerseits Elektroden tragen, welche aus Aluminiumblech hergestellt sind. Die Röhre wird mit verdünnter Luft oder einem anderen verdünnten Gas gefüllt. Nehmen wir eine solche Röhre von vielleicht 1 cm Weite, 10—20 cm Länge und einem Gasdruck von 1—5 mm. Wenn wir die Elektroden mit dem Induktor verbinden, so bietet die Entladung das folgende Bild (Fig. 522). Von der positiven Elektrode, der Anode,



Fig. 522.

strömt eine breite Lichtmasse aus, meist den ganzen Querschnitt der Röhre erfüllend; dieses Licht ist geschichtet, d. h. es besteht aus einzelnen

leuchtenden Scheiben, welche durch dunkle Zwischenräume von einander getrennt sind. Das positive Licht reicht nie bis zu der negativen Elektrode, der Kathode, hinüber, sondern ist von dieser durch einen dunkeln Zwischenraum getrennt, dessen Ausdehnung von der Verdünnung abhängig ist. Die Kathode ist umgeben von dem sogenannten negativen Glimmlicht; dieses zerfällt in zwei Schichten, eine, welche die Oberfläche der Kathode überzieht, die helle Kathodenschicht, eine zweite, die sich mehr oder weniger von der Kathode entfernt, die Glimmlichtstrahlen; beide sind getrennt durch eine schmale, der Kathodenfläche parallel laufende dunkle Zone, den dunkeln Kathodenraum. Das positive Licht scheint getragen von einer Strömung, es folgt jeder Krümmung der Glasröhre; das negative Licht hat den Charakter einer Strahlung, es wird durch jeden vor die Kathode gebrachten Körper aufgehalten und folgt nicht den Krümmungen des Rohres. Bei abnehmendem Druck weicht das positive Licht zurück, der dunkle Zwischenraum rückt gegen die Anode vor, das negative Glimmlicht dehnt sich aus, die zu Anfang sehr schmale dunkle Zone, welche die Kathode umhüllt, wird nach allen Seiten hin breiter und breiter. Bei sehr hohen Verdünnungen — bis zu einem Druck von weniger als 0,001 mm —, aber nicht in einem vollkommenen Vakuum, kommt noch eine neue, sehr merkwürdige Erscheinung zur Geltung. Das positive Licht ist völlig verschwunden, aus der negativen Elektrode dagegen brechen Strahlen hervor, senkrecht zu ihrer Oberfläche. Diese Strahlen, die Kathodenstrahlen, wurden von Hittorf entdeckt, später, unabhängig von ihm, von Crookes wieder gefunden. Sie verraten sich vor allem dadurch, daß die Oberfläche der Glasröhre in intensivem grünen Fluorescenzlichte leuchtet überall, wo sie von ihnen getroffen wird. Metallbleche, Glimmerscheiben, die in den Weg der Strahlen gebracht werden, fangen die Strahlung auf, sie bilden einen Schattenkegel hinter sich und erleiden von den Strahlen einen

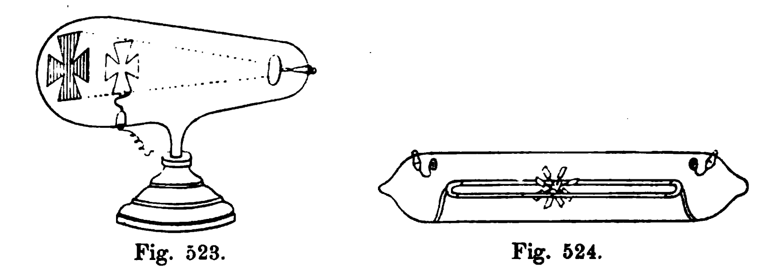


Fig. 523. Fig. 524.

mechanischen Druck. Bringt man nach Crookes in das Innere der Entladungsröhre ein leicht drehbares Rädchen mit Glimmerflügeln, die auf der einen Seite der Axe in den Weg der Strahlen treten, so gerät es in Rotation (Fig. 524). Benutzt man ein solches Rädchen als Kathode, indem man seine Flügel aus Aluminiumscheiben, deren eine Seite mit Glimmer bedeckt ist, herstellt, so wird es durch die Entladung in schnelle

Rotation versetzt (Fig. 525). Die Kathodenstrahlen üben endlich noch sehr energische Wärmewirkungen aus. Stellen wir die negative Elektrode aus einer kugelförmig gekrümmten Aluminiumschale her, so gerät ein in den Mittelpunkt der Kugel gebrachtes Platinblech bei der Entladung in lebhaftes Glühen (Fig. 526).

Durch eine Glas- oder Glimmerplatte vermögen die Kathodenstrahlen nicht durchzudringen, wohl aber durch dünne Metallschichten, wie Blattgold oder Blattsilber; LENARD hat diesen Umstand benutzt, um Kathodenstrahlen in die freie Luft austreten zu lassen.[1] Zu diesem Zweck kittete er auf die Entladungsröhre an dem der Kathode gegenüberliegenden Ende eine Metallplatte, die in ihrer Mitte eine kleine Öffnung *O* besaß; diese wurde verschlossen durch ein Aluminiumblättchen von etwa $\frac{1}{400}$ mm Dicke. Wenn er nun die Entladungen des Induktors durch die Röhre gehen ließ, so daß intensive Kathodenstrahlen sich entwickelten und auf das Diaphragma trafen, so sah er in der Luft vor der Öffnung *O* ein bläuliches Licht nach allen Seiten hin bis auf eine Entfernung von vielleicht 5 cm sich ausbreiten. Die Kathodenstrahlen gehen also durch das Aluminiumblättchen so hindurch, daß jeder Punkt des letzteren als eine Quelle von Kathodenstrahlen erscheint, die von ihm geradlinig nach allen Seiten hin sich verbreiten. Aber die Strahlen erleiden in der Luft selbst wieder eine diffuse Zerstreuung; denn stellt man vor der Öffnung *O* in der Luft einen Metallschirm mit einer feinen Durchbohrung auf, so sieht man hinter dieser höchstens auf Millimeterlänge einen Strahl; weiterhin breitet sich das Licht einer Rauchwolke ähnlich nach den Seiten aus. Die Luft verhält sich den Kathodenstrahlen gegenüber wie ein trübes Medium. Mit Bezug auf ihre Durchlässigkeit für Kathodenstrahlen verhalten sich verschiedene Stoffe verschieden, aber die Unterschiede sind bei weitem nicht so groß, wie den Lichtstrahlen gegenüber; überraschend ist vor allem, daß Aluminium- und Eisenblech, sowie Stanniol für Kathodenstrahlen noch bei Dicken von etwa $\frac{1}{50}$ mm durchlässig sind, während Gold- oder Silberblätter, die im Lichte durchscheinend sind, eine Dicke von etwa nur $\frac{1}{10000}$ mm besitzen. Gase sind um so durchlässiger, je verdünnter sie sind; zugleich nimmt die erwähnte diffuse Zerstreuung der

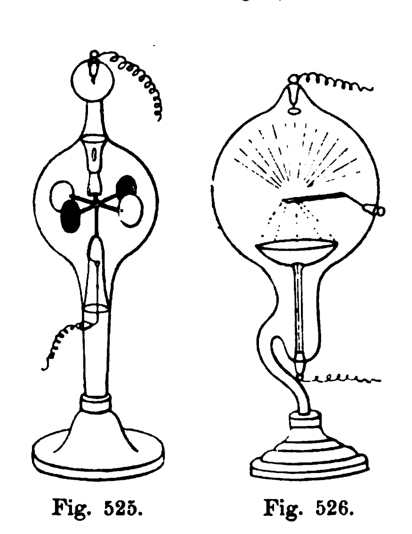


Fig. 525. Fig. 526.

[1] LENARD, Über Kathodenstrahlen in Gasen von atmosphärischem Druck und im äußersten Vakuum. WIED. Ann. 1894. Bd. 51. p. 225.

Strahlen mit der fortschreitenden Verdünnnng ab. Die in Luft austretenden Kathodenstrahlen haben, ebenso wie in den Entladungsröhren selbst, die Eigenschaft, Fluoreszenz zu erregen; sie sind photographisch wirksam; beide Eigenschaften können benützt werden, um die Durchlässigkeit der Stoffe zu untersuchen. Für die Frage nach der Natur der Kathodenstrahlen ist die Thatsache von großer Bedeutung, daß sie auch in ein Vakuum mit einem Druck von ca. 0,00001 mm Quecksilber auszutreten vermögen, welches der elektrischen Entladung absolut keinen Durchgang mehr gestattet, in dem also Kathodenstrahlen nicht mehr entstehen können; immer verhalten sich dabei die Punkte des Aluminiumblättchens als Quellen von Strahlen, die geradlinig nach allen Seiten sich verbreiten. Eine Mitführung von Gasteilchen aus der Entladungsröhre heraus und eine dadurch bedingte Verschlechterung des Vakuums konnte nicht beobachtet werden. Die in das Vakuum austretenden Strahlen besitzen eine ganz besondere Intensität und Schärfe. Es wird dadurch bewiesen, daß die Kathodenstrahlen nicht an die Gegenwart ponderabler Materie gebunden, daß sie vielmehr Vorgänge im reinen Äther sind, und dann wird es das natürlichste sein, an eine Wellenbewegung in diesem zu denken.

Sehr merkwürdige Erscheinungen ergeben sich, wenn die Entladung im magnetischen Felde vor sich geht. Die positive Entladung verhält sich im allgemeinen so, wie ein biegsamer und dehnbarer, die beiden Elektroden verbindender Leiter. Liegen die Elektroden auf einer und derselben Kraftlinie, so folgt der Bogen des positiven Lichtes dieser Linie, da dann die elektromagnetischen Kräfte verschwinden (§ 444). Wird die Entladung durch die magnetischen Kräfte gegen die Glaswand getrieben, so folgt sie dort einer sogenannten epibolischen Kurve, welche die Punkte verbindet, in denen die Glaswand von den Magnetkraftlinien berührt wird. Geht ein Bogen positiven Lichtes von einer Elektrode zu der anderen hinüber, während die Kraftlinien der Verbindungslinie der Elektroden parallel sind, so erfahren die Enden des Bogens entgegengesetzte rotatorische Antriebe; der Bogen zerreißt und an den Elektroden bildet das Licht mehr oder weniger ausgebildete Sehraubenlinien.

Die Unabhängigkeit des negativen Glimmlichtes und der Kathodenstrahlung von der positiven Elektrode macht sich auch bei der Einwirkung des Magnetfeldes geltend. Benützt man als Kathode einen einfachen blanken Metalldraht, so zieht sich das von ihm ausgehende Glimmlicht in eine Fläche zusammen, welche von den durch den Draht gehenden Kraftlinien gebildet wird; von jedem Punkte des Drahtes aus folgt ein Glimmlichtstrahl der entsprechenden magnetischen Kurve, in ihrer Gesamtheit bilden die Strahlen jene „magnetische Fläche“.[1] Umgiebt man den Draht mit einer Glasröhre, so verhält sich das aus der

[1] Plückers gesammelte physikalische Abhandlungen. Leipzig 1896. p. 484.

Mündung der Röhre austretende Glimmlicht wie ein Strahl negativ elektrischer, mit träger Masse verbundener Teilchen, der mit einer gewissen Geschwindigkeit von der Kathode ausgestoßen wird. Liegt die Anfangsrichtung des Strahles in der Richtung einer Magnetkraftlinie, so folgt er dieser. Stehen die Kraftlinien gegen die ursprüngliche Richtung senkrecht, so biegt sich der Strahl zu einem senkrecht gegen die Kraftlinien stehenden Kreise. Stehen die Kraftlinien geneigt gegen die Richtung der Kathode, so windet sich der Strahl des negativen Lichtes wie eine Schraube um die Kraftlinien herum.

Ein damit im ganzen übereinstimmendes Verhalten zeigen die Kathodenstrahlen den magnetischen Kräften gegenüber. Daß aber bei ihnen die Analogie mit dem Verhalten eines Strahles bewegter negativ elektrischer Teilchen nur eine äußerliche ist, ergiebt sich aus dem Umstande, daß der Magnet auf die in einem Vakuum sich ausbreitenden Strahlen ebenso wirkt, wie in Luft. Das Medium, in dem die Strahlen sich bewegen, ist für die Wirkung des Magnetismus ohne Bedeutung; wohl aber werden die magnetischen Eigenschaften der Strahlen beeinflußt durch die Art ihrer Entstehung. Strahlen, die bei geringerer Verdünnung erzeugt sind, werden durch den Magnet stärker abgelenkt als solche, die bei größerer Verdünnung entstanden. Man sieht also, daß Kathodenstrahlen von verschiedener Qualität existieren und daß sie durch ihre verschiedene Empfindlichkeit den magnetischen Kräften gegenüber von einander getrennt werden können. Bemerkenswert ist, daß Strahlen, die in einem mehr oder weniger verdünnten Raume erzeugt wurden, auch noch in anderer Beziehung sich unterscheiden. Die bei größerer Dichte erzeugten werden in Luft stärker zerstreut, als die in einem höheren Vakuum entstandenen.

Wenn Kathodenstrahlen nichts anderes sind, als eine Wellenbewegung des Äthers, so muß ihre Ablenkung durch den Magnet eine sekundäre Wirkung sein. Die magnetischen Kraftlinien müssen unmittelbar auf den Äther wirken und seine Eigenschaften in einem solchen Sinne ändern, daß die beobachtete Krümmung der Strahlen eintritt. Diese Auffassung wird bestätigt durch die Beobachtung von Hertz, daß die Kathodenstrahlen ihrerseits elektromagnetische Wirkungen nicht ausüben.

Mit den Kathodenstrahlen hängt aufs innigste eine neue Art von Strahlen zusammen, die von Röntgen entdeckt worden ist. Die Röntgenschen Strahlen gehen von den im hellsten Fluorescenzlicht glänzenden Teilen einer hochevakuierten Röhre in gerader Linie aus. Sie erregen wie die Kathodenstrahlen Fluorescenz, sind wie diese photographisch wirksam. Sie gehen durch Holz, Glas, die Weichteile des menschlichen Körpers verhältnismäßig leicht hindurch; weniger durch dichtere Körper, durch die Knochen, durch Metalle. Darauf beruht die Möglichkeit, Schattenbilder der menschlichen Hand auf einem fluorescierenden Schirme oder auf photographischem Wege zu erzeugen, bei denen die Weichteile nur zart angedeutet sind, die Knochen dunkler

sich abheben, und bei denen über dem Knöchelchen des Ringfingers vollkommen schwarz der Schatten des Ringes schwebt.

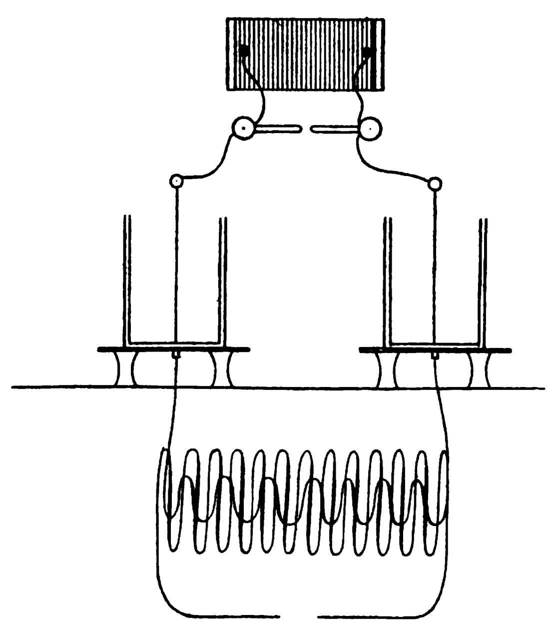
Die RÖNTGENschen Strahlen werden durch den Magnet nicht abgelenkt; sie erscheinen so als das äußerste Glied in einer Reihe von Strahlen, die den magnetischen Kräften gegenüber eine immer geringere Empfindlichkeit besitzen.

Die RÖNTGENschen Strahlen werden nicht merklich gebrochen; das erinnert an eine Bemerkung, die wir in § 301 über die Brechung sehr kurzer Lichtwellen gemacht haben. Wenn man das dort betrachtete Zwischenmedium mit dem Lichtäther selbst identifiziert, so kommt man zu dem Schluß, daß Lichtwellen bei ihrem Eindringen in ponderable Körper nicht gebrochen, oder in anomaler Weise gebrochen werden, sobald ihre Oscillationsdauer sehr klein wird gegenüber der Periode, die den elektrischen Schwingungen im Innern der ponderablen Moleküle eigentümlich ist. In der That hat WINKELMANN eine schwache anomale Brechung der Röntgenstrahlen durch Metallprismen beobachtet, d. h. eine solche, deren Brechungsverhältnis kleiner als 1 ist.

§ 523. Versuche von TESLA. Wir haben in § 514 das Gesetz für die elektromotorische Kraft aufgestellt, welche in einem bestimmten Augenblicke von der primären Rolle eines Transformators auf die sekundäre ausgeübt wird; sie ist danach der Änderungsgeschwindigkeit des Stromes in der primären Spirale proportional. Je kleiner also bei einem Wechselstrom die Dauer der Oscillationen ist, eine um so größere Kraft übt er auf die sekundäre Spirale aus. Nun stellen nach § 409 die oscillierenden Entladungen von Leidener Flaschen Wechselströme dar, deren Oscillationsdauern nach Milliontel Sekunden zählen; man kann erwarten, daß sie in der sekundären Rolle eines Transformators sehr große elektromotorische Kräfte, Ströme von hoher Spannung induzieren. Dabei wird die Oscillationsdauer dieser Ströme, ebenso wie bei den sie erzeugenden Schwingungen, nur Milliontel Sekunden betragen. In dieser Bemerkung liegt das Prinzip für eine sinnreiche Anordnung, mit deren Hilfe TESLA eine Reihe überraschender und schöner Erscheinungen dargestellt hat.

Die Pole eines RUHMKORFFschen Induktors (Fig. 527) werden mit zwei einen Auslader bildenden Zinkstäben verbunden; zwischen ihnen tritt eine „primäre“ Funkenstrecke auf, sobald der Induktor in Gang gebracht wird. Die Stäbe sind außerdem mit den inneren Belegen von zwei größeren, isoliert aufgestellten Leidener Flaschen verbunden; von den äußeren Belegen führen Drähte nach den Enden der primären Rolle eines in Öl versenkten Transformators. Die Enden der sekundären Rolle werden in freier Luft von isolierenden Stützen gehalten, wir bezeichnen sie als die Pole des Transformators. Die primäre Spule des letzteren hat nur wenige Windungen dicken Drahtes, die sekundäre eine größere Zahl von Windungen eines dünneren Drahtes, die durch eine Hartgummiröhre von der Primärspule getrennt sind; das Innere der Primärspule enthält kein Eisen. Jede Unterbrechung des Stromes in der

primären Spule des Ruhmkorffschen Induktors erzeugt zuerst eine Ladung der Leidener Flaschen und dann eine oscillierende Entladung zwischen ihren inneren Belegen; dieser entspricht ein zwischen den äußeren Belegen durch die primäre Spule hin- und hergehender Wechselstrom; dieser endlich induziert in der sekundären Spule des Transformators eine sehr schnelle elektrische Schwingung mit ungemein hoher Spannung. Von den mannigfachen Beobachtungen, welche sich an diese Versuchsanordnung knüpfen, heben wir die folgenden hervor.


Fig. 527. Tesla-Ströme.

Wenn sich die Pole des Transformators einfach frei in der Luft befinden, so strahlen von ihnen elektrische Büschel aus, sobald die primäre Funkenstrecke in Thätigkeit tritt; wenn die Pole gegen eine Glasplatte gehalten werden, so erscheinen auf dieser leuchtende Lichtenbergsche Figuren; verbindet man die Pole mit zwei konzentrischen, durch einen Zwischenraum von ein paar Centimetern getrennten Drahtkreisen, so bilden die Entladungen zwischen diesen ein prächtig leuchtendes, zusammenhängendes Band. Ein in der Nähe der Pole aufgestelltes Elektroskop wird in Luft positiv, in anderen Gasen negativ geladen. Leitet man den einen Pol zur Erde ab, während man den anderen mit einer kleinen isolierten Kugel verbindet, so erhält man ein elektrisches Feld, in dem Glühlampen, Geisslersche Röhren noch in ziemlicher Entfernung von dem Pole lebhaft leuchten. Berührt man die eine Kugel mit der Hand, so leuchtet eine in der anderen Hand gehaltene, von der Kugel abgewendete Geisslersche Röhre lebhaft auf, und man kann so die Wirkung durch eine ganze Kette von Personen übertragen. Besonders intensiv werden die Erscheinungen in dem Felde zwischen zwei Blechschirmen, die, ohne vom Boden isoliert zu sein, mit den Polen des Transformators verbunden werden.[1]

[1] F. Himstedt, Über Versuche mit Tesla-Strömen. Wied. Ann. 1894. Bd. 52. p. 473.

ACHTES BUCH.

DYNAMOELEKTRISCHE MASCHINEN.

I. Kapitel. Die stromerzeugenden Maschinen.

§ 524. Allgemeine Prinzipien der Konstruktion. Wechselstrom und Gleichstrom. Die Kräfte der Magnet- und der Voltainduktion liefern uns neue Mittel zur Erzeugung galvanischer Ströme. Bei ihrer praktischen Verwertung kommen zwei verschiedene Aufgaben in Betracht. Entweder Transformation von gegebenen oder primäre Erzeugung von neuen Strömen. Dem ersten Zwecke dienen die Transformatoren, deren Theorie wir in § 514 entwickelt haben. Für die Lösung der zweiten Aufgabe kommen nur die Kräfte der Magnetinduktion in Betracht, und zwar die durch Bewegung erzeugten; denn Induktion durch entstehenden und verschwindenden Magnetismus setzt ja schon einen primären galvanischen Strom voraus, sie führt zurück zum Transformator.

Jede magnetelektrische Maschine, d. h. jede Maschine, welche durch Magnetinduktion primären Strom erzeugt, besteht daher im wesentlichen aus zwei Teilen, aus dem sogenannten Feldmagnet und aus einer Spirale. Dem Magnet wird man große Dimensionen geben, um ein starkes magnetisches Feld zu erzeugen; man wird ihn daher fest aufstellen, die Spirale bewegen. Nun wissen wir, daß jede Verschiebung einer Spirale von einer Stellung A nach einer Stellung B einen bestimmten Integralstrom erzeugt, einerlei wie sie erfolgt. Je öfter wir also die Bewegung in 1 Sekunde wiederholen, um so größer ist die gesamte Menge der in Strömung versetzten Elektrizität. Die einzige Bewegung, die man mit hinreichender Schnelligkeit ausführen kann, ist die Rotation. Die Konstruktion der Maschine wird also darauf hinauslaufen, daß wir eine Spirale gegen den Pol eines Stabmagnets rotieren lassen. Wie immer diese Rotation beschaffen sein mag, immer werden wir zwei Stellungen der Spirale, beziehungsweise eines einfachen, sie vertretenden Kreisringes finden können, in welchen eine Maximalzahl von Kraftlinien durch die Windungen der Spirale oder durch jenen Kreis hindurchgeht. Nennen wir die eine dieser Stellungen A, die andere B. In Figur 528 sind die Stellungen A und B für den Fall eines homogenen Magnetfeldes gezeichnet. Dabei ist angenommen, daß die Rotationsaxe der Spirale zu

den Kraftlinien, ihre Figurenaxe zu der Rotationsaxe senkrecht stehe. Man wird aber auch in komplizierteren Fällen die Stellungen *A* und *B* auffinden können; z. B. wenn die Figurenaxe der Spirale, wie in Figur 529, der Rotationsaxe parallel ist und die Spirale bei der Drehung von der Nordpolfläche eines Elektromagnets zu seiner Südpolfläche verschoben wird, und umgekehrt. Der Einfachheit halber halten wir uns an das Beispiel von Figur 528. Wenn die Spirale von *A* aus rotiert, so nimmt die Zahl der Kraftlinien ab bis zu einer Stelle *C*, in der die Kraftlinien den Windungsflächen parallel sind, also überhaupt nicht durch die Spirale hindurchgehen. Drehen wir weiter, so nimmt die Zahl der Kraftlinien zu, aber sie treten nun von der anderen Seite her in die Windungsflächen ein, und daher ist nach § 477 die Richtung der elektromotorischen Kraft und des induzierten Stromes dieselbe wie vorher, bis die Spirale die Stelle *B* erreicht. Von da an aber nimmt die Zahl der Kraftlinien ab, während ihre Eintrittsrichtung die gleiche bleibt. Die Richtung der elektromotorischen Kraft und des Stromes kehrt sich um. Die Spirale kommt bei der weiteren Drehung nach einer Stelle *D*, in der die Zahl der durch sie gehenden Kraftlinien wieder Null ist; von da bis zu der Ausgangsstelle *A* wächst die Zahl der Kraftlinien wieder, aber gleichzeitig hat ihre Eintrittsrichtung gewechselt, so daß elektromotorische Kraft und Strom während der Drehung von *D* nach *A* dieselbe Richtung haben, wie während der von *B* nach *D*. Sobald aber die Spirale die Stelle *A* überschreitet, tritt wieder Abnahme der Kraftlinienzahl, Umkehr der Stromrichtung ein. Es ergiebt sich aus dieser Betrachtung der wichtige Satz: Alle magnetelektrischen Maschinen erzeugen in den rotierenden Spiralen Wechselstrom. Bei jeder Umdrehung wechselt die Stromrichtung zweimal, die Zeit zwischen zwei Wechseln ist, symmetrische Verhältnisse vorausgesetzt, gleich der halben Umlaufszeit. An den Stellen *A* und *B* steht bei jeder symmetrisch gebauten Maschine die durch den Mittelpunkt des Kreises gehende Kraftlinie senkrecht zu den Windungsflächen der Spirale. Hier hat, dem Begriff des Maximums entsprechend, eine kleine Drehung keine Änderung in der Zahl der durch die Spirale gehenden Kraftlinien zur Folge; die elektromotorische Kraft ist in *A* und *B* gleich Null; man bezeichnet diese Punkte als die neutralen; eine sie verbindende, zu den Kraft-

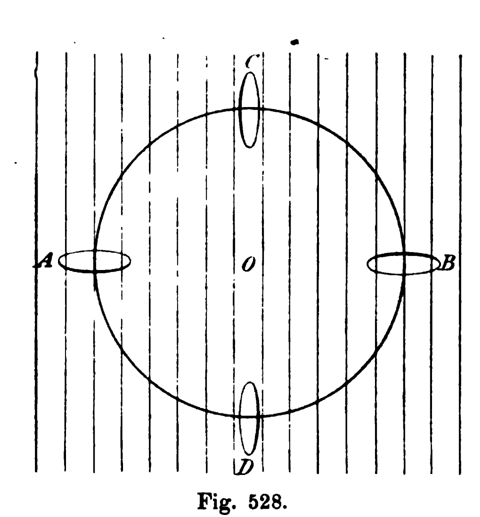


Fig. 528.

linien senkrecht stehende Fläche als die **neutrale Zone**; Stromwechsel findet statt, so oft die Spirale durch die neutrale Zone geht. Den in einer rotierenden Spirale erzeugten Wechselstrom kann man weiterführen, wenn man ihre Enden mit zwei metallenen Ringen verbindet, die isoliert auf der Drehungsaxe befestigt sind; gegen diese schleifen zwei Federn, die mit Klemmen zum Anschluß der weiteren Leitung verbunden sind.

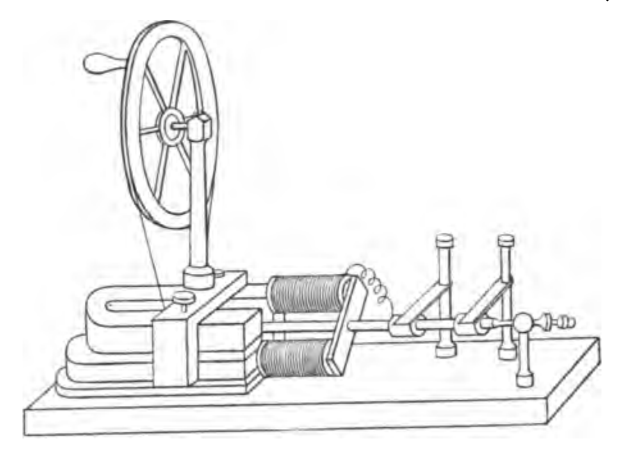


Fig. 529. Wechselstrommaschine.

Figur 529 stellt eine kleine Wechselstrommaschine dar mit Hufeisenmagnet und zwei rotierenden Spiralen. Figur 530 giebt das Schema einer vielpoligen Maschine, sowie die Anordnung der Ringe und Schleiffedern des sogenannten **Kollektors**. Beide Maschinen benützen das oben in zweiter Stelle erwähnte Prinzip der Verschiebung zwischen abwechselnden Nord- und Südpolen.

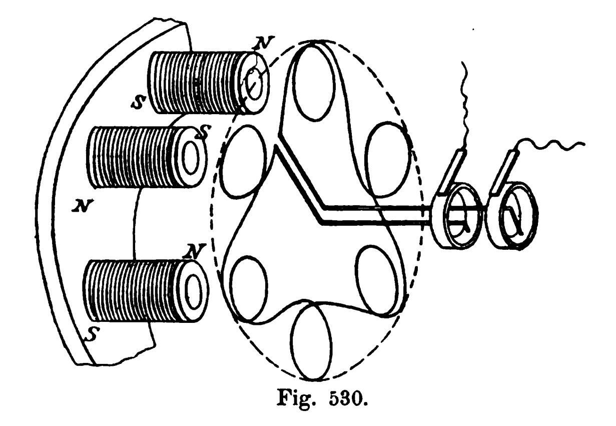


Fig. 530.

Soll eine magnetelektrische Maschine in der äußeren Leitung Gleichstrom erzeugen, so ist dies durch eine andere Art der Stromabnahme zu erreichen, die wir in dem nächsten Paragraphen beschreiben werden. Bei einer Gleichstrommaschine kann man den Strom zu einer Verstärkung der Feldmagnete benützen, indem man sie mit galvanischen Spiralen umgiebt, die in richtiger Weise von dem erzeugten Strome durchflossen werden. Die Erfahrung hat gezeigt, daß man bei einer solchen Konstruktion die permanenten Magnete durch Elektromagnete ersetzen kann, deren Windungen in den Kreis des von der Maschine selbst erzeugten Stromes eingeschaltet werden. Bei jedem Elektromagnet behält das Eisen einen gewissen permanenten Magnetismus; dieser genügt, um in der rotierenden Spirale einen Strom zu induzieren, der zunächst zwar

schwach ist, der aber doch den erregenden Magnet verstärkt, indem er die Windungen seiner Spirale durchläuft; dadurch wird rückwärts der induzierte Strom verstärkt, und so wachsen Strom und Magnetismus zusammen zu der Höhe, welche dem Maximum des im Eisen zu erregenden Magnetismus entspricht. Das hiermit gegebene Prinzip der Konstruktion selbsterregender elektrodynamischer Maschinen wurde von Werner Siemens im Jahre 1867 entdeckt und als dynamoelektrisches Prinzip in die Technik eingeführt.

Auf Wechselstrommaschinen findet das dynamoelektrische Prinzip natürlich keine Anwendung; bei ihnen werden die Feldmagnete durch besondere Hilfsmaschinen erregt.

§ 525. Die dynamoelektrische Maschine von Gramme. Keine Maschine zeigt eine so einfache und übersichtliche Anordnung der Konstruktionsteile wie die von Gramme (Fig. 531), und wir knüpfen daher die weitere Betrachtung an diese Maschine an. Das Magnetfeld wird erzeugt durch ein Hufeisen, zwischen dessen mit cylindrischen Vertiefungen versehenen Polschuhen N und S die induzierte Spirale rotiert; die Drehungsaxe steht in der Mitte des Feldes senkrecht zu den Schenkeln des Hufeisens und senkrecht zu den Kraftlinien. Die Ebene der Windungen ist der Drehungsaxe parallel. Das Feld zwischen den Polen ist zunächst ein nahezu homogenes, die neutrale Zone fällt mit der Symmetrieebene des Hufeisens zusammen, sie geht durch die Drehungsaxe senkrecht zu den Kraftlinien hindurch. Die neutralen Punkte seien A und B; die zwischen ihnen liegenden C und D, in denen keine Kraftlinien durch die Spirale gehen, sind die den Polen des Feldmagnets nächsten. Die einer halben Umdrehung von A nach B entsprechende elektromotorische Integralkraft ist nach § 481 gleich der doppelten Zahl der Kraftlinien, die in den neutralen Punkten durch die Spirale gehen. Sie wird verstärkt, wenn man die Kraftlinien in den Stellen A und B konzentriert. Dies geschieht durch den Pacinottischen Ring, einen Eisenring, dessen Rotationsaxe mit der Drehungsaxe der Spirale zusammenfällt, und um den diese selbst gewickelt ist. Infolge der hohen Permeabilität des Eisens wird nun der Raum im Innern des Rings von Kraftlinien beinahe ganz frei, die meisten gehen, ähnlich wie dies in Figur 374 bei der Hohlkugel der Fall war, durch die Eisenmasse des Ringes. Drehen wir den Pacinottischen Ring samt der ihn umziehenden Spirale, so erhalten wir eine der Permeabilität des Eisens entsprechende Vermehrung der Zahl der durchschnittenen Kraftlinien und der elektromotorischen Wirkung. Ein weiteres Mittel ihrer Verstärkung liegt in der Anwendung einer größeren Zahl von Spiralen, welche dann, alle auf denselben Pacinottischen Ring gewickelt, mit diesem in Rotation versetzt werden. Nehmen wir an, es seien, wie in der Figur 531, auf die Peripherie des Ringes 12 Spiralen verteilt; bei der Umdrehung in der Richtung des gezeichneten Pfeiles ist die Stromrichtung in allen Spiralen, die sich zur Zeit rechts von der neutralen Zone AB befinden, die gleiche, aber entgegengesetzt, wie in

den links von AB liegenden. Sowohl in der rechten, wie in der linken Hälfte des Ringes wird in jeder einzelnen Spirale die positive Elektrizität in der Richtung von B nach A, die negative umgekehrt getrieben. Wenn wir immer das Ende einer Spirale mit dem Anfang der nächstfolgenden verbinden, so daß ein in sich geschlossener Kranz entsteht, so ist die

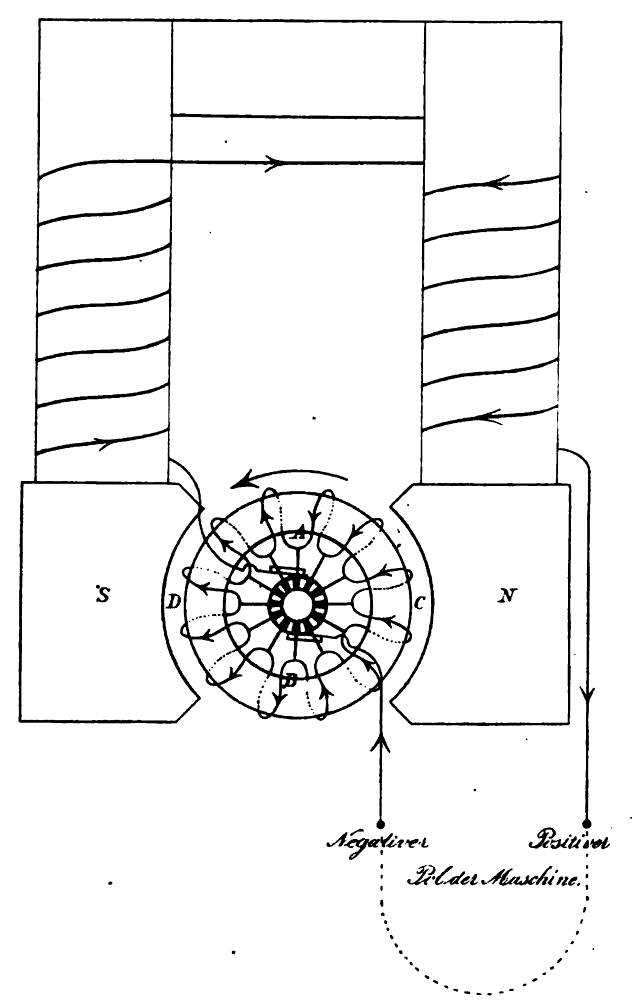


Fig. 531. GRAMMES Maschine.

elektromotorische Kraft in seiner rechten wie in seiner linken Hälfte im Sinne von A nach B gerichtet; ein Strom kann in dem Spiralenkranze ebensowenig entstehen, wie in einem Leiterkreis, in den zwei gleiche galvanische Elemente mit entgegengesetzt gerichteten Polen eingeschaltet sind (Fig. 532). Wenn wir aber die Verbindungsstellen benachbarter Spiralen in dem Momente, in dem sie in A und B die neu-

trale Zone passieren, mit den Enden eines Leitungsdrahtes berühren, so fließt in diesem die positive Elektrizität von A nach B, ebenso wie zwischen den Polen zweier parallel geschalteter galvanischer Elemente. Eine solche Abnahme des Stromes von dem rotierenden Spiralenkranze wird ermöglicht durch einen letzten Teil der Maschine, den Kollektor. Dieser besteht aus einem mit der Drehungsaxe der Maschine verbundenen Cylinder aus isolierendem Materiale, in dessen Mantel Kupferstäbe eingelassen sind, deren Zahl gleich der Zahl der Spiralen des Pacinottischen Ringes ist. Ende und Anfang je zweier aufeinanderfolgender Spiralen sind mit einem der Stäbe verbunden, so daß durch diese alle Spiralen zu einem geschlossenen Kreise verbunden sind.

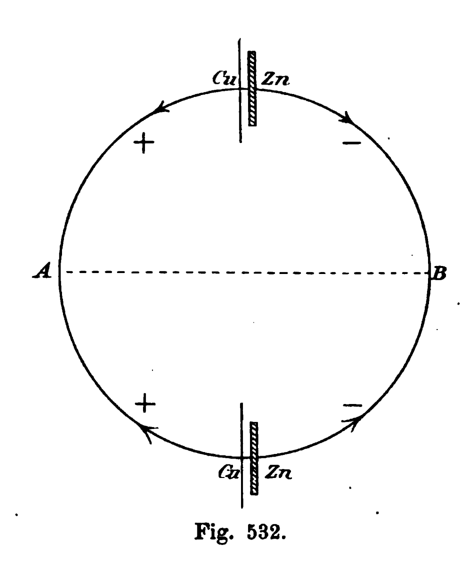


Fig. 532.

Auf dem Cylinder sind die Stellen A und B zu bestimmen, in denen er von der neutralen Zone durchschnitten wird; hier werden Metallfedern oder Bürsten angelegt, welche auf dem Cylinder schleifen und den Strom aus den an ihnen vorbeigleitenden Kupferstäben entnehmen. Dabei kommt in Betracht, daß die neutrale Zone durch den in dem Pacinottischen Ringe vom Strom erregten Magnetismus und durch seine Rückwirkung auf die Feldmagnete aus ihrer symmetrischen Lage mehr oder weniger herausgedreht wird; man sieht dies in Figur 533, welche den Verlauf der Kraftlinien bei einer im Gange befindlichen Maschine zeigt.

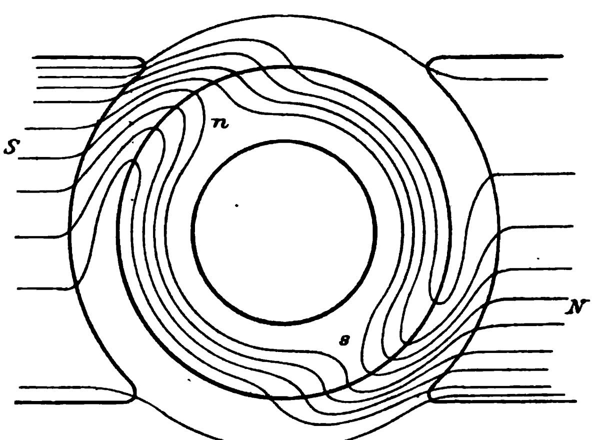


Fig. 533. Magnetfeld der erregten Grammeschen Maschine.

Wir haben damit die für die Konstruktion der Maschine wesentlichen Teile kennen gelernt: 1. den Feldmagnet mit den seine Schenkel

umgebenden Drahtwindungen, 2. den rotierenden Anker, den Pacinottischen Ring mit den ihn umziehenden Spiralen, der sogenannten Armatur, und 3. den Kollektor. Sobald wir den Anker in Umdrehung versetzen, was bei einigermaßen größeren Maschinen mit Hilfe eines Gasmotors oder einer Dampfmaschine geschieht, können wir den Kollektorbürsten A und B Gleichstrom entnehmen, den wir ebenso benützen können, wie den Strom einer galvanischen Batterie; aber alle Mühe der Zusammensetzung, alle Schwierigkeiten, die durch die Entwickelung von Säuredämpfen entstehen, fallen weg, und bei der vollkommenen Freiheit, mit der wir über die Verhältnisse der Maschine disponieren, sind wir im stande, Ströme von einer Mächtigkeit zu erzeugen, die man mit Bunsenschen oder Groveschen Elementen nie erreicht hätte.

§ 526. Hauptschluß, Nebenschluß und Compound-Maschine. Eine gewisse Verschiedenheit in der Konstruktion der Maschine wird noch bedingt durch die Art, wie die Wickelungen der Schenkel des Hufeisens in den Kreis des erzeugten Stromes eingeschaltet werden. 1. Die beiden Kontaktbürsten A und B werden, wie in Figur 531, miteinander durch eine einzige Leitung verbunden, in die auch die Schenkelwickelungen eingeschaltet sind: Hauptschlußmaschine. 2. Die Bürsten A und B sind durch zwei Zweigleitungen verbunden, deren eine durch die Schenkelwickelung gebildet wird, während die andere, die äußere Leitung, zu den Apparaten führt, in denen der Strom verwertet werden soll: Nebenschlußmaschine. 3. Die Schenkel des Feldmagnets tragen zwei Wickelungen; von diesen liegt die eine, aus dickerem Draht und einer kleineren Zahl von Windungen bestehend, in demselben Zweige mit der äußeren Leitung; die zweite, aus dünnerem Draht und zahlreicheren Windungen bestehend, liegt zu der ersteren im Nebenschluß zwischen den Kontaktbürsten A und B: Compound-Maschine; diese zeichnet sich dadurch aus, daß ihre elektromotorische Kraft von dem äußeren Widerstand in weiten Grenzen unabhängig ist.

§ 527. Klemmenspannung und Wirkungsgrad. Die äußere Leitung schließt sich an die Maschine vermittelst zweier Klemmen an, die wir als Polklemmen bezeichnen. Die zwischen ihnen vorhandene Potentialdifferenz bezeichnet man als Klemmenspannung e. Ist der Widerstand der äußeren Leitung gleich r, die Stromstärke gleich i, so ist nach dem Ohmschen Gesetz $e = ri$. Es sei andererseits die elektromotorische Kraft der Induktion gleich E, der Widerstand der Armatur R_a, der Widerstand der Schenkelwickelung gleich R_s, dann ist bei einer Hauptschlußmaschine:

$$E = (R_a + R_s + r)\,i;$$

die Klemmenspannung ist also:

$$e = E - (R_a + R_s)\,i.$$

Die Klemmenspannung einer Maschine kann in einfacher Weise gemessen werden, wenn man die Polklemmen durch ein Galvanometer von

so hohem Widerstand im Nebenschluß verbindet, daß dadurch der Strom in der Hauptleitung nicht merklich verändert wird. Die Klemmenspannung ist dann gleich dem Produkt aus dem Widerstand des Galvanometerzweiges und der in ihm vorhandenen Stromstärke. Die in der Technik hierzu gebrauchten Galvanometer sind nach demselben Prinzip einzurichten, wie die Ampèremeter; die Teilung giebt die Klemmenspannung in Volt; die Instrumente werden daher Voltmeter genannt.

Die Arbeit, welche von der elektromotorischen Kraft der Maschine in 1 Sekunde geleistet wird, ist Ei; sie ist gleich der mechanischen Arbeit, die in 1 Sekunde zu leisten ist, um den Anker der Rückwirkung der induzierten Ströme entgegen zu drehen. Die in der äußeren Leitung entwickelte elektrische Energie ist für eine Sekunde gleich ei; sie stellt den nützlich zu verwertenden Teil der aufgewandten Arbeit dar, sie kann etwa in der Form der Stromwärme zur elektrischen Beleuchtung dienen. Das Verhältnis zwischen der aufgewandten mechanischen Arbeit Ei und der nutzbaren elektrischen Energie ei bezeichnet man als Wirkungsgrad γ. Es ist:

$$\gamma = \frac{e}{E} = \frac{r}{r + R_a + R_s}.$$

Die elektromotorische Kraft E der Maschine würde bei einem massiven Ankerring vermindert durch die bei der Rotation erregten Wirbelströme, deren Kraftlinien denen des erregenden Feldes entgegenlaufen und ihre Zahl vermindern. Außerdem absorbieren entsprechend den Versuchen von § 487 die Wirbelströme eine gewisse Arbeit, welche für die äußere Leistung der Maschine verloren geht und ihr Äquivalent in einer Erwärmung des Ankers findet. Ähnlich wirkt nach § 453 die Hysteresis. Den schädlichen Einfluß der Wirbelströme verringert man dadurch, daß der Anker nicht aus einem massiven Eisenstücke hergestellt, sondern aus isolierten Lagen von Eisenband aufgewunden wird.

§ 528. Trommelarmatur und Flachring. Gegen den Pacinottischen Ring kann man den Einwand erheben, daß er eine verhältnismäßig große unwirksame Drahtlänge enthält; denn alle auf der Innenseite des Ringes liegenden Drähte bewegen sich, wie die Betrachtung der Figur 533 zeigt, in einem von Kraftlinien entblößten Raume, erleiden also keine Induktion. Dieser Nachteil wird vermieden bei der sogenannten Trommelarmatur. Ein schematisches Bild davon kann man auf folgende Weise gewinnen. Wir nehmen einen Eisencylinder und teilen die Ränder der oberen und der unteren Endfläche in übereinstimmender Weise in 24 Teile, die wir oben mit den Zahlen 1 bis 24, unten mit 1′ bis 24′ bezeichnen. Wir wickeln nun einen Kupferdraht in der durch die Reihe der folgenden Buchstaben und Zahlen gegebenen Weise um den Cylinder herum:

B. 2′.2. 13.13′. 4′.4. 15.15′. 6′6. 17.17′....
12′.12. 23.23′. *A.* 14′.14. 1.1′. 16′.16. 3.3′....
22′.22. 9.9′. 24′.24. 11.11′. *B.* 2′(2. 13.13′...).

Die so bewickelte Trommel rotiert in einem Magnetfeld, dessen Kraftlinien zu der Axe des Cylinders senkrecht stehen. Fig. 534 stellt die Wickelung dar. Der Mantel der Trommel ist dabei in eine Ebene aus-

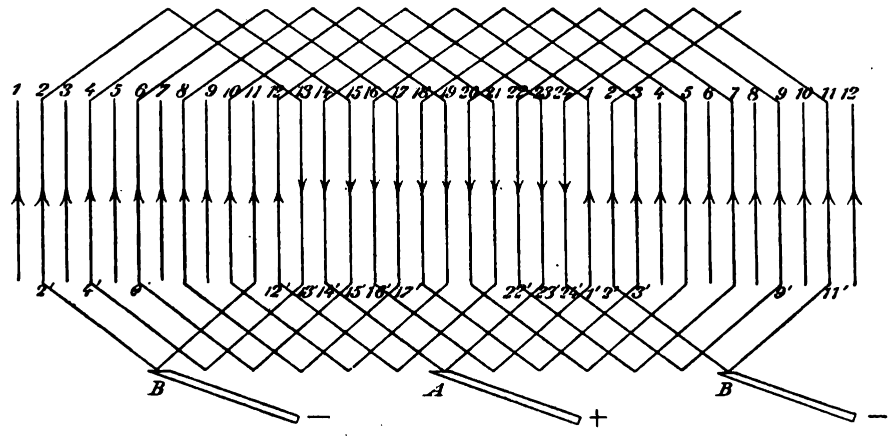


Fig. 534. Trommelarmatur.

gebreitet. Die Pfeile geben die Stromrichtungen in den beiden Hälften der Ankerwickelung; die positive Kollektorbürste ist in *A*, die negative in *B* anzulegen. Fig. 535 stellt den Trommelanker von der Stirnseite aus gesehen dar. Der Pfeil giebt die Rotationsrichtung, die gestrichelte Linie die neutrale Zone.

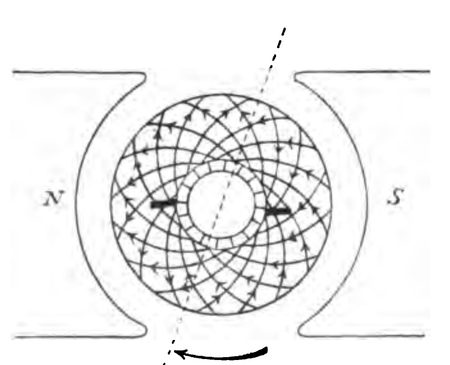


Fig. 535. Trommelanker.

Derselbe Zweck einer Verminderung der unwirksamen Drahtlänge wird durch den Flachring erreicht. Es ist dies ein Pacinottischer Ring, in den die Kraftlinien ähnlich wie bei der Grammeschen Maschine an zwei gegenüberliegenden Stellen *C* und *D* eintreten. Während aber bei Gramme die Kraftlinien von vornherein in der Ebene des Ringes liegen, treten sie beim Flachring von der Seite her ein und biegen sich erst in dem Ringe in seine Ebene um. Es wird dies dadurch erreicht, daß an den Stellen *C* und *D* (Fig. 531) je zwei gleichnamige Pole der Feldmagnete den flachen Außenseiten des Ringes zugewandt sind. Fig. 536 (s. S. 290) giebt die Ansicht einer Schuckertschen Flachringmaschine.

II. Kapitel. Elektrische Übertragung der Kraft.

§ 529. Elektrische Übertragung der Kraft durch Gleichströme. Wir haben früher gesehen, daß die durch galvanische Elemente erzeugten Ströme nicht in größerem Maßstabe zur Leistung von mechanischer Arbeit zu verwenden sind, einfach, weil diese Arbeit zu teuer wird. Wir haben umgekehrt gelernt, durch mechanische Arbeit Ströme von früher unbekannter Mächtigkeit zu erzeugen; nun liegt es nahe, die ungemeine Beweglichkeit und Verteilbarkeit der Elektrizität zu der Lösung einer anderen Aufgabe zu benützen, zur Transmission oder Übertragung von mechanischer Arbeit oder Energie. In der That ergiebt sich das Prinzip für eine solche Kraftübertragung aus der folgenden Bemerkung.

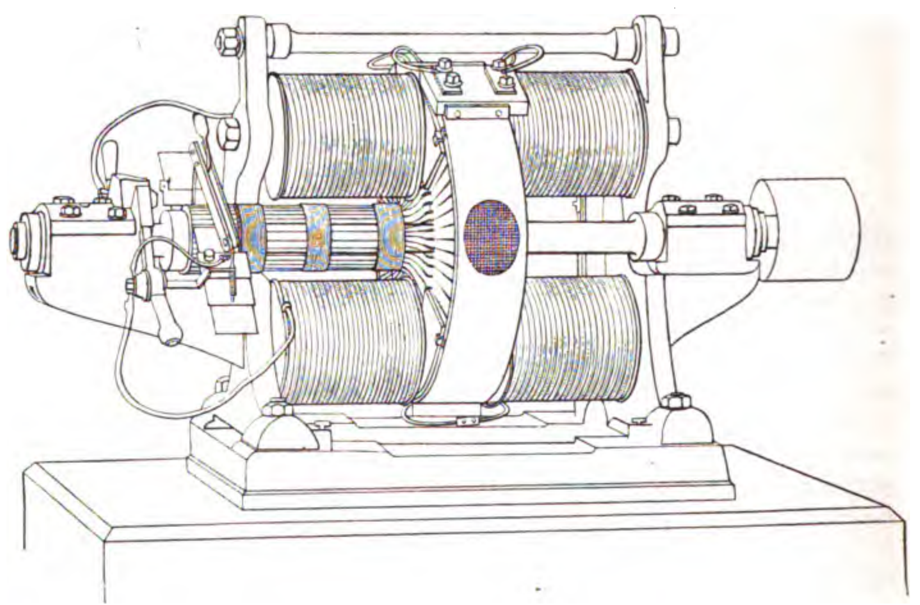


Fig. 536. Flachringmaschine.

Sobald wir eine dynamoelektrische Maschine bei geschlossener Leitung drehen, empfinden wir einen Widerstand, die elektromagnetische Rückwirkung der induzierten Ströme, die den Sinn der Rotation umzukehren sucht. Wenn wir von außen her einen fremden Strom in eine dynamoelektrische Maschine hineinsenden, der, um rückläufige Rotation zu vermeiden, dem von ihr selbst erzeugten entgegengesetzt ist, so dreht sie sich in demselben Sinne, wie bei der Stromerzeugung. Darin liegt das Prinzip der elektrischen Übertragung der Kraft. Der Anker einer primären Maschine, des Generators, wird durch eine zu Gebote stehende Wasserkraft, eine Dampfmaschine, einen Gasmotor gedreht; der erzeugte Strom wird einer sekundären, entfernt aufgestellten dynamoelektrischen

Maschine, dem Motor, zugeführt und setzt ihren Anker in Rotation; ist der Anker mit Hilfe von einer auf seiner Axe befestigten Riemenscheibe mit einer Arbeitsmaschine, z. B. einer Drehbank, einer Säge oder Hobelmaschine verbunden, so wird bei der Rotation dem Widerstande des zu bearbeitenden Werkstückes entgegen Arbeit geleistet, und zwar geschieht dies auf Kosten des in dem Wasserlaufe oder dem Dampfe enthaltenen Energievorrates, der durch den galvanischen Strom nach der Stelle der Verwendung übertragen wird.

Wenn der Elektromotor gedreht wird, so entwickelt er eine elektromotorische Kraft e, welche der des Generators entgegenwirkt. Ist diese letztere gleich E, die Stärke des Stromes gleich i, so ist, auf die Sekunde berechnet, die Stromarbeit, das mechanische Äquivalent der in der Leitung entwickelten Wärme nach § 503 gleich $(E-e)i$. Die mechanische Arbeit, welche in dem Generator in 1 Sekunde zur Drehung des Ankers gebraucht wird, sei L, die gleichzeitig von dem Motor geleistete Arbeit l; endlich werden infolge von Wirbelströmen und Hysteresis in den Ankern der beiden Maschinen die Wärmemengen W_1 und W_2 erzeugt; dann ist nach dem Prinzip von der Erhaltung der Energie:

$$L = l + (E-e)i + W_1 + W_2.$$

Sehen wir von den letzteren Wirkungen ab, so ist nach § 484 die an dem Generator geleistete Arbeit $L = Ei$, die in dem Motor gewonnene $l = ei$. Ist r der Widerstand in dem Kreise der beiden Maschinen, so ist die Stromstärke $i = \frac{E-e}{r}$. Somit $L = \frac{E(E-e)}{r}$ und $l = \frac{e(E-e)}{r}$. Die geleistete, wie die gewonnene Arbeit sind dem Widerstand der Leitung umgekehrt proportional.

§ 530. Kraftübertragung durch Wechselströme. Solange die Entfernung zwischen Generator und Motor keine große ist, kann man den Widerstand der Leitung durch Veränderung des Querschnittes der Leitungsdrähte immer auf einen angemessenen Betrag herunterdrücken. Bei großen Entfernungen aber geht dies nicht mehr an; der Querschnitt nimmt unmögliche Dimensionen an, wenn man bei elektromotorischen Kräften von 50 Volt bis zu ein paar Hundert Volt, wie sie bei Gleichstrommaschinen gebräuchlich sind, noch einen nennenswerten Effekt übertragen will. Es bleibt dann nur übrig, die elektromotorische Kraft der Maschinen in einem dem Widerstande der Leitung entsprechenden Verhältnisse zu erhöhen; dabei wird man berücksichtigen, daß der Effekt eines galvanischen Stromes nach § 485 gleich Ei oder gleich $\frac{E^2}{r}$ ist; der Effekt bleibt also der gleiche, wenn die elektromotorische Kraft proportional mit der Wurzel aus dem Widerstande zunimmt. Das erste Beispiel für eine solche Kraftübertragung großen Stiles bildete die bei Gelegenheit der Frankfurter elektrotechnischen Ausstellung im Jahre 1891 versuchsweise zwischen Lauffen und Frankfurt eingerichtete. An dem

ersteren Orte stand die Wasserkraft einer Turbine von 300 Pferdestärken zur Verfügung. Die Übertragung der Arbeit erfolgte durch Ströme von 8 Ampère und von einer Spannung von 27 000 Volt. Es ist nun von großem Interesse, zu sehen, wie die Notwendigkeit so hoher Spannungen zu neuen Prinzipien der Konstruktion geführt, und wie die bis dahin weniger gebrauchten Wechselstrommaschinen der neuen Aufgabe gegenüber eine ganz spezifische Bedeutung gewonnen haben. Spannungen von 27 000 Volt kann man mit rotierenden Maschinen nicht erzeugen, da bei ihnen eine sichere Isolation nicht auf die Dauer herzustellen ist. Dazu kommt die Gefahr, welche das Arbeiten mit großen Mengen so hoch gespannter Elektrizität mit sich bringt. Man ist also darauf angewiesen, zuerst Ströme von schwacher Spannung zu erzeugen, und diese zum Zweck der Arbeitsübertragung in Ströme von hoher Spannung zu verwandeln, und zwar muß diese Verwandlung in ruhenden Apparaten geschehen. Das ist aber nur zu erreichen durch Anwendung von Wechselströmen und von den in § 516 behandelten Wechselstromtransformatoren. So wurde in Lauffen durch die primäre Maschine zunächst Wechselstrom von einer Spannung von 55 Volt, einer Stromstärke von 4000 Ampère im Mittel erzeugt. Durch einen Transformator wurde der Strom in einen solchen von 27 000 Volt und 8 Ampère verwandelt, der die 175 km lange Leitung durchlief. In Frankfurt mußte der ankommende Strom natürlich wieder transformiert werden, da seine direkte Verwendung ebensowenig zulässig ist, wie seine direkte Erzeugung; durch einen zweiten Transformator wurde seine Spannung auf den für den Betrieb passenden Betrag von 100 Volt herabgedrückt.

§ 531. Phasenströme. Bei der zwischen Lauffen und Frankfurt eingerichteten Verbindung wurde nach dem vorhergehenden ein Effekt von etwa 210 000 Volt-Ampère per Sekunde übertragen, und die Transformation war eine solche, daß man in Frankfurt über einen Wechselstrom von etwa 100 Volt und 2000 Ampère verfügte. Dieser kann ohne weiteres zum Betriebe von elektrischen Lampen dienen, da ja die in einem Leiter entwickelte Wärme von der Stromrichtung unabhängig ist. Man könnte den Wechselstrom auch zur Leistung von mechanischer Arbeit benützen, indem man ihn dem Anker einer zweiten Wechselstrommaschine zuführte; ihre Feldmagnete müßten natürlich durch eine besondere Gleichstrommaschine erregt werden. Allein nun stellt sich eine Schwierigkeit ein; wenn der Elektromotor still steht, so geht er nicht von selbst an, wenn der Wechselstrom der primären Maschine, des Generators, ihm zugeführt wird. Halten wir uns an das Beispiel eines nach dem Typus der Grammeschen Maschine konstruierten Wechselstrommotors; solange eine Spule des Pacinottischen Ringes auf derselben Seite der neutralen Zone bleibt, wechselt die in dem Magnetfelde auf sie wirkende Kraft mit der Richtung des Stromes. Es folgen sich also Impulse von entgegengesetzter Richtung in demselben Tempo, in dem der Strom in der Spule seine Richtung wechselt, und ihre Wirkungen

heben sich gegenseitig auf. Will man den Motor in Gang bringen, so muß man ihn zunächst mit einer solchen Geschwindigkeit laufen lassen, daß seine Tourenzahl größer ist, als die des Generators. Nun kommt in Betracht, daß beim Überschreiten der neutralen Zone die auf eine Spule des Motors ausgeübte magnetische Kraft sich umkehrt, wenn der Strom dieselbe Richtung behält; wenn sie also vorher die Rotation zu beschleunigen suchte, so wirkt sie jetzt verzögernd. Daraus ergiebt sich nun die eigentümliche Beziehung, daß der Strom selbst die Geschwindigkeit des Motors solange reduziert, bis sie gleich der des Generators geworden ist; dann ist auch die Zeit zwischen zwei Stromwechseln im Motor genau gleich der Zeit, die er zu einem halben Umlauf braucht, und der Stromwechsel tritt immer in derselben Phase der Bewegung ein. Im einzelnen Falle wird die Lage der Punkte, in denen die Umkehr des Stromes sich vollzieht, von der Arbeit abhängen, die der Motor zu leisten hat. Erfordert diese nur eine geringere Kraft, so wird der jene Punkte verbindende Durchmesser um einen größeren Winkel gegen die neutrale Zone gedreht sein. Nimmt die zu leistende Arbeit, die Belastung des Motors zu, so nähern sich jene Umkehrpunkte der neutralen Zone. Die größte Kraft übt der Motor aus, wenn die Umkehrpunkte des Stromes in die neutrale Zone fallen, da dann die elektromagnetischen Kräfte während der ganzen Umdrehung nur beschleunigend wirken. Wenn aber durch eine übermäßige Belastung die Geschwindigkeit des Motors unter die des Generators herabgedrückt wird, so kommt der Motor zu völligem Stillstand. Denn es tritt dann der Wechsel des Stromes bei jeder Umdrehung in einer früheren Phase der Bewegung ein, und es entsteht dadurch eine verzögernde Kraft, die, von Umdrehung zu Umdrehung sich steigernd, die vorhandene Geschwindigkeit allmählich aufzehrt.

Die in der Notwendigkeit eines synchronen Umlaufes der Maschinen liegende Schwierigkeit wurde umgangen durch die Einführung der sogenannten Phasenströme, zu deren Betrachtung wir uns wenden. Wir konstruieren zunächst eine Wechselstrommaschine nach dem Muster der Grammeschen, indem wir auf den Pacinottischen Ring eine einzige Spirale A (Fig. 537) wickeln, von der wir annehmen, daß sie nur einen kleinen Teil des Ringes bedecke. Der Strom in der Spirale wechselt, so oft sie die neutralen Punkte des Magnetfeldes passiert; dieses wird durch Elektromagnete erzeugt, zu deren Erregung eine besondere Gleichstrommaschine, der Excitator, dient. Der Wechselstrom der rotierenden Spirale wird in der in § 524 angedeuteten Weise abgenommen und einer Spirale A' zugeführt; diese ist ebenso wie A über einen Eisenring gewickelt, von dessen Peripherie sie einen kleinen Teil bedecken möge. Der zweite Ring ist fest aufgestellt, so daß seine Figurenaxe vertikal steht. Auf dem rotierenden Ring des Generators und ebenso auf dem festliegenden Ring bringen wir nun je zwei weitere Spiralen B, C beziehungsweise B', C' an, die von den Spiralen A und A' je um $\frac{1}{3}$ des Ringumfanges

nach beiden Seiten abstehen. Wir verbinden die Spiralen *B* und *B'*, *C* und *C'* in demselben Sinne, wie vorher *A* und *A'*. In den Spiralen *B* und *C* entstehen bei der Rotation Wechselströme von derselben Stärke und Schwingungsdauer wie in *A*. Aber wenn *A* schon um $\frac{1}{3}$ der Umlaufszeit über den neutralen Punkt hinaus ist, so kommt *B* eben in diesen Punkt und *C* ist noch um $\frac{1}{3}$ jener Zeit von ihm entfernt. Der Stromwechsel wird in *B* gegen den in *A* verzögert um $\frac{1}{3}$, in *C* um $\frac{2}{3}$ der Umlaufszeit. Wechselströme von dieser Art nennt man Phasenströme. Ganz dieselben Verhältnisse gelten natürlich für die Spiralen *A'*, *B'*, *C'* des feststehenden Ringes. Durch den regelmäßigen Wechsel des Stromes in ihnen wird nun der Eisenring, auf den sie gewunden sind, so magnetisiert, als ob ein Nord- und ein Südpol einander diametral gegenüberliegend in dem Ring in derselben Zeit im Kreise herumliefen, in welcher der Ring des Generators seinen Umlauf vollzieht. Das durch diese rotierenden Pole erzeugte magnetische Feld bezeichnet man als ein Drehfeld. Man

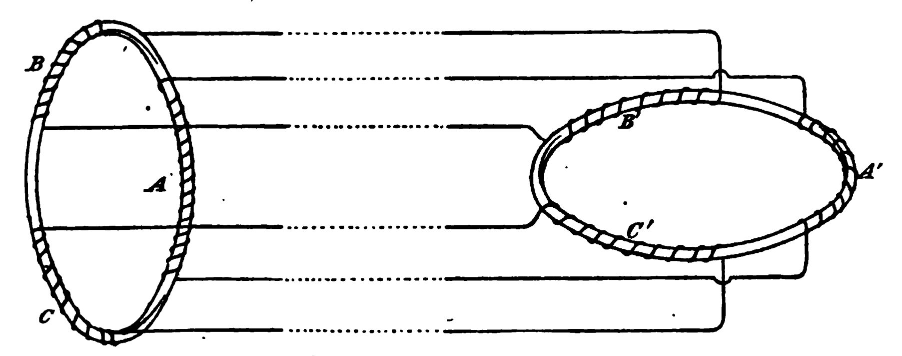


Fig. 537. Phasenströme.

überzeugt sich von der Existenz dieses rotierenden Feldes, indem man in demselben eine Kompaßnadel in eine Umdrehung versetzt, die mit der Umdrehung jener Pole synchron ist. Das Drehfeld kann nun aber, was gerade für die praktische Verwertung wichtig ist, auch zur Erzeugung von asynchronen Drehungen benützt werden. Bringt man in das Feld einen mit nacktem Kupferdraht dicht umwickelten Ring, der um die Axe des festliegenden Ringes drehbar ist, so gerät er infolge der auf die induzierten Ströme wirkenden elektromagnetischen Kräfte in Rotation; dasselbe ist der Fall bei einer leicht drehbaren Eisenscheibe, wobei die induzierten Wirbelströme und die Hysteresis des Eisens in gleichem Sinne wirken. In der Praxis benützt man drehbare Eisencylinder, in deren Peripherie dicke Kupferstäbe parallel zu der Axe eingelassen sind. Die Enden werden miteinander verbunden, so daß sie lauter geschlossene Kreise bilden. Die Rotationen erfolgen asynchron, die treibenden Kräfte behalten dieselbe Richtung, solange nur die Geschwindigkeit des rotierenden Körpers kleiner ist, als die

Geschwindigkeit der in dem festen Ring rotierenden Magnetpole. Hiernach stellt die Rotation von Kupfer- oder Eisenmassen in dem magnetischen Drehfeld eine Quelle mechanischer Arbeit dar, welche einer sehr allgemeinen Verwendung fähig ist. Auf Grund des so gewonnenen Prinzips ist eine in allen Fällen mögliche Lösung des Problemes der elektrischen Kraftübertragung gegeben.

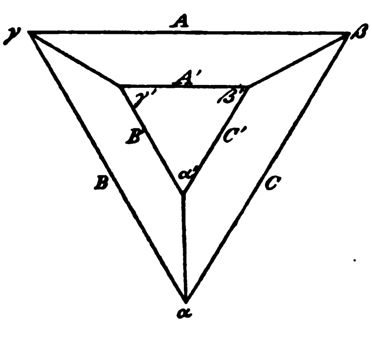


Fig. 538.

Nur auf einen Punkt wollen wir dabei noch unsere Aufmerksamkeit richten. Nach dem bisherigen scheint es, daß zu der Verbindung des Generators der Phasenströme mit den Spiralen des Drehfeldes sechs Drähte notwendig sind, je zwei für jedes Paar von Spiralen. Dies ist aber nicht der Fall. Wir können die Spiralen eines jeden der beiden Ringe ebenso untereinander verbinden, wie die eines Pacinottischen Ringes. Es sei α der Punkt, in dem das Ende der Spirale B mit dem Anfang von C verbunden ist; ebenso verbinde β das Ende von A mit dem Anfang von C, γ das Ende von B mit dem Anfang

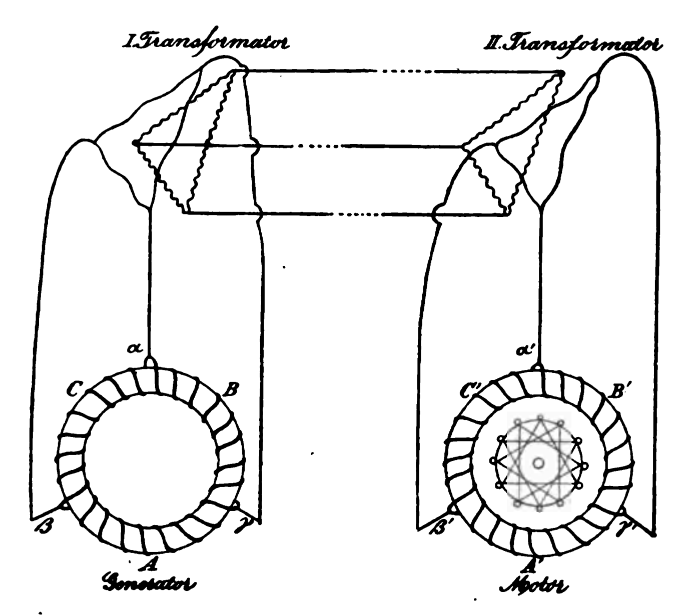


Fig. 539. Kraftübertragung durch Dreiphasenstrom.

von A. Dieselbe Bedeutung für die Spiralen des feststehenden Ringes haben die Buchstaben α', β', γ'. Wir haben dann nur nötig, die Punkte α und α', β und β', γ und γ' durch drei Leitungsdrähte mit-

einander zu verbinden, wie dies in Figur 538 schematisch angedeutet ist. Man gelangt so zu dem Dreileitersystem, wie es bei der Arbeitsübertragung zwischen Lauffen und Frankfurt zur Anwendung kam. Dabei waren zwischen den Wechselstromgenerator und die Frankfurter Motoren noch die zu der zweimaligen Transformation der Phasenströme erforderlichen Apparate eingeschaltet. Die Spiralen des ersten Transformators, in denen die Wechselströme der Fernleitung erzeugt werden, können aber mit den Spiralen, durch die sie zu abermaliger Transformation geleitet werden müssen, ebenso verbunden werden, wie bei der vorher betrachteten Einrichtung die Spiralen A, B, C und A', B', C'. Es genügt das Dreileitersystem also auch dann, wenn bei größeren Entfernungen die Einschaltung von Transformatoren zwischen Generator und Motor notwendig wird. Eine schematische Darstellung der so entstehenden Anordnung giebt Figur 539.

§ 532. Das phonische Rad. Die Eigenschaften eines einfachen Wechselstrommotors kann man an dem sogenannten phonischen Rad LA COURS studieren. Es ist dies ein um seine Axe drehbares, mit einem regelmäßigen Zahnkranze versehenes Rad von Eisen. Dem Zahnkranze dicht gegenüber steht der etwas hervorragende Polschuh eines Elektromagneten, dessen Stirnfläche genau der Stirnfläche der Zähne angepaßt ist. Durch eine schwingende Stimmgabel wird der erregende Strom abwechselnd geschlossen und unterbrochen. Wenn man das Rad zunächst, ohne den Elektromagneten zu erregen, in möglichst schnelle Umdrehung versetzt, so wird diese auf einen konstanten Betrag reguliert, sobald der Strom geschlossen wird. Dabei verschiebt sich dann während einer ganzen Schwingung der Stimmgabel das Rad um die Entfernung korrespondierender Punkte zweier aufeinanderfolgender Zähne. Die konstante Winkelgeschwindigkeit erhält sich, wenn man irgend einen anderen Rotationsapparat durch das phonische Rad treibt; dieses ist daher ein ausgezeichnetes Mittel zur Herstellung einer gleichförmigen Drehung.

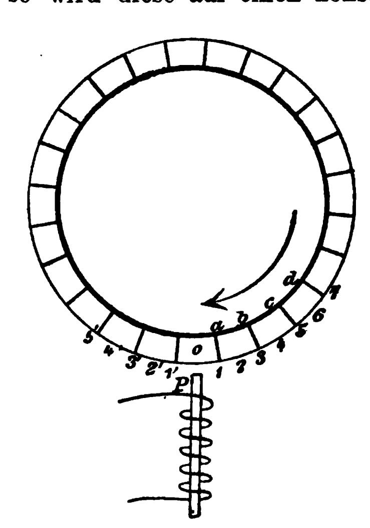


Fig. 540. Phonisches Rad.

Wir werden diese Beobachtung am leichtesten verstehen an der Hand einer schematischen Zeichnung (Fig. 540), bei der die Zähne durch einfache radiale Striche und ebenso der Polschuh des Elektromagnets durch einen gegen das Zentrum des Rades gerichteten Strich dargestellt ist. Auf der Peripherie eines als fest gedachten Kreises, dessen Durchmesser gleich dem des Rades ist, bezeichnen wir die Stelle, welcher der Polschuh P gegenübersteht, mit O; von da ab tragen wir nach rechts

und links die halbe Entfernung der Mitten zweier benachbarter Zähne ab und erhalten so die Teilpunkte 1, 2, 3 ... und 1', 2', 3' ... In einem bestimmten Moment befinden sich die Zähne des in rechtsläufiger Rotation begriffenen Rades in ... 1', 1, 3, 5 ... Wenn gleichzeitig der Pol *P* erregt wird, so zieht er den bei 1 befindlichen, ihm entgegenkommenden Zahn *a* an und beschleunigt so die Rotation. In dem Moment, in dem der Zahn *a* an der Stelle *o*, *b* in 2, *c* in 4 sich befindet, werde der Strom unterbrochen, und zwar so lange, bis *a* nach 1', *b* nach 1, *c* nach 3 ... gekommen ist. In diesem Moment, d. h. nachdem das Rad sich um den Abstand zweier Zähne gedreht hat, werde der Strom von neuem geschlossen. Es zieht dann der Pol *P* den Zahn *b* ebenso an, wie vorher *a*, und er übt abermals eine die Rotation beschleunigende Wirkung. In dem Moment, in dem *b* in *o* sich befindet, muß der Strom wieder unterbrochen werden, bis der Zahn *c* an die Stelle 1 tritt u. s. w. Es ergiebt sich hieraus, daß der Elektromagnet auf das phonische Rad eine treibende Kraft von konstanter mittlerer Stärke ausübt, wenn die Umdrehungsgeschwindigkeit so reguliert wird, daß der Radkranz um die Distanz zweier Nachbarzähne vorrückt, während die unterbrechende Stimmgabel eine ganze Schwingung ausführt. Die Konstanz der Rotationsgeschwindigkeit wird dadurch erhalten, daß die äußeren Widerstände, die das Rad bei seiner Umdrehung zu überwinden hat, mit der elektromagnetischen Kraft im Gleichgewicht stehen. Wenn wir jene Widerstände vermindern, so wird das Rad momentan in schnellere Rotation geraten. Die Zähne passieren die Stelle *o*, ehe der Strom unterbrochen ist; dadurch ergiebt sich eine die Rotation verzögernde Kraft, die wieder Synchronismus zwischen der Verschiebung der Zähne und der Schwingung der Stimmgabel erzeugt. Aber das Rad läuft nun mit einer gewissen Phasenverschiebung. Die Unterbrechung des Stroms tritt nicht in dem Momente ein, in dem ein Zahn die Stelle *o* passiert, sondern etwas später. Die elektromagnetische Triebkraft wird dadurch verringert, so daß sie von neuem mit den zu überwindenden Widerständen im Gleichgewicht steht.

Wenn wir aber, ausgehend von dem anfänglichen Zustand, bei dem keine Phasenverschiebung zwischen der Bewegung der Stimmgabel und der des Rades vorhanden war, den äußeren Widerstand vergrößern, so nimmt die Rotationsgeschwindigkeit ab, die elektromagnetische Triebkraft wird immer kleiner und schließlich steht das Rad still.

Die zum Treiben des phonischen Rades dienende Stimmgabel muß natürlich in ununterbrochener regelmäßiger Schwingung erhalten werden. Es geschieht dies mit Hilfe der in Fig. 541 skizzierten Einrichtung. Zwischen den Zinken der Stimmgabel wird ein Elektromagnet *E* befestigt, die untere Zinke wird mit einem Platinstifte verbunden, der in der Ruhelage der Gabel gerade über der Kuppe des in dem Gläschen *q* befindlichen Quecksilbers steht. Die Leitung führt von der Batterie zu dem Elektromagnet, von diesem zu dem Quecksilber in *q*. Berührt der Stift das Quecksilber, so geht der Strom weiter durch die Gabel selbst nach

der Klemme k, von dieser nach dem Elektromagnet des phonischen Rades und von da nach der Batterie zurück. Sobald aber der Strom die Windungen des Elektromagnets E durchläuft, werden die Zinken der Stimmgabel von seinen Polen gegeneinander gezogen. Dadurch wird der Kontakt in q unterbrochen, der Strom verschwindet, die Zinken schwingen zurück, stellen die Verbindung in q wieder her und werden durch die

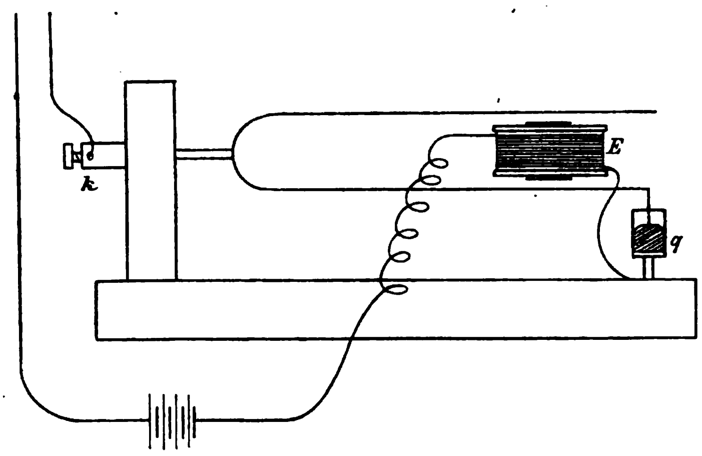


Fig. 541. Elektromagnetische Stimmgabel.

erneute Wirkung des Stromes abermals züsammengezogen. Man sieht, daß auf diese Weise in der That eine regelmäßige Schwingung der Gabel erzielt wird. Man bezeichnet den in dieser Weise zusammengesetzten Apparat als eine elektromagnetische Stimmgabel. Sie wird in allen Fällen, in denen es sich um regelmäßige Stromunterbrechungen handelt, von Nutzen sein, ist aber auch bei akustischen Untersuchungen ein wichtiges Hilfsmittel.

NEUNTES BUCH.

ELEKTROOPTIK.

I. Kapitel. Die magnetische Drehung der Polarisationsebene.

§ 533. Der Fundamentalversuch. In einer Abhandlung der „Experimental Researches in Electricity“ mit dem Titel „Über die Magnetisierung des Lichtes und die Erleuchtung der magnetischen Kraftlinien“ beschreibt FARADAY den folgenden Versuch: Die Pole eines Elektromagnets waren cylindrisch ausgebohrt, zwischen die Durchbohrungen wurde ein Stück eines Borosilikates von Blei gebracht, dessen eben geschliffene Endflächen zu der Axe der Durchbohrungen senkrecht standen. Vor den Durchbohrungen außerhalb des Magnetfeldes war auf der einen Seite ein Polarisator angebracht zur Erzeugung polarisierter Lichtstrahlen, auf der anderen Seite ein Analysator zur Prüfung der Polarisationsrichtung. Die Lichtstrahlen gingen in der Richtung der Magnetkraftlinien durch das Bleiglas hindurch. Wurden die Polarisatoren gekreuzt, das Gesichtsfeld verdunkelt, so trat Aufhellung ein, sobald der Elektromagnet erregt wurde. Durch Drehung des Analysators konnte das Gesichtsfeld von neuem dunkel gemacht werden, es war also durch magnetische Einwirkung eine Drehung der Polarisationsebene hervorgerufen worden. Die Größe der Drehung war der Länge des von den Lichtstrahlen durchlaufenen Glasstückes und der Stärke des Magnetfeldes proportional. Bei dem benützten Glase fand die Drehung in dem Sinne der galvanischen Ströme statt, durch welche man sich die Kraftlinien des Feldes erzeugt denken könnte. Diese Regel konnte unmittelbar bestätigt werden, indem an Stelle des Elektromagnets das Feld im Innern einer galvanischen Spirale zur Erzeugung der Wirkung benutzt wurde. Die Drehung der Polarisationsebene erfolgt in demselben Sinne, in dem der Strom zirkuliert.

Eine schematische Darstellung der Verhältnisse giebt Fig. 542, eine Ansicht des zu der Ausführung des Versuches dienenden Apparates Fig. 543.

Von der natürlichen Drehung der Polarisationsebene, wie sie dem Quarze eigentümlich ist, unterscheidet sich die magnetische sehr wesentlich. Nehmen wir ein Stück rechtsdrehenden Quarzes, und lassen wir einen Strahl polarisierten Lichtes in der Richtung der Axe von *a*

nach b durch ihn hindurchgehen (Fig. 544), so ist für den von der Seite b her Beobachtenden die Drehung der Polarisationsebene eine rechtsläufige im Sinne des Pfeiles c. Lassen wir den Strahl umgekehrt

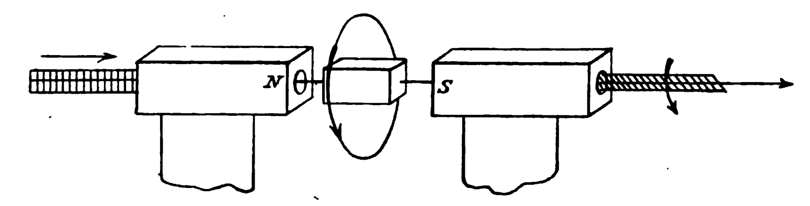


Fig. 542. Magnetische Drehung der Polarisationsebene.

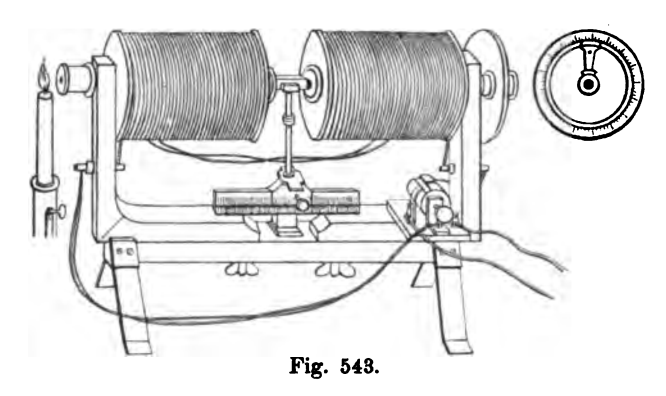


Fig. 543.

von b nach a durch den Quarz gehen, so ist die Drehung für einen von a aus Beobachtenden rechtsläufig im Sinne des Pfeiles d (Fig. 545). An Stelle des Quarzes setzen wir nun das Bleiglas und nehmen an, das-

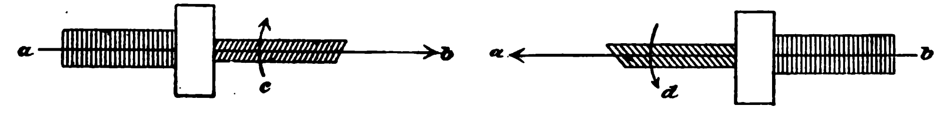


Fig. 544. Fig. 545.
Natürliche Drehung der Polarisationsebene.

selbe sei von einer galvanischen Spirale mit der Stromrichtung c umgeben; die Polarisationsebene wird dann unter allen Umständen in dem Sinne des Pfeiles c gedreht. Geht der Strahl von a nach b, so ist die Drehung für den von b aus Beobachtenden eine rechtsläufige; geht aber der Strahl umgekehrt von b nach a, so ist sie für den von a aus Beobachtenden linksläufig.

§ 534. Die magnetooptische Konstante. Ist die Länge des von dem polarisierten Lichtstrahl durchlaufenen Prismas gleich l, die Intensität des magnetischen Feldes gleich $\mathfrak{H}$, so ist nach dem vorhergehenden die Drehung der Polarisationsebene:

$$\varphi = C l \mathfrak{H}.$$

C ist ein von der Natur des drehenden Körpers abhängiger Koëffizient, die magnetooptische Konstante. Ihr Wert wird positiv genommen, wenn die Drehung im Sinne des umkreisenden Stromes stattfindet, im entgegengesetzten Falle spricht man von negativer Drehung. Da $C = \frac{\varphi}{l\mathfrak{H}}$, so ist im elektromagnetischen Maßsystem die Dimension der magnetooptischen Konstante gegeben durch $l^{-\frac{1}{2}} \cdot m^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}$. Wir stellen im folgenden einige Resultate der Beobachtung zusammen; dabei sind für l und $\mathfrak{H}$ die Einheiten des cm · g · sec-Systems zu Grunde gelegt. Der Drehungswinkel φ aber ist in Bogensekunden gemessen, und es bedeutet daher C die ebenso gemessenen Drehungswinkel für die Länge von 1 cm in einem Felde von der Intensität 1 $\mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}^{-1}$.

	Angewandtes Licht	Magnetooptische Konstante; Drehungswinkel in Sekunden
Wasserstoff (Druck: 1 Atmosph. Temperatur: 20°.)	Weiß	0,000332
Sauerstoff (Druck: 1 Atmosph. Temperatur: 20°.)	—	0,000275
Stickstoff (Druck: 1 Atmosph. Temperatur: 20°.)	—	0,000320
Brom	Rot	3,6
Schwefel (flüssig)	Gelb	4,4
Selen	Rot	20,2
Phosphor	Gelb	7,3
Kohlenstoff (Diamant)	Gelb	0,7
Faradays Glas	Na	3,4
Chlorkalium	Gelb	1,57
Chlornatrium	Gelb	1,97
Schwefelkohlenstoff bei 18°	Na	2,52
Wasser	—	0,78
Alkohol (C_2H_5OH)	—	0,68
Äther ($C_4H_{10}O$)	—	0,65

Negative Drehung besitzen Lösungen von Fe_2Cl_6 in Wasser und in Methylalkohol; bei einer 40%-Lösung von Fe_2Cl_6 in H_2O ist die Konstante etwa gleich -5, bei einer 55%-Lösung in CH_3OH gleich -7.

Metallisches Eisen zeigt in galvanoplastisch niedergeschlagenen Schichten von 4×10^{-6} cm bis zu 21×10^{-6} cm Dicke eine positive Rotation. Der Quotient $\frac{\varphi}{l\mathfrak{H}}$ ist aber nicht konstant, sondern abhängig von der Feldstärke. Man hat also nicht mit einer magnetooptischen Konstanten, sondern mit einer magnetooptischen Funktion zu rechnen.

Um einen Überblick über Art und Grad der Abhängigkeit zu gewinnen, kann man mit einiger Annäherung setzen:

$$\frac{\varphi}{l\mathfrak{H}} = \frac{59\,500}{1 + 0{,}000083\,\mathfrak{H}},$$

wobei die Drehung wie früher in Bogensekunden ausgedrückt ist. Ähnliche Verhältnisse zeigen Kobalt und Nickel; für das erstere ist der Wert der magnetooptischen Funktion nicht viel kleiner als beim Eisen,

bei Nickel weniger als halb so groß. Spiegel von Eisen, Nickel und Kobalt zeigen auch im reflektierten Lichte Drehung der Polarisationsebene; die Erscheinungen sind aber zu kompliziert, als daß wir sie hier genauer beschreiben könnten. Das enorme Rotationsvermögen der magnetischen Metalle ist ebenso merkwürdig, wie der Umstand, daß das relativ stark magnetische Eisenchlorid negative Drehung zeigt.[1]

§ 535. Magnetooptische Funktion und Magnetisierungsfunktion. Bei den stark magnetischen Metallen Eisen, Nickel, Kobalt liegt die Annahme nahe, daß die Drehung der Polarisationsebene wesentlich nur von der magnetischen Polarisation ihres Innern abhängig sei. Dementsprechend scheint es natürlicher, die Drehung φ als Funktion des spezifischen magnetischen Momentes $\mathfrak{J}$ darzustellen, statt als Funktion der Feldintensität $\mathfrak{H}$. Nun kann man bei einer dünnen Scheibe nach dem in § 448 angegebenen Satze

$$\mathfrak{J} = \frac{\varkappa}{1 + 4\pi\varkappa}\mathfrak{H}$$

setzen, wo $\varkappa$ die Magnetisierungsfunktion bezeichnet. Die magnetische Drehung kann dann ausgedrückt werden in der Form:

$$\varphi = C\frac{1 + 4\pi\varkappa}{\varkappa}\mathfrak{J}l.$$

Führen wir die neue Größe

$$D = C\frac{1 + 4\pi\varkappa}{\varkappa}$$

ein, so ergiebt sich die Formel:

$$\varphi = D\mathfrak{J}l$$

und nun zeigen die Beobachtungen, daß D konstant ist. Seine Werte sind für

Kobalt	820000
Nickel	650000
Eisen	540000.

Dabei sind die Winkel wieder in Sekunden ausgedrückt. Um auf Bogenmaß zu reduzieren, muß man die Werte mit $4{,}85 \times 10^{-6}$ multiplizieren.

Es gilt hiernach für die stark magnetischen Metalle der Satz:[2]

Die magnetooptische Funktion einer dünnen Scheibe ist proportional mit $\frac{\varkappa}{1 + 4\pi\varkappa}$, wo $\varkappa$ die Magnetisierungsfunktion des Metalles bezeichnet.

---

[1] Kundt, Über die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes in Eisen. Wied. Ann. 1886. Bd. 27. p. 191.

[2] Du Bois, Magnetische Cirkularpolarisation in Kobalt und Nickel. Wied. Ann. 1887. Bd. 31. p. 941.

II. Kapitel. Die elektromagnetische Theorie des Lichtes und die elektromagnetischen Wellen.

§ 536. Maxwells elektromagnetische Theorie des Lichtes. Die innigste Verbindung zwischen Elektrizität und Licht wurde hergestellt durch die von Maxwell aufgestellte elektromagnetische Theorie des Lichtes, nach der die Schwingungen des Lichtes nichts anderes sind als elektromagnetische Schwingungen im Äther oder in einem dielektrischen Mittel. Es wird zunächst unsere Aufgabe sein, die allgemeinen Umrisse dieser Theorie zu entwerfen.

Wir betrachten zu diesem Zweck ein unbegrenztes dielektrisches Medium und in diesem eine Ebene, in der die kleinsten Elemente alle in demselben Sinne elektrisch polarisiert seien. Es sei also jedem Element ein elektrisches Moment mitgeteilt, dessen Größe bei allen dieselbe, dessen Axe bei allen einer in jener Ebene liegenden Richtung parallel ist. Wenn das Medium sich selbst überlassen ist, so kann ein solcher Zustand nicht beharren, da jede elektrische Polarisation zu ihrer Erhaltung einer äußeren Kraft bedarf; die elektrischen Momente müssen wieder verschwinden, üben aber währenddem auf die benachbarten Elemente außer elektrostatischen auch elektrodynamische Wirkungen aus; die Folge davon muß, wie Maxwell durch Rechnung gezeigt hat, eine wellenförmige Ausbreitung der elektrischen Polarisation sein. Für die Geschwindigkeit V, mit der die ebene elektrische Welle parallel mit der Ebene der ursprünglichen Störung in dem Mittel fortschreitet, wurde gefunden $V = \frac{v}{\sqrt{K}}$, wo v die in § 440 besprochene Konstante und K die dielektrische Konstante des Mediums ist. Wenn wir das Mittel, in dem die Bewegung sich vollzieht, gleichzeitig als ein magnetisierbares betrachten, so ist jede elektrische Verschiebung mit einer magnetischen verbunden, und jeder Wechsel der magnetischen Polarisation erzeugt wieder elektromotorische Kräfte. Sofern wechselnde elektrische Polarisation wirkt wie galvanische Strömung, müssen die magnetischen Kräfte und die ihnen entsprechenden magnetischen Verschiebungen zu den elektrischen senkrecht stehen und in derselben Ebene liegen, wie die elektrischen Polarisationen. Wenn also die ursprüngliche Störung auf eine Ebene beschränkt war, so schreiten in der Richtung ihrer Normalen zwei Wellen, eine elektrische und eine magnetische, fort; ihre Geschwindigkeit ist dieselbe und hängt nun nicht bloß von der dielektrischen Konstanten, sondern auch von der magnetischen Permeabilität μ des Mediums ab; sie ist gegeben durch $V = \frac{v}{\sqrt{K\mu}}$.

Die gegenseitige Lage der drei Richtungen, die bei der Ausbreitung einer solchen elektromagnetischen Welle in Betracht kommen, ist in Figur 546 gezeichnet.

Wir setzen nun entsprechend § 405 fest, daß alle unsere Maßbestim-

mungen, auch die Bestimmung von v, bezogen werden auf den leeren Raum oder den Äther, d. h. daß in diesem die Werte von K und μ gleich Eins genommen werden. Wenden wir also die von Maxwell gefundene Formel auf den Äther an, so ergiebt sich für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Welle der Wert $V = v$. Die Konstante v hat den neueren Bestimmungen zufolge den Wert $2{,}9966 \times 10^{10}\,\mathrm{cm} \cdot \mathrm{sec}^{-1}$. Dabei ist aber die diëlektrische Konstante der Luft gleich Eins genommen. Die Reduktion auf den leeren Raum erfolgt durch Multiplikation mit der Wurzel aus dem Werte, den die diëlektrische Konstante der Luft im Vergleich mit dem leeren Raume besitzt, also nach § 405 durch Multiplikation mit $\sqrt{1{,}000590}$; bezogen auf den leeren Raum, erhalten wir daher $v = 2{,}9975 \times 10^{10}$, und dieses ist zugleich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer elektromagnetischen Welle im leeren Raume. Auf der anderen Seite ist die Geschwindigkeit des Lichtes im leeren Raume

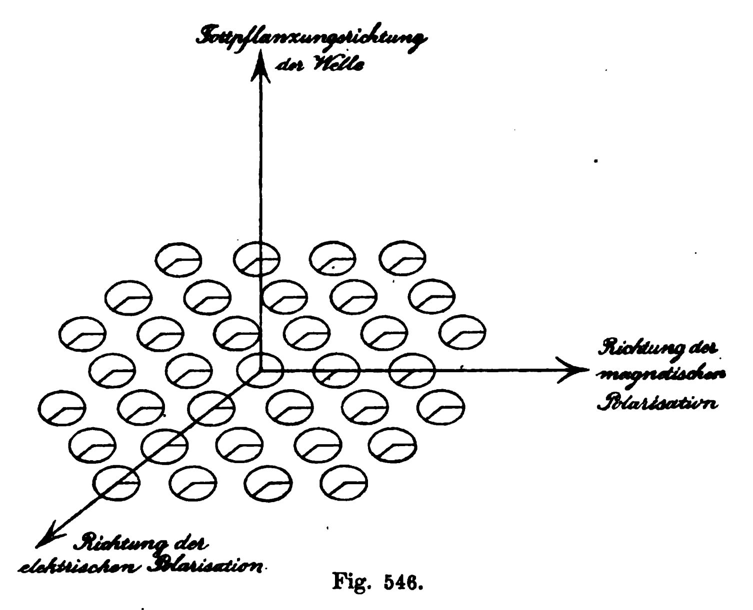


Fig. 546.

gleich $2{,}9964 \times 10^{10}\,\mathrm{cm} \cdot \mathrm{sec}^{-1}$, also identisch mit der vorher berechneten. Daran knüpft sich nun die Vorstellung, daß ein und dasselbe Medium, der den leeren Raum und alle Körper durchdringende Äther, Träger der elektromagnetischen und der Lichterscheinungen ist, daß das Licht auf elektromagnetischen Wellen beruht, die im Äther infolge elektrischer und magnetischer Wechselwirkungen sich fortpflanzen. Für diese Anschauung ergiebt sich sofort eine weitere Prüfung, wenn wir die Lichtgeschwindigkeit in einem beliebigen Körper betrachten; ihr Verhältnis zu der Lichtgeschwindigkeit im leeren Raume bestimmt das Brechungsverhältnis des Körpers. Nun gilt aber für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer elektromagnetischen Welle in dem Körper die Gleichung

$V = \frac{v}{\sqrt{K\mu}}$. Setzen wir, was nur bei wenigen stark magnetischen Metallen nicht zulässig sein wird, $\mu = 1$, so ist $V = \frac{v}{\sqrt{K}}$ und $\frac{v}{V} = \sqrt{K}$. Sind die elektromagnetischen Wellen identisch mit Lichtwellen, so ist $\frac{v}{V}$ gleich dem Brechungsverhältnis, und wir kommen nun zu dem Satze: Das absolute Brechungsverhältnis eines Körpers ist gleich der Quadratwurzel aus seiner diëlektrischen Konstanten. Die folgende Tabelle zeigt, inwieweit dieser Satz durch die Erfahrung bestätigt wird.

	K	$\sqrt{K}$	n
Luft	1,000 590	1,000 295	1,000 294
Wasserstoff (H)	1,000 264	1,000 132	1,000 138
Kohlenoxyd (CO)	1,000 690	1,000 345	1,000 340
Kohlensäure (CO_2)	1,000 946	1,000 473	1,000 449
Äthylen (C_2H_4)	1,001 312	1,000 656	1,000 678
Methan (CH_4)	1,000 944	1,000 472	1,000 448
Stickstoffoxydul (N_2O)	1,000 994	1,000 497	1,000 503
Schwefel (S) K_1	4,773	2,185	2,166
Schwefel (S) K_2	3,970	1,992	1,971
Schwefel (S) K_3	3,811	1,952	1,895
Schwefelkohlenstoff (CS_2)	2,609	1,615	1,611
Benzol (C_6H_6)	2,338	1,528	1,497
Toluol (C_7H_8)	2,365	1,538	1,491
Flintglas	6,6	2,6	1,6
Alkohol (C_2H_6O)	25	5	1,36
Wasser	80	8,9	1,33

Die besonders in den letzten Fällen hervortretenden Abweichungen finden ihre Erklärung in der Abhängigkeit der diëlektrischen Konstanten von der Wellenlänge, von der Schwingungsdauer der Polarisationsvorgänge, welche ihrer Bestimmung zu Grunde liegen.

Beim Schwefel unterscheidet man drei Hauptbrechungsverhältnisse entsprechend den Fortpflanzungsgeschwindigkeiten, welche das Licht in den Richtungen der drei Hauptaxen der Wellenfläche besitzt (§ 292). In Übereinstimmung hiermit ist beim Schwefel auch die diëlektrische Konstante abhängig von der Richtung der Polarisation gegen die Axen des Krystalls; die Werte, welche für die Hauptaxen der Wellenfläche als Richtungen der diëlektrischen Verschiebung gelten, sind durch K_1, K_2, K_3 bezeichnet, ihre Wurzeln stimmen überein mit den Hauptbrechungsverhältnissen.

§ 537. Hertzsche Schwingungen. Will man direkt die Übereinstimmung von elektrischen Wellen und Lichtwellen nachweisen, so handelt es sich zunächst um die Apparate und Einrichtungen zu der Erzeugung elektrischer Wellen; sie müssen aber so gewählt werden, daß die erzeugten Wellen eine für die Nachahmung der charakteristischen Ausbreitungserscheinungen des Lichtes passende Länge besitzen. Nun haben wir in § 409 gesehen, daß die Entladung einer Leidener Flasche ein oscillatorischer Vorgang ist, daß die Elektrizität dabei zwischen den Belegen der Flaschen hin- und herschwingt. Die kleinste der von uns

angegebenen Oscillationsdauern T betrug eine milliontel Sekunde. Wenn diese Schwingungen zu elektromagnetischen Wellen in dem umgebenden Luftraum Veranlassung geben, die sich mit der Geschwindigkeit des Lichtes ausbreiten, so ist ihre Wellenlänge $\lambda = 2Tv = 600$ m, also viel zu groß, als daß man Erscheinungen beobachten könnte, wie sie der Interferenz, der Brechung des Lichtes entsprechen. Die Dauer einer einfachen Schwingung beträgt bei der D-Linie des Sonnenspektrums $0{,}98 \times 10^{-15}$ Sekunden, bei einer Wellenlänge von 0,018 mm, wie sie etwa der äußersten Grenze des Wärmespektrums entspricht, ist die Dauer der einfachen Schwingung gleich 3×10^{-14} Sekunden. Man sieht, welch ungeheurer Unterschied zwischen der schnellsten Entladung einer Leidener Flasche und der Schwingung des Lichtes besteht. Nun giebt aber das Gesetz der Flaschenentladung selbst den Fingerzeig, wie man zu sehr viel schnelleren elektrischen Schwingungen kommen kann. Die Dauer der einfachen Schwingung ist dabei gegeben durch den Ausdruck $T = \frac{\pi}{v}\sqrt{CL}$; hier bezeichnet C die Kapazität des Kondensators, L den Koëffizienten der Selbstinduktion für die beide Belege verbindende Leitung, v die Geschwindigkeit des Lichtes. Je kleiner man C und L macht, um so kleiner wird T. Von dieser Überlegung geleitet, ersetzte Hertz die Leidener Flasche durch zwei quadratische Messingplatten von 40 cm Seitenlänge, die durch einen 70 cm langen, $\frac{1}{2}$ cm dicken Kupferdraht verbunden wurden. In der Mitte des letzteren war eine Funkenstrecke eingeschaltet, deren Pole durch gut polierte Messingkugeln gebildet wurden. Kleinere Wellen erzielte er mit Hilfe von cylindrischen Messingkörpern von 3 cm Durchmesser und 26 cm Länge, in der Mitte unterbrochen durch die Funkenstrecke, deren Pole beiderseits durch Kugelflächen von 2 cm Halbmesser gebildet wurden. Die Ladung der Konduktoren, der sogenannten **primären Leiter**, erfolgte mit Hilfe eines Ruhmkorffschen Induktors; seine sekundäre Spirale wurde mit den Konduktoren durch Drähte verbunden, die nahe der Funkenstrecke zu beiden Seiten derselben mündeten. Figur 546 zeigt diese Verbindung eines **Hertzschen Oscillators** mit dem Induktor. Auf diesem Wege gelang es Hertz, elektrische Schwingungen zu erzeugen, deren Schwingungsdauer bei den ersten Versuchen eine hundert-

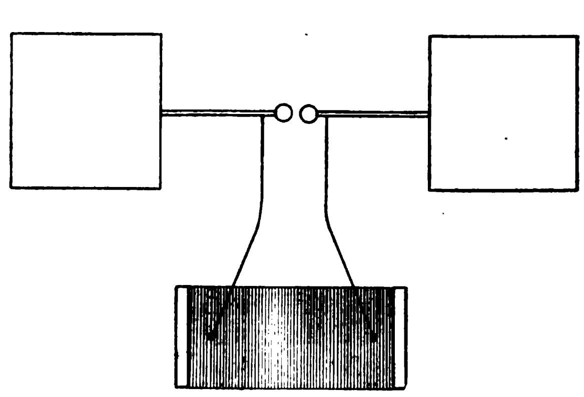


Fig. 547. Oscillator.

millionteI, bei späteren nur noch eine tausendmilliontel Sekunde betrug. Die Wellenlängen entsprechender, im Luftraum sich ausbreitender Wellen betragen noch 600, beziehungsweise 60 cm. Seitdem ist es gelungen, die Länge elektrischer Wellen auf 7,5 cm und sogar auf nur 0,6 cm herabzudrücken.[1]

§ 538. Der Resonator. Es handelt sich nun um ein Mittel, die Wirkungen der von dem primären Leiter ausgesandten Wellen in größerer Entfernung von ihm wahrzunehmen. HERTZ entdeckte ein solches in einem zweiten Leiter, in welchen an einer Stelle eine sehr kleine Funkenstrecke eingeschaltet war; der Leiter konnte im übrigen die Form eines Kreises haben, wie in Figur 548, oder aus einem geraden Drahte bestehen, der durch die Funkenstrecke in der Mitte unterbrochen war. Die von dem primären Leiter ausgesandten elektromagnetischen Wellen setzen die Elektrizität in dem Drahte in Schwingung und lassen einen Funken in der Unterbrechungsstelle entstehen. Die oscillatorische Entladung, welche in dem sekundären Leiter hervorgerufen wird, ist zu vergleichen mit der erzwungenen Schwingung, in die der Resonanzboden eines Klaviers durch den Ton der Saiten versetzt wird. Wir können aber dem sekundären Leiter eine solche Größe geben, daß die ihm eigentümlichen Schwingungen dieselbe Periode besitzen, wie die des primären Leiters. Unter diesen Verhältnissen ergiebt sich eine verstärkte Resonanz, etwa wie bei zwei gleichgestimmten Saiten. Mit diesen Hilfsmitteln untersuchte HERTZ die Ausbreitungserscheinungen der elektrischen Wirkung, die von dem primären Leiter in dem umgebenden Luftraum ausgeübt wurde; es ergaben sich Verhältnisse, aus denen geschlossen werden mußte, daß jene Wirkungen mit endlicher Geschwindigkeit durch eine Wellenbewegung sich verbreiten. Damit ist aber zugleich gezeigt, daß die elektrischen Kräfte nicht unmittelbar von einem Körper auf den anderen in die Ferne wirken, sondern daß sie durch das die Körper trennende Medium von dem einen zum anderen geleitet werden.

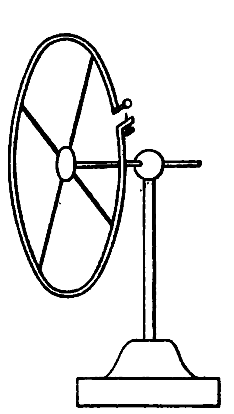


Fig. 548. Resonator.

§ 539. Reflexion elektrodynamischer Wellen. Im Innern einer metallischen Hülle ist die elektrische Kraft Null; die Hülle schützt die in ihrem Innern liegenden Punkte gegen äußere elektrische Wirkungen. Ähnlich schützt schon ein einfacher Metallschirm von einiger Ausdehnung die hinter ihm, nahe seiner Mitte liegenden Punkte gegen elektrische Wirkungen, welche von Körpern herrühren, die vor dem Schirme sich befinden. Vor einem solchen Schirme von hinreichender Größe

[1] RIGHI, Rend. R. Acc. dei Lincei 1893. p. 505. V. 2. I. Sem. — LEBEDEW, Über die Doppelbrechung der Strahlen elektrischer Kraft. WIED. Ann. 1895. Bd. 56. p. 1.

möge nun der Oscillator so aufgestellt werden, daß die Schwingungsrichtung der Elektrizität eine vertikale ist. Der Schirm wird, um jede Ansammlung von Elektrizität zu verhindern, nach der Erde abgeleitet. An seiner Oberfläche muß die elektrische Kraft Null sein; dies ist nur möglich, wenn die elektrischen Wellen von ihm reflektiert werden, so daß an seiner Oberfläche ein Knotenpunkt ihrer Schwingung entsteht; ebensolche Knotenpunkte müssen sich dann auch vorwärts von dem Schirme durch Interferenz der direkten und reflektierten Wellen bilden; wir erhalten eine stehende Schwingung (Fig. 549a), ebenso wie bei der

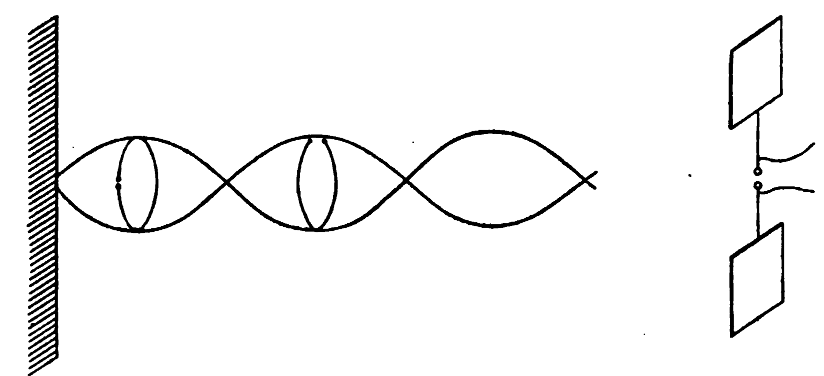


Fig. 549a. Stehende elektrische Wellen.

senkrechten Reflexion von Wasserwellen an einer festen, begrenzenden Wand. Die Lage der Bäuche und Knoten der elektrischen Wellen läßt sich mit einem kreisförmigen Resonator feststellen. Man bringt ihn in die Wellenebene mit der Funkenstrecke in dem horizontalen Durchmesser, wie bei dem der Wand zunächst gezeichneten Kreise; in den Bäuchen spricht er an, in den Knoten verschwindet der Funken. Die Schwingung im Resonator wird dabei durch die elektrischen Kräfte erregt, welche auf den der Funkenstrecke gegenüberliegenden Halbkreis wirken; ihnen stehen allerdings die Kräfte entgegen, welche auf die Quadranten zu beiden Seiten der Funkenstrecke ausgeübt werden; sie kommen aber nicht in gleicher Weise zur Geltung, da die Bewegung der Elektricität in dem die Funkenstrecke enthaltenden Halbkreis eben durch diese gehemmt wird. Dreht man den Resonator, so daß die Funkenstrecke in den Endpunkt des vertikalen Durchmessers fällt, wie bei dem zweiten der gezeichneten Kreise, so ist überall keine Wirkung vorhanden. Damit ist erwiesen, daß die elektrischen Schwingungen transversaler Natur sind, parallel der ursprünglichen Schwingung in dem primären Leiter. Bei dem letzten Versuche wirkt nämlich die vertikale elektrische Kraft in jedem Augenblicke in derselben Weise auf die beiden Halbkreise zur Seite des vertikalen Durchmessers; die Pole der Unterbrechungsstelle werden daher immer auf gleichem elektrischem Potential erhalten, und die Erscheinung eines Funkens ist nicht möglich.

Die in vertikaler Richtung sich vollziehenden Schwingungen des Oscillators erzeugen nicht bloß elektrische, sondern auch magnetische Kraftlinien. Betrachten wir den Teil des Oscillators, in dem die Schwingungen längs einer geraden vertikalen Linie sich vollziehen, so sind in seiner Nähe die magnetischen Kraftlinien durch horizontale Kreise dargestellt, die jene Linie zur gemeinsamen Axe haben. In weiterem Abstande werden nahe der Mittellinie der Funkenstrecke die magnetischen Kraftlinien gerade Linien sein, die horizontal liegen und zu jener Linie, d. h. zu der Ausbreitungsrichtung der elektrischen Welle, senkrecht stehen. Die magnetischen Kraftlinien wechseln ihre Richtung ebenso periodisch, wie die Schwingungen des Oscillators. Ihre Schwingung läßt sich ebenso, wie die der elektrischen Wellen, mit dem Resonator nachweisen, nur muß dieser jetzt mit seiner Ebene in die Richtung des Strahles, der

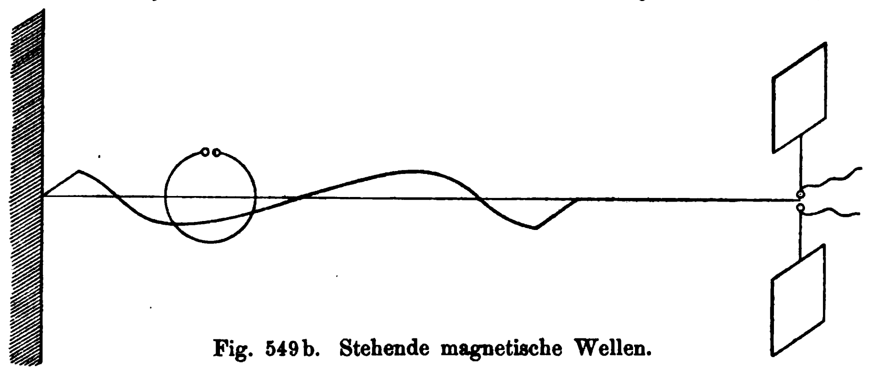


Fig. 549b. Stehende magnetische Wellen.

Schwingung im Oscillator parallel gestellt werden, wie dies durch Figur 549b anschaulich gemacht wird.

Man findet dann, daß die magnetische Kraft infolge der reflektierenden Wirkung des Schirmes ebenso in eine stehende Schwingung versetzt wird, wie die elektrische; ihre Wellenlänge und somit auch die Geschwindigkeit der Ausbreitung ist dieselbe, wie bei der elektrischen Schwingung; aber die magnetische Welle ist gegen die elektrische um eine viertel Wellenlänge verschoben; sie hat ihre Bäuche da, wo die elektrische ihre Knoten hat, und umgekehrt. Überdies ergiebt sich aus unserer Betrachtung, daß bei unserer elektromagnetischen Welle die magnetischen Schwingungen zu den elektrischen senkrecht stehen, wie wir schon in § 298 angeführt haben.

§ 540. Strahlen elektrischer Kraft. Um die Analogie zwischen der Ausbreitung elektrischer Wellen und den Erscheinungen des Lichtes noch weiter zu verfolgen und ihr unmittelbare Anschaulichkeit zu verleihen, bedürfen wir begrenzter elektrischer Wellen, die, in der Richtung ihrer Normalen fortschreitend, elektrische Strahlen erzeugen. Hertz hat solche erhalten, indem er den primären Leiter in die Brennlinie eines großen Hohlspiegels von der Gestalt eines parabolischen Cylinders brachte (Fig. 550). Aus diesem dringt dann ein elektrischer Wellenstrahl hervor, der alle Eigenschaften

eines Lichtstrahles besitzt. Um ihn dem Auge sichtbar zu machen, werfen wir ihn auf einen zweiten, ganz gleichen Hohlspiegel, in dessen Brennlinie der Resonator, ein geradliniger, durch eine Funkenstrecke unterbrochener Draht, sich befindet. Um den entstehenden Funken ungehindert beobachten zu können, werden die beiden Hälften des Drahtes, wohl isoliert, durch den Hohlspiegel durchgeführt, die Funkenstrecke hinter

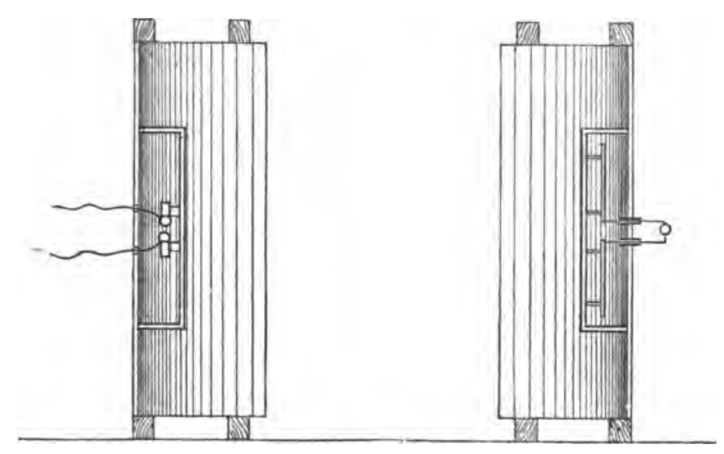


Fig. 550. Elektrische Strahlen.

den Spiegel verlegt. Mit diesen Hilfsmitteln kann die geradlinige Ausbreitung der elektrischen Strahlen gezeigt werden. Leitende Körper, wie z. B. Metallschirme, in den Weg der Strahlen gebracht, lassen den Strahl nicht durch, sie werfen Schatten. Es ist dies eine Folge der im vorhergehenden Paragraphen besprochenen Reflexion, die wir nun ebenso bei schiefer Incidenz, wie früher bei senkrechter untersuchen. Wir können durch große Prismen von Pech oder Asphalt die elektrischen Strahlen brechen. Bringen wir zwischen die beiden Hohlspiegel ein großes, aus parallelen Kupferdrähten von etwa 3 cm Abstand hergestelltes Gitter, so gehen die Strahlen durch, wenn die Drähte zu der Richtung der elektrischen Schwingung senkrecht stehen; wenn aber die Drähte mit den Brennlinien

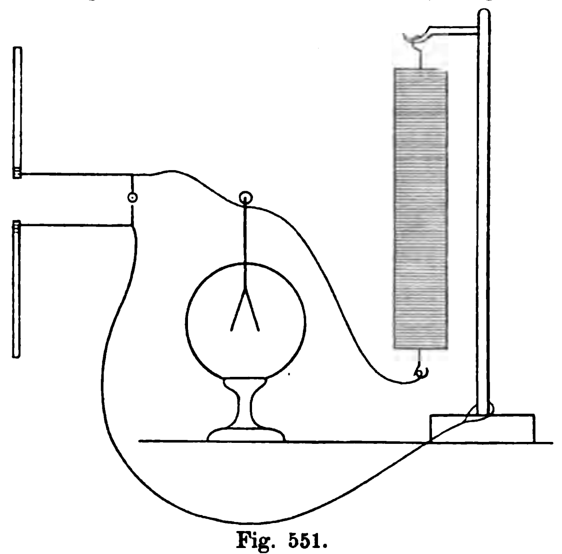


Fig. 551.

der Spiegel parallel sind, so gehen die Strahlen nicht durch; sie werden vielmehr vollständig reflektiert, wovon man sich leicht durch einen direkten Versuch überzeugen kann. Das Gitter verhält sich demnach ähnlich, wie eine Turmalinplatte gegen einen geradlinig polarisirten Lichtstrahl.

Die Beobachtung der sehr feinen Funken an der Unterbrechungsstelle des Resonators ist mühsam. Bequemer ist die folgende Methode. Man verbindet die Kugel der Unterbrechungsstelle mit dem einen Pole einer Zambonischen Säule und dem Knopfe eines Goldblattelektroskops. Die Spitze wird zur Erde abgeleitet, ebenso der andere Pol der Säule. Sobald Funken zwischen Kugel und Spitze übergehen, wird die Isolation aufgehoben und die Blätter des von der Säule geladenen Elektroskops zucken zusammen (Fig. 551).

§ 541. Reflexion elektrischer Wellen an diëlektrischen Körpern. Wenn elektrische Schwingungen nichts anderes sind, als Lichtschwingungen von verhältnismäßig langer Dauer, so muß Reflexion elektrischer Wellen auch an der Oberfläche von Isolatoren stattfinden, und es müssen sich dabei dieselben Erscheinungen zeigen wie bei Lichtwellen, die wir etwa an einer ebenen Glasfläche reflektieren lassen, insbesondere also die Erscheinungen der Polarisation. In der That, wenn man einen elektrischen Strahl unter einem Winkel von 60°—65° auf eine Schwefelplatte fallen läßt, so wird er reflektiert, wenn die Oscillationsrichtung zu der Einfallsebene senkrecht steht, wie in Figur 552; es findet keine

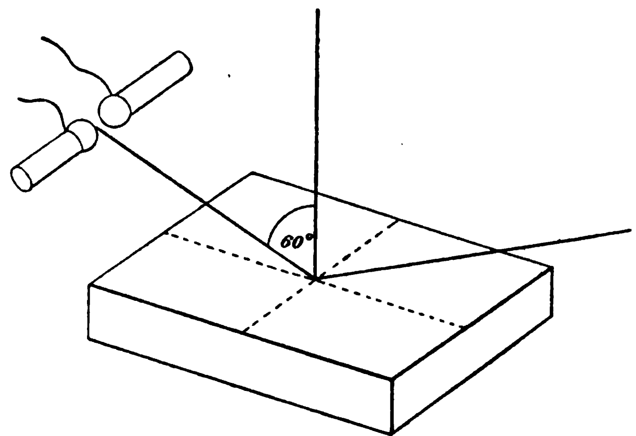


Fig. 552. Reflexion an einer Schwefelplatte.

Reflexion statt, wenn die elektrischen Schwingungen in der Einfallsebene liegen, wie in Figur 553. Wenn also umgekehrt das Licht auf elektrischen Schwingungen beruht, so steht bei einem unter dem Polarisationswinkel reflektierten Lichtstrahl die elektrische Schwingung senkrecht zu der Einfallsebene, oder allgemein ausgedrückt: Die elektrischen Schwingungen eines polarisierten Lichtstrahles stehen auf der Polarisationsebene senkrecht.

Bei der Ausführung des Versuches wählt man die Dicke der Schwefel-

platte am besten gleich einem Viertel der Wellenlänge. Platten, deren Dicke im Verhältnis zu der Wellenlänge klein ist, verhalten sich wie die Berührungsstelle von Linse und Planglas bei dem Versuch mit den NEWTONschen Ringen; die an der vorderen und der hinteren Fläche reflektierten Strahlen bekommen eine Phasenverschiebung von einer halben Wellenlänge und heben wechselseitig ihre Schwingungen auf.[1]

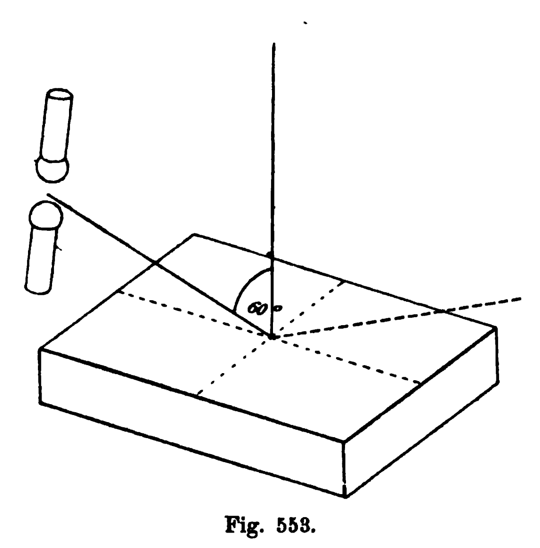


Fig. 553.

§ 542. Wirkung der Drahtgitter auf elektrische Strahlen und auf Lichtstrahlen. Wir schließen an das vorhergehende noch eine weitere Bemerkung, die sich auf das Verhältnis der Lichtstrahlen und der HERTZschen Strahlen bezieht. In § 540 haben wir bemerkt, daß ein aus parallelen Drähten hergestelltes Gitter den elektrischen Strahlen gegenüber sich ähnlich verhält wie ein Turmalin den Lichtstrahlen gegenüber. Nach dem Ergebnis der vorhergehenden Betrachtung würde sich das Verhältnis genauer in folgender Weise darstellen. Ein Turmalin läßt Lichtstrahlen durch, wenn ihre Polarisationsebene zu der Axe des Krystalles senkrecht steht, d. h. wenn die elektrischen Schwingungen der Strahlen jener Axe parallel sind; er hält die Strahlen zurück, wenn ihre Polarisationsebene mit der Axe parallel ist, wenn ihre elektrischen Schwingungen zu der Axe senkrecht stehen. Wollten wir die beiden Wirkungen einander vollkommen entsprechen lassen, so müssten wir die Drähte des Gitters zu der Axe des Turmalins senkrecht stellen. Nun kann man weiter fragen, wie sich polarisierte Lichtstrahlen beim Durchgang durch Metalldrahtgitter verhalten, ob sich also der HERTZsche Versuch aus den makroskopischen Dimensionen der elektrischen Wellen übersetzen läßt in die transmikroskopischen der Lichtwellen. Von vornherein übersieht man, wie schwer es sein würde, vollkommene Analogie herzustellen. Bei der Größe der elektrischen Wellen ist es leicht, den Abstand der Drähte gleich einem Bruchteil der Wellenlänge zu machen. Beim Lichte konnte man im ultraroten Teil des Spektrums Strahlen von einer Wellenlänge von 6μ (§ 11) benützen, während der kleinste Betrag, auf den der Abstand der Gitterdrähte bisher reduziert werden konnte, immer noch etwa 10μ betrug. Wenn aber unter diesen Verhältnissen

[1] KLEMENČIČ, Über die Reflexion von Strahlen elektrischer Kraft an Schwefel- und Metallplatten. WIED. Ann. 1892. Bd. 45. p. 62.

die Analogie zwischen Lichtstrahlen und HERTZschen Strahlen bestehen bliebe, so wäre zu erwarten, daß Lichtstrahlen von einem solchen Gitter besser durchgelassen werden, wenn ihre Polarisationsebene den Drähten parallel ist, weniger gut, wenn sie zu ihnen senkrecht steht; denn im ersten Fall sind die elektrischen Schwingungen des Lichtstrahles zu der Richtung der Drähte senkrecht, im zweiten mit ihnen parallel. Bei der experimentellen Prüfung der Frage wurde die sogenannte bolometrische Methode benützt; die durch das Gitter geworfenen polarisierten Strahlen trafen einen Streifen aus sehr dünnem Eisenband, wurden in diesem absorbiert, und erhöhten seine Temperatur. Die hierdurch bedingte Vermehrung des galvanischen Widerstandes diente als Maß der von dem Drahtgitter hindurchgelassenen Strahlung. Die Resultate der Untersuchung sind ungemein überraschend; sie sind durch Figur 554 anschaulich gemacht. Auf der horizontalen Axe sind die Wellenlängen abgetragen. Die Intensität der Strahlung, die von dem Gitter durchgelassen wird, wenn die Polarisationsebene zu der Richtung der Drähte senkrecht steht, die elektrische Schwingung also den Drähten parallel ist, sei gleich P; wenn umgekehrt die Polarisationsebene der Richtung der Drähte parallel ist, die elektrischen Schwingungen daher zu der Richtung der Drähte senkrecht stehen, so sei die Intensität der durchgelassenen Strahlung gleich S. Das Verhältnis $P:S$ ist in der Figur als Ordinate senkrecht zu der Axe der Wellenlängen aufgetragen. Die ausgezogene Kurve bezieht sich auf ein Gitter aus Silberdraht, die gestrichelte auf ein solches aus Kupfer, die punktierte auf eines aus Eisen. Der gestrichelte Abschnitt der horizontalen Axe entspricht dem Umfang des sichtbaren Spektrums.

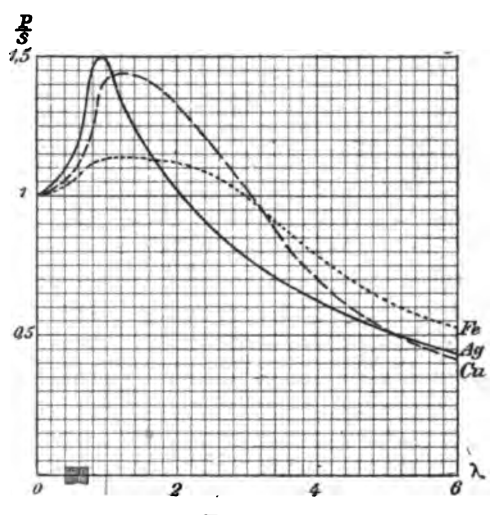


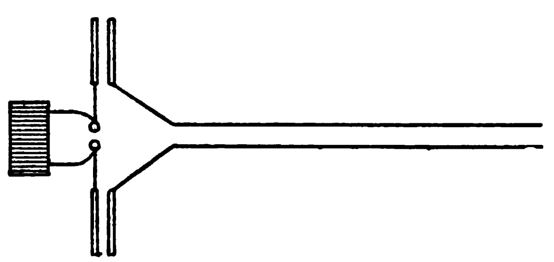
Fig. 554.

Das Merkwürdige ist, daß der Quotient $\frac{P}{S}$ nur für größere Wellenlängen kleiner als Eins ist, wie nach § 540 bei den elektrischen Wellen; es existiert dann eine kritische Wellenlänge, für die P und S einander gleich werden. Bei kleineren Wellenlängen wird P größer als S. Die Strahlen des sichtbaren Spektrums im besonderen verhalten sich durchaus entgegengesetzt, wie die HERTZschen. Der Übergang zu dem Verhalten HERTZscher Strahlen vollzieht sich aber schon im ultraroten Teile des Spektrums. Nach den Versuchen von § 540 werden elektrische

Wellen überhaupt nicht durch ein Gitter gelassen, wenn ihre Schwingungsrichtung den Drähten des Gitters parallel ist. Bei Wellen von der Länge der Hertzschen wird also $P = 0$; daraus würde man schließen können, daß die Kurven der Figur 554 bei zunehmender Wellenlänge der Abscissenaxe sich mehr und mehr nähern werden.

§ 543. Elektrische Wellen in Drähten. Schon in einer seiner ersten Arbeiten hatte Hertz die Ausbreitung elektrischer Wellen in einem geradlinig ausgespannten Drahte mit der in der Luft direkt sich fortpflanzenden Schwingung verglichen. Die Resultate der Untersuchung wurden durch störende Nebeneinflüsse getrübt. Die Wiederholung der Versuche unter günstigeren Bedingungen hat zu sehr wichtigen Ergebnissen geführt, über die wir noch kurz berichten wollen.

Der Hertzsche Oscillator besteht aus zwei ebenen quadratischen Messingplatten, an welche zwei Drähte angelötet sind. Diese endigen in Kugeln und bilden einen geradlinigen, durch eine kleine Funkenstrecke unterbrochenen Leiter. Die von der sekundären Spirale des Induktors kommenden Drähte sind zu beiden Seiten der Funkenstrecke befestigt. Den Platten des Oscillators gegenüber stehen zwei Platten, in denen die oscillierenden Ladungen der ersteren synchrone elektrische Schwingungen erzeugen; sie werden dann in zwei parallelen, 7 cm voneinander abstehenden Drähten weiter geleitet (Fig. 555). Die in diese eintretenden Wellen werden an den freien Enden reflektiert und es bilden sich stehende Schwingungen. Ihre Knoten können mit Hilfe eines Resonators aufgefunden werden. Der Abstand zweier Knoten entspricht der halben Wellenlänge.


Fig. 555. Drahtwellen.

Es zeigt sich nun, daß dieser Abstand nicht abhängig ist von der Beschaffenheit des Drahtes, sondern nur von der Natur des ihn umgebenden Mediums. Das Verhältnis der Wellenlänge in Luft zu der in einem anderen Mittel ist gleich der Wurzel aus seiner diëlektrischen Konstanten, d. h. gleich dem Brechungsquotienten elektrischer Wellen, die aus Luft in das betreffende Mittel eindringen. In Wasser sind die Wellen 8,57 mal kürzer als in Luft; für die diëlektrische Konstante des Wassers ergiebt sich daraus der Wert 73,5. Die Beobachtungen führen zu dem Schluß, daß nicht die Drähte der Sitz der elektrischen Bewegung sind, sondern der umgebende Isolator; die Oberfläche der Drähte begrenzt den von Wellen erfüllten Raum; diese gleiten an ihr entlang, werden an den Enden reflektiert und erzeugen so die stehende Schwingung.

Durch die Gesamtheit der im vorhergehenden beschriebenen That-

sachen ist die Beziehung zwischen Optik und Elektrizität, welche, von Maxwell vorhergesagt, durch die Beziehung zwischen Diëlektrizitätskonstante und Brechungsverhältnis wenigstens teilweise bestätigt worden war, zu einem Gegenstand der unmittelbaren Anschauung geworden. Die Optik selbst erscheint so als ein Teil der Elektrizitätslehre; die leuchtenden Linien der Gasspektren werden ebenso durch elektrische Schwingungen erzeugt, wie die dunkeln Wärmestrahlen, die jeder Körper in den unendlichen Raum hinaus sendet. Die chemischen Wirkungen des Lichtes beruhen auf elektrischen Prozessen, wie die elektrolytische Zerlegung flüssiger Leiter.

III. Kapitel. Weitere Beziehungen zwischen Licht und Elektrizität.

§ 544. Aktinoelektrische Entladung. Die magnetische Drehung der Polarisationsebene ist die zuerst entdeckte Beziehung zwischen Licht und Elektrizität; sie bildet seit langem ein nach den mannigfachsten Richtungen hin wohl erforschtes Gebiet der Physik. Die Untersuchungen des zweiten Kapitels, die sich an die elektromagnetische Natur der Lichtschwingungen knüpfen, sind das Ergebnis der neuesten Entwickelung. Sie sind für unsere ganze Auffassung von der Natur der physikalischen Kräfte von fundamentaler Bedeutung und haben in kurzer Zeit einen bewundernswerten Grad von Vollständigkeit erreicht. Es bleiben nun noch einige Beziehungen übrig, denen wenigstens vorerst keine so große Bedeutung zukommt, wie den zuvor genannten; sie sind noch nicht soweit durchforscht, wie die Erscheinungen der magnetischen Drehung, und eröffnen nicht so weite Perspektiven, wie die Untersuchungen elektrischer Wellen. Eine von ihnen haben wir schon früher erwähnt: die Verminderung, die der galvanische Widerstand des Selens durch Belichtung erleidet. Einige andere mögen im folgenden noch kurz besprochen werden.

Bei Gelegenheit seiner Untersuchungen über elektrische Schwingungen machte Hertz eine merkwürdige Beobachtung über die Wirkung des Lichtes auf elektrische Entladungen; er fand, daß die zu einer Entladung erforderliche Potentialdifferenz durch Belichtung der Funkenstrecke, namentlich mit violetten Strahlen, vermindert wird. Die im Anschluß hieran gemachten Beobachtungen bilden den Gegenstand der folgenden Betrachtung.

Der Knopf eines Goldblattelektroskops wird mit einer amalgamierten Zinkplatte verbunden und das Elektroskop negativ geladen. Setzt man dasselbe den Strahlen einer elektrischen Lampe aus, so fallen die Blätter sehr schnell zusammen. Bei positiver Ladung ist die Wirkung der Belichtung keine merkliche.

Als außerordentlich lichtempfindlich haben sich die Alkalimetalle erwiesen. Man hat Geisslersche Röhren von Kugelform mit Wasserstoff von etwa 0,33 mm Druck gefüllt und in sie reines Kalium eingeschmolzen, das mit seiner einige Centimeter im Durchmesser haltenden

Oberfläche als Elektrode diente. Die zweite Elektrode wird durch einen Aluminiumdraht dargestellt, der nach der Erde abgeleitet ist. Die Kaliumelektrode wird mit dem Elektroskope und dem negativen Pol einer ZAMBONIschen Säule verbunden, während der andere Pol zur Erde abgeleitet wird. Im Dunkeln tritt keine merkliche Zerstreuung ein; aber schon der Zutritt des Tageslichtes genügt, um die Blätter des Elektroskops plötzlich zusammenfallen zu lassen. Der dabei durch die Zelle gehende photoelektrische Entladungsstrom ist mit dem Galvanometer meßbar. Die Zerstreuung der negativen Elektrizität wird wesentlich vermindert in einem Magnetfelde, dessen Kraftlinien zu der Richtung des Entladungsstromes senkrecht stehen. Bei positiver Ladung der Kaliumelektrode findet keine merkbare Einwirkung der Belichtung statt.

Der aktinoelektrischen Empfindlichkeit nach ordnen sich die Metalle in die Reihe: Rb K Na Li Mg Tl Zn.

Von großem Interesse ist die Thatsache, daß die aktinoelektrische Wirkung abhängig ist von der Polarisation des einfallenden Lichtes. Beobachtet man mit Strahlen, die in schiefer Richtung auf die Metalloberfläche fallen, so ist die aktinoelektrische Wirkung am geringsten, wenn die Polarisationsebene mit der Einfallsebene zusammenfällt, am größten, wenn sie dazu senkrecht steht. Die elektrischen Schwingungen und Kräfte der Strahlen sind im ersteren Fall der Grenzfläche parallel, im zweiten stehen sie im Falle der streifenden Incidenz zu ihr senkrecht.[1]

Auch die RÖNTGENschen Strahlen haben die Fähigkeit, die Elektrizität eines geladenen Goldblattelektroskops zu zerstreuen, aber sowohl bei negativer, als bei positiver Ladung, ohne daß ein merklicher Unterschied in der Größe der Zerstreuung sich geltend macht.

§ 545. Doppelbrechung im elektrischen Felde. Wir berühren zum Schluß noch einige Erscheinungen, die vorerst eine mehr sekundäre Bedeutung besitzen.

Isotrope Körper werden im elektrischen Felde doppelbrechend; bei Krystallen ändert sich die Lage der optischen Axen, die Größe der Lichtgeschwindigkeiten. Vom Standpunkte der elektromagnetischen Lichttheorie aus werden diese Erscheinungen durch eine Änderung der dielektrischen Konstanten zu erklären sein; eine solche kann mit der in § 411 besprochenen Elektrostriktion in Zusammenhang stehen; die Beobachtungen zeigen aber, daß die diëlektrische Konstante außerdem von der im elektrischen Felde entstehenden Polarisation selbst abhängen muß. In besonders auffallender Weise entwickeln sich die Erscheinungen bei Krystallen mit polaren Symmetrieaxen, bei denen die Änderungen mit der Richtung der elektrischen Kraftlinien ihr Zeichen wechseln.[2]

[1] ELSTER und GEITEL, Weitere lichtelektrische Versuche. WIED. Ann. 1894. Bd. 52. p. 433.

[2] POCKELS, Über den Einfluß des elektrostatischen Feldes auf das optische Verhalten piezoëlektrischer Krystalle. Göttingen 1894. Abh. d. Ges. d. Wiss. Bd. 39. Math.-Phys. Kl.

ZEHNTES BUCH.

THERMOELEKTRIZITÄT.

§ 546. Der Fundamentalversuch. SEEBECK machte im Jahre 1821 bei einer Untersuchung über die Natur der VOLTAschen Kräfte die folgende Beobachtung. Er setzte eine Kupferplatte auf eine Platte von Antimon und verband beide durch Kupferdrähte mit einem Galvanometer. Er bemerkte eine Ablenkung des letzteren, so oft die Stelle, an welcher der Verbindungsdraht die Antimonplatte berührte, eine andere Temperatur besaß, als die Berührungsfläche der beiden Platten. Wir können den Versuch wiederholen, indem wir in den Kreis eines Galvanometers einen Eisendraht einschalten, der an seinen Enden mit den kupfernen Zuleitungsdrähten verlötet ist (Fig. 556). Sobald die eine Lötstelle erhitzt wird, erhalten wir einen Strom. Am einfachsten ist der Versuch auszuführen mit einem aus Antimon und Wismut zusammengelöteten Rahmen (Fig. 557), der mit seiner Ebene in den magnetischen Meridian gestellt ist und eine horizontal drehbare Magnetnadel umgiebt. Wenn man die eine Lötstelle erwärmt, so wird die Nadel abgelenkt und zeigt einen galvanischen Strom an, der an der heißen Lötstelle vom Wismut zum Antimon geht. Man bezeichnet diese Ströme und die sie treibenden Kräfte als thermoelektrische.

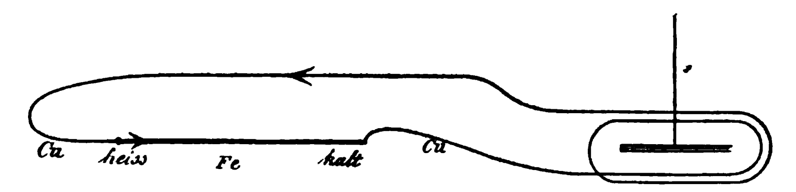


Fig. 556. Thermoelektrischer Kreis.

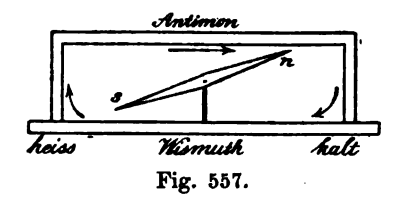


Fig. 557.

§ 547. Das Gesetz der VOLTAschen Spannungsreihe. In einem aus zwei Metallen A und B gebildeten Kreise tritt ein Strom nur auf, wenn

die Temperaturen der beiden Lötstellen verschiedene sind. Es ist daher naheliegend, die Ursache der thermoelektrischen Ströme in VOLTAS kontaktelektromotorischen Kräften, genauer ausgedrückt, in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur zu suchen. Bei gleicher Temperatur halten sich die in den Berührungsstellen vorhandenen elektromotorischen Kräfte das Gleichgewicht; es entsteht kein Strom, sondern nur eine statische Ladung der sich berührenden Metalle. Dasselbe gilt aber auch von einem aus drei Metallen A, B, C gebildeten Kreise; wenn die drei Lötstellen (AB), (BC) und (CD) gleiche Temperaturen besitzen, so erhält man keinen Strom. Dies ist nur möglich, wenn die Summe der zwischen AB und BC wirkenden elektromotorischen Kräfte gleich und entgegengesetzt ist der elektromotorischen Kraft (C, A); die Summe der beiden ersten Kräfte ist somit gleich der elektromotorischen Kraft (A, C) entsprechend dem Gesetz der VOLTAschen Spannungsreihe, das hierdurch erst seine wahre experimentelle Begründung erfährt.

§ 548. Thermoelektrische Spannungsreihe. SEEBECK hat auch für die thermoelektrischen Kräfte der Metalle eine Spannungsreihe aufgestellt: Ihre Bedeutung sollte sein, daß an der heißen Lötstelle der Strom von dem in der Reihe folgenden zu dem in der Reihe vorhergehenden Metalle fließe. Die Stärke der thermoelektrischen Wirkung sollte um so größer sein, je weiter die Metalle in der Reihe voneinander abstehen. Die von ihm gefundene Reihe ist: Antimon, Eisen, Zink, Silber, Gold, Zinn, Blei, Quecksilber, Kupfer, Platin, Wismut. Aus dem vollständigeren Gesetz der thermoelektrischen Kräfte ergiebt sich indes, daß die Aufstellung einer solchen Reihe nur innerhalb beschränkter Temperaturgrenzen möglich ist.

§ 549. Gesetz der thermoelektrischen Kräfte. Um zu dem allgemeinen Gesetz der thermoelektrischen Kräfte zu gelangen, untersuchen wir zuerst thermoelektrische Kreise, in denen ein beliebig gewähltes Normalmetall der Reihe nach mit den übrigen Metallen kombiniert wird. Als Normalmetall nehmen wir das Blei; die Temperatur der einen Lötstelle halten wir auf Null; die der anderen sei gleich ϑ Graden Celsius. Es zeigt sich, daß man die elektromotorischen Kräfte der Ketten, ihre thermoelektrischen Kräfte E, unter diesen Verhältnissen durch Gleichungen von der Form

$$E = \alpha\vartheta + \frac{\beta}{2}\vartheta^2$$

ausdrücken kann.

Stellt man die Werte von E graphisch dar, indem man sie als Ordinaten zu den entsprechenden Temperaturen ϑ als Abscissen aufträgt, so erhält man Parabeln; man sieht dies, wenn man die für E gegebene Gleichung auf die Form

$$\frac{2}{\beta}\left(E + \frac{\alpha^2}{2\beta}\right) = \left(\vartheta + \frac{\alpha}{\beta}\right)^2$$

bringt. Der Scheitel der Parabel liegt bei der Temperatur $\vartheta = -\frac{\alpha}{\beta}$; es entspricht ihm eine elektromotorische Kraft $E = -\frac{\alpha^2}{2\beta}$. Figur 558

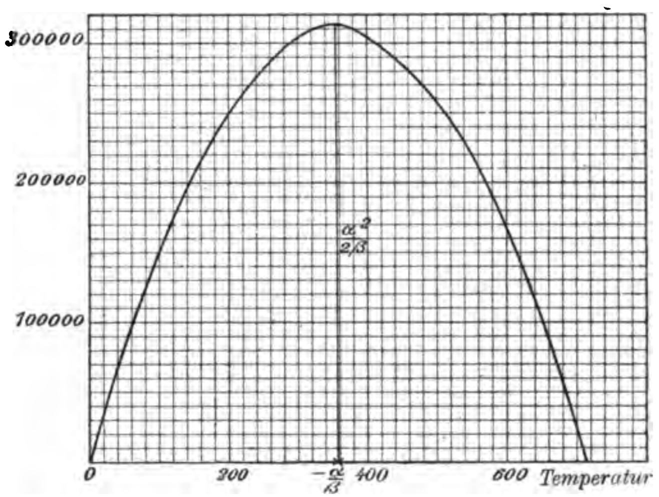


Fig. 558. Thermoelektrische Kraft des Eisens.

stellt die Parabel für den Fall des Eisens, Figur 559 für den des Kupfers dar. Dabei ist der Maßstab, nach dem die elektromotorischen Kräfte aufgetragen sind, um vieles kleiner genommen als der der Temperaturen, da die Parabeln sonst nicht auf den Raum des Blattes zu bringen sein würden.

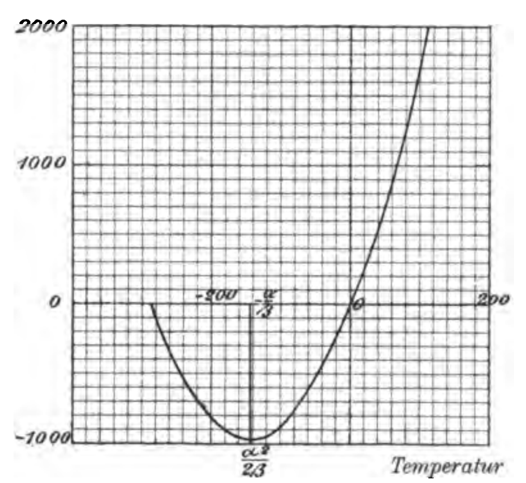


Fig. 559. Thermoelektrische Kraft des Kupfers.

Die Werte der Koëffizienten α und β sind in der folgenden Tabelle (s. S. 320) zusammengestellt. Die elektromotorischen Kräfte sind dabei gemessen in elektromagnetischem Maße, $cm^{\frac{3}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot sec^{-2}$; sie würden auf Volt durch Multiplikation mit 10^{-8} zu reduzieren sein.

Die Werte von α sind positiv genommen, wenn der Strom an der erwärmten Lötstelle von Blei zu dem betreffenden Metall fließt. Wo keine Werte von β angegeben sind, ist die elektromotorische Kraft in erster Annäherung der Temperatur ϑ proportional gesetzt, der Wert

von α bezieht sich dann auf eine mittlere Temperatur der Lötstellen von 20°. Die Erfahrung hat gezeigt, daß man mit Hilfe der in der Tabelle enthaltenen Zahlen die elektromotorischen Kräfte beliebiger Kombinationen für beliebige Temperaturdifferenzen nach den folgenden Regeln berechnen kann.

	α	β
Se	+ 80 700	—
Te	50 200	—
Sb, krystallisiert		
Fläche ⊥ zur Axe	2 640	—
Fläche ‖ zur Axe	2 260	—
Fe	1 734	− 4,87
Au	283	+ 1,02
Cd	266	+ 4,29
Pt hart	260	− 0,75
Mg	244	− 0,95
Zn	234	+ 2,40
Ag	214	+ 1,50
Cu	+ 136	+ 0,95
Pb	0	0
Hg	− 42	—
Sn	− 43	+ 0,55
Pt weich	− 61	− 1,10
Al	− 77	+ 0,39
Pd	− 625	− 3,59
Co	− 2 200	—
Ni bei 175°	− 2 204	− 5,12
bei 250°—310°	− 8 449	+ 24,1
bei 340°	− 307	− 5,12
Bi, krystallisiert		
Fläche ⊥ zur Axe	− 4 500	—
Fläche ‖ zur Axe	− 6 500	—

Wenn in einem aus zwei Metallen A und B gebildeten Kreise die eine Lötstelle auf der höheren Temperatur ϑ, die andere auf der niedrigeren ϑ_0 sich befindet, so bezeichnen wir die in ihm wirkende thermoelektrische Kraft durch das Symbol $(A, B)_{\vartheta_0}^{\vartheta}$. Wir rechnen die Kraft positiv, wenn an der wärmeren Lötstelle der Strom von B nach A fließt. Die thermoelektrischen Konstanten der beiden Metalle setzen wir gleich α_A, β_A und α_B, β_B. Für das Metall A gilt dann unsere frühere Gleichung:

$$(A, \mathrm{Pb})_0^{\vartheta} = \alpha_A \vartheta + \beta_A \vartheta^2.$$

Für dasselbe Metall gilt bei anderen Temperaturgrenzen:

$$(A, \mathrm{Pb})_{\vartheta_0}^{\vartheta} = \alpha_A (\vartheta - \vartheta_0) + \tfrac{1}{2} \beta_A (\vartheta^2 - \vartheta_0^2).$$

Ebenso ist bei dem anderen Metall

$$(B, \mathrm{Pb})_{\vartheta_0}^{\vartheta} = \alpha_B (\vartheta - \vartheta_0) + \tfrac{1}{2} \beta_B (\vartheta^2 - \vartheta_0^2).$$

Für den aus den beiden Metallen A und B gebildeten thermoelektrischen Kreis gilt:

$$(A, B)_{\vartheta_0}^{\vartheta} = (A, \mathrm{Pb})_{\vartheta_0}^{\vartheta} - (B, \mathrm{Pb})_{\vartheta_0}^{\vartheta}$$
$$= (\alpha_A - \alpha_B)(\vartheta - \vartheta_0) + \frac{\beta_A - \beta_B}{2}(\vartheta^2 - \vartheta_0^2),$$

eine Gleichung, mit deren Hilfe die thermoelektrische Kraft einer beliebigen Kombination berechnet werden kann.

Für die praktische Anwendung ist noch die folgende Bemerkung wichtig. Wenn man einen Kreis aus drei Metallen *A*, *B*, *C* herstellt und die Lötstelle (AB) auf die Temperatur ϑ, die beiden anderen (AC) und (BC) auf ein und dieselbe Temperatur ϑ_0 bringt, so ist die elektromotorische Kraft des Kreises dieselbe, wie wenn *A* und *B* direkt in einer Lötstelle von der Temperatur ϑ_0 verbunden wären. Nach dem VOLTAschen Spannungsgesetz ist dies Verhalten a priori zu erwarten.

§ 550. Der Peltiereffekt. Der Fundamentalversuch von SEEBECK findet eine sehr wichtige Ergänzung in einer von PFLTIER entdeckten Erscheinung. Wenn man durch einen aus zwei Metallen gebildeten Kreis den Strom eines galvanischen Elementes gehen läßt, so findet an der einen Lötstelle Abkühlung, an der anderen Erwärmung statt, Abkühlung da, wo der Strom von dem in der thermoelektrischen Reihe tiefer stehenden zu dem höher stehenden Metalle geht, Erwärmung bei umgekehrter Stromrichtung.

Wenden wir diesen Satz an auf eine aus zwei Metallen bestehende thermoelektrische Kette; an der heißen Lötstelle fließt der Strom von dem in der thermoelektrischen Spannungsreihe tiefer stehenden Metall zu dem höher stehenden, an der kalten umgekehrt. Es wird also nach der angeführten Regel an der heißen Lötstelle eine Absorption, an der kalten eine Produktion von Wärme eintreten; der Strom wird gleichsam eine gewisse Wärmemenge von der heißen zu der kalten Lötstelle transportieren und so selbst zu dem Ausgleich der Temperaturen beitragen; der Strom vermindert selbst die Ursache seines Entstehens, die Temperaturdifferenz der Lötstellen. Die hierdurch angedeutete Beziehung zwischen dem Peltiereffekt und den thermoelektrischen Wirkungen wird durch eine tiefer eindringende Untersuchung bestätigt; es ergiebt sich für die Wärmemenge, die an den Lötstellen eines aus den Metallen *A* und *B* gebildeten Kreises in 1 Sekunde absorbiert oder entwickelt wird, der Wert:

$$W = \frac{T}{\mathfrak{A}} \cdot \frac{d(A, B)_0^{\vartheta}}{d\vartheta} \cdot i.$$

Hier ist T die absolute Temperatur der Lötstellen, $\mathfrak{A}$ das mechanische Äquivalent der Wärme, $d(AB)_0^{\vartheta}$ die Zunahme der thermoelektrischen Kraft des Kreises für den Temperaturzuwachs $d\vartheta$, i die Stromstärke in elektromagnetischem Maße ($\mathrm{cm}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}^{-1}$). Haben die Lötstellen eine Temperatur von 0° Celsius, so ergiebt sich einfacher:

$$W = \frac{273}{\mathfrak{A}} \cdot (\alpha_A - \alpha_B)\, i.$$

Für (Pt Cu) ist nach unserer Tabelle $\alpha_{Pt} - \alpha_{Cu} = 124$; die Wärmemenge, welche der Strom von 1 Ampère beim Übergang von Cu zu Pt in 1 Stunde absorbiert, beträgt somit:

$$\frac{273}{42\,000\,000} \times 124 \times 0{,}1 \times 60 \times 60,$$

d. h. 0,29 g-cal.

Kalorimetrische Messungen gaben für dieselbe Wärmemenge einen Wert von 0,320 g-cal. Nun war aber für die bei dem Versuch benützten Platinkupferdrähte $\alpha_{Pt} - \alpha_{Cu}$ nicht gleich 124, sondern gleich 140, der berechnete Wert der PELTIERschen Wärme gleich 0,327 g-cal. in vollkommener Übereinstimmung mit der Beobachtung.[1]

Der Nachweis des Peltiereffektes erfolgt leicht mit dem in Figur 560 dargestellten Apparate; *A* und *B* sind zwei mit Luft als thermometrischer Substanz gefüllte Kugeln; sie sind durch die Glasröhre *R* miteinander

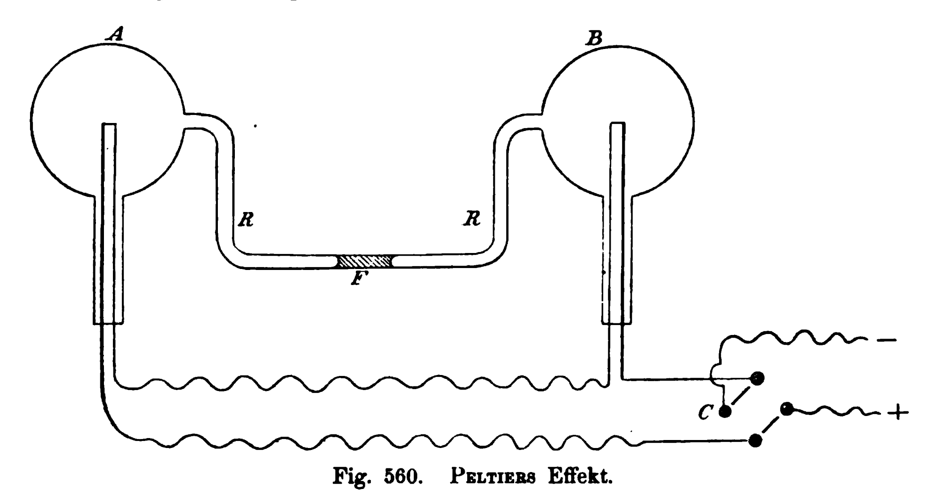


Fig. 560. PELTIERS Effekt.

verbunden, aber die in ihnen enthaltenen Luftmengen sind durch einen Flüssigkeitsfaden *F* voneinander getrennt. Durch die vertikal nach unten gehenden Ansatzröhren sind zwei Paare von Wismut-Antimondrähten luftdicht in die Kugeln eingeführt, so daß die Lötstellen in ihrer Mitte liegen. Wird ein Strom von der Stärke einiger Ampère durch die Drähte geleitet, so daß er in *A* von Wismut zu Antimon, in *B* umgekehrt fließt, so tritt in *A* Abkühlung, in *B* Erwärmung ein; die Luft in *A* dehnt sich aus, die in *B* zieht sich zusammen und der Faden *F* verschiebt sich von *B* nach *A*. Kehrt man die Stromrichtung um, was mit Hilfe des aus vier Quecksilbernäpfen bestehenden Kommutators *C* leicht geschehen kann, so erfolgt die Verschiebung des Fadens *F* in der Richtung von *A* nach *B*.

[1] JAHN, Experimentaluntersuchungen über die an der Grenzfläche heterogener Leiter auftretenden lokalen Wärmeerscheinungen. WIED. Ann. 1888. Bd. 34. p. 763.

§ 551. Zur Theorie des Peltiereffektes. Denken wir uns einen thermoelektrischen Kreis, etwa aus Platin und Kupfer bestehend; der Strom fließt in der heißen Lötstelle von Cu zu Pt. Die einfachste Vorstellung, die wir uns von der Verteilung der elektrischen Spannung in dem Kreise bilden können, ist folgende. Das Platin hat an der heißen Lötstelle ein positives Potential u_1, dessen Wert im Sinne des Stromes bis zu der kalten Lötstelle stetig auf u_1^0 abnimmt; an der kalten Lötstelle findet beim Übergang zum Kupfer eine plötzliche, der Spannungsdifferenz beider Metalle entsprechende, Verminderung des Potentiales statt, das Kupfer hat hier ein negatives Potential u_2^0; im Kupfer nimmt dann das Potential gegen die heiße Lötstelle hin noch weiter ab bis auf u_2. Graphisch ist diese Verteilung der Spannung in der Figur 561 dargestellt. In Übereinstimmung mit den Voltaschen

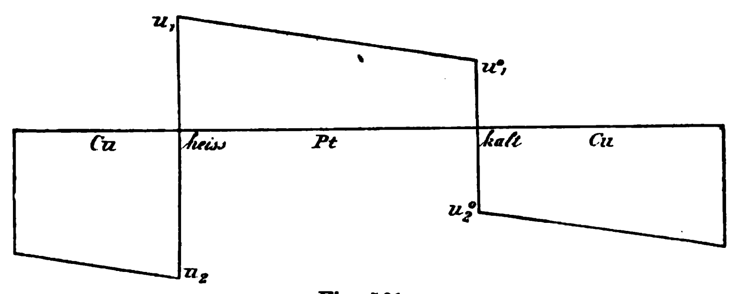


Fig. 561.

Vorstellungen, hat man dann an den beiden Lötstellen elektromotorische Kräfte, $\mathfrak{E} = u_1 - u_2$ und $\mathfrak{E}^0 = u_1^0 - u_2^0$. Messen wir die Potentiale in der Einheit des elektrostatischen Maßsystems, so sind auch die elektromotorischen Kräfte in der Einheit dieses Systems ausgedrückt. Wenn nun durch die heiße Lötstelle ein Strom von der Stärke c in elektrostatischem Maße geht, so wird die in ihm fließende Elektrizität von einer Fläche mit dem Potential u_2 auf eine Fläche mit dem höheren Potential u_1 gebracht; da nun c die in einer Sekunde durch den Querschnitt des Leiters fließende Elektrizitätsmenge angiebt, so ist die in der Sekunde hierbei aufgewandte Arbeit gleich $c\,(u_1 - u_2)$. Gehen wir über zu dem elektromagnetischen Maßsystem und bezeichnen wir die ihm entsprechenden Maßzahlen von Stromstärke und von elektromotorischer Kraft durch i und E, so ist nach § 439 und § 486:

$$i = \frac{c}{v}, \quad E = v\,(u_1 - u_2);$$

somit:

$$c\,(u_1 - u_2) = i E.$$

Für beide Maßsysteme gilt also der Satz: Die Arbeit, die beim Durchgang des Stromes durch die Lötstelle in einer Sekunde geleistet wird, ist gleich dem Produkt aus Stromstärke und elektromotorischer Kraft an der Löt-

stelle. Nun liegt die Annahme nahe, daß diese Arbeit bei dem thermoelektrischen Prozesse von der zugeführten Wärme geleistet werde, daß sie bei dem PELTIERschen Phänomen auf Kosten der in der Lötstelle vorhandenen Wärme erfolgt. Es würde also in dem letzteren Falle die an der Lötstelle in einer Sekunde absorbierte Wärmemenge W jener Arbeit äquivalent sein, und man erhielte die Beziehung:

$$\mathfrak{A} W = i E.$$

Andererseits ist durch die Beobachtungen gezeigt, daß die in der Sekunde absorbierte Peltierwärme gegeben ist durch:

$$\mathfrak{A} W = T \frac{d\,(\mathrm{Pt}, \mathrm{Cu})_0^\vartheta}{d\vartheta}\, i.$$

Es ergiebt sich somit $E = T \frac{d\,(\mathrm{Pt}, \mathrm{Cu})_0^\vartheta}{d t}$. Wir setzen nun an Stelle von Platin und Kupfer zwei beliebige Metalle A und B und bezeichnen die an der Lötstelle wirkende elektromotorische Kraft durch E_{AB}. Aus der vorhergehenden Betrachtung folgt dann allgemein, daß die kontaktelektromotorische Kraft E_{AB} bei der absoluten Temperatur T gegeben ist durch:

$$E_{AB} = T \frac{d\,(A, B)_0^\vartheta}{d\vartheta}.$$

Damit würde das Problem der VOLTAschen Scheidungskräfte für die metallischen Leiter seine Lösung gefunden haben. Die Voraussetzung der ganzen Rechnung wird durch die Annahme gebildet, daß die einzige Quelle für die an der Lötstelle gegen die Spannungsdifferenz aufgewandte Arbeit in der absorbierten Wärme liege, oder daß bei umgekehrter Stromrichtung das einzige Äquivalent für die von den elektrischen Kräften verrichtete Arbeit in der PELTIERschen Wärme zu finden sei. Diese Annahme unterliegt gewissen Bedenken, die mit dem im folgenden noch anzuführenden THOMSONschen Effekt zusammenhängen. Wenn aber der für die kontaktelektromotorische Kraft E_{AB} gefundene Ausdruck auch nur näherungsweise richtig ist, so folgt doch aus den Werten von α in unserer Tabelle, daß die kontaktelektromotorischen Kräfte zwischen Metallen sehr klein sind.

§ 552. Der Thomsoneffekt. THOMSON hat gezeigt, daß in einem und demselben Metalle thermische Effekte auftreten, wenn ein galvanischer Strom von Stellen mit höherer Temperatur zu solchen mit tieferer fließt oder umgekehrt, und zwar kehren sich diese Wirkungen mit der Richtung des Stromes um; wenn Strömung in der einen Richtung Erwärmung erzeugt, so bedingt Strömung in der entgegengesetzten Abkühlung. Der Sinn der Wirkung ist in verschiedenen Metallen verschieden. Wenn im Kupfer der Strom in der Richtung der fallenden Temperaturen fließt, so erzeugt er Wärme, während er bei umgekehrter Richtung Wärme absorbiert. Eisen verhält sich entgegengesetzt, indem ein im Sinne fallender Tem-

peratur fließender Strom Wärme absorbiert. Sinkt in einem ungleich erwärmten Drahte die Temperatur von seinem Anfang bis zu seinem Endpunkte um t Grade, so ist die von dem Strome i in der Sekunde entwickelte Wärmemenge gleich $\sigma t i$, wenn er in der Richtung der fallenden Temperaturen fließt; hier ist σ eine von der Natur des Drahtes abhängige Konstante, die von THOMSON als spezifische Wärme der Elektrizität bezeichnet wurde; sie würde in Kupfer einen positiven, in Eisen einen negativen Wert besitzen.

Absolute Messungen des THOMSONschen Phänomens sind ausgeführt bei käuflichem Wismut und bei Quecksilber. Wenn in dem ersteren der Strom 1 nach elektromagnetischem Maße ($cm^{\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot sec^{-1}$) von einem Querschnitt zu einem zweiten mit einer um 1° Celsius niedrigeren Temperatur fließt, so wird auf der zwischen den Querschnitten liegenden Strecke in 1 Sekunde die Wärmemenge

$$\sigma = 24{,}5 \times 10^{-6} \text{ g-cal.}$$

erzeugt; für Quecksilber ergiebt sich in demselben Maße:

$$\sigma = -6{,}9 \times 10^{-6} \text{ g-cal.}$$ [1]

Verbindet man diese Resultate mit einer Reihe vergleichender Beobachtungen des THOMSONschen Effektes bei verschiedenen Metallen, so ergiebt sich die folgende Tabelle:

	$\sigma \times 10^6$
Bi käuflich	+24,5
Sb käuflich	21,6
Cd	10,2
Zn	3,6
Ag	1,8
Cu	+ 0,6
Pb	0
Sn	− 0,04
Al	− 0,04
Pt	− 6,0
Sb rein	− 7,8
Bi rein	−10,2

Bei Blei ist der THOMSONsche Effekt gleich Null; dies hat die Veranlassung gegeben, bei der Bestimmung der thermoelektrischen Kräfte das Blei als Normalmetall zu wählen.

Die Erklärung des THOMSONschen Effektes könnte zunächst in Strukturänderungen liegen, die mit Temperaturverschiedenheiten im Innern eines und desselben Metalls verbunden sein können; es würden dann sekundäre elektromotorische Kräfte im Innern der Metalle selber vorhanden sein, und ihnen würde der THOMSONsche Effekt ebenso entsprechen, wie der PELTIERsche den an der Grenzfläche verschiedener Metalle wirkenden. Der relativ große Wert des Thomsoneffektes in

[1] HAGEN, Experimentaluntersuchung über die Fortführung der Wärme durch den galvanischen Strom. WIED. Ann. 1886. Bd. 28, p. 199.

Quecksilber macht diese Vermutung wenig wahrscheinlich. Wenn man sie aufgiebt, so kommt man zu dem Schlusse, daß die Arbeit der elektromotorischen Kraft E_{AB} an der Grenzfläche zweier Metalle A und B ihr Äquivalent nicht allein in dem Peltiereffekt findet. Es ist noch ein anderes Äquivalent vorhanden, das mit der verschiedenen spezifischen Wärme der Elektrizität in den sich berührenden Metallen zusammenhängt. Die im vorhergehenden Paragraphen für die elektromotorische Kraft E_{AB} gegebene Formel ist dann nicht mehr streng richtig. Je nach dem Zeichen der spezifischen Wärme σ kann die elektromotorische Kraft der Berührung größer oder kleiner sein, als der durch die Formel bestimmte Wert. Dieselbe Theorie, durch welche die PELTIERsche Wärme in Verbindung gebracht wurde mit der Konstanten α, hat für die spezifische Wärme der Elektrizität in einem Metalle zu derBeziehung geführt:

$$\sigma = \frac{T}{\mathfrak{A}} \beta,$$

wo T die absolute Temperatur, $\mathfrak{A}$ das mechanische Äquivalent der Wärme und β die zweite thermoelektrische Konstante bezeichnet. Die Vergleichung mit der Tabelle der thermoelektrischen Kräfte zeigt, daß die Theorie in diesem Punkte mit den vorliegenden Beobachtungen nur näherungsweise übereinstimmt.

§ 553. Thermomagnetische und galvanomagnetische Wirkungen. Sehr merkwürdige, an das Vorhandensein eines magnetischen Feldes gebundene Wechselwirkungen zwischen Elektrizität und Wärme wurden entdeckt von v. ETTINGSHAUSEN und NERNST. Wir wollen das Gebiet der Thermoelektrizität nicht verlassen, ohne die fundamentalen Versuche angeführt zu haben, um die es sich dabei handelt.

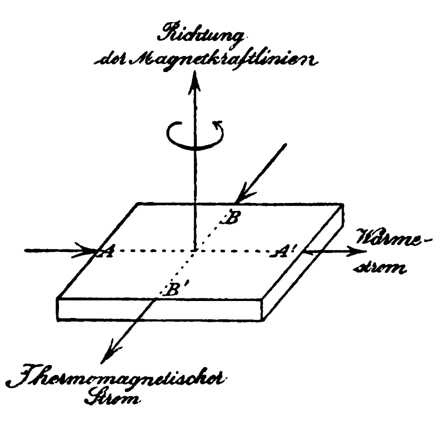


Fig. 562.

Eine Wismutplatte etwa von quadratischer Form befinde sich in einem Magnetfeld, so daß die Kraftlinien in der in Figur 562 gezeichneten Richtung senkrecht durch die Platte hindurchgehen. Nun wird die eine Seite der Platte erwärmt, die gegenüberliegende abgekühlt, so daß ein Wärmestrom in der Richtung AA' durch die Platte geht. Verbindet man jetzt die Punkte B und B' durch einen Draht, so erhält man in diesem einen galvanischen Strom. Im Magnetfeld erzeugt somit ein zu den Kraftlinien senkrechter Wärmestrom eine transversale elektromotorische Kraft, die wir als eine thermomagnetische bezeichnen können. Die Richtung des thermomagnetischen Stromes ist

aus der Figur ersichtlich. Denkt man sich die Magnetkraftlinien erzeugt durch galvanische Ströme, so ist deren Richtung der Bewegung des Uhrzeigers entgegengesetzt. Dagegen kommt man von der Eintrittsstelle *A* des Wärmestromes zu der Eintrittsstelle *B* des erzeugten galvanischen Stromes durch eine Drehung im Sinne des Uhrzeigers.

Läßt man umgekehrt durch die im Magnetfeld befindliche Wismutplatte einen primären galvanischen Strom in der Richtung *BB'* (Fig. 563) fließen, so erzeugt er in der dazu senkrechten Richtung eine Temperatur-

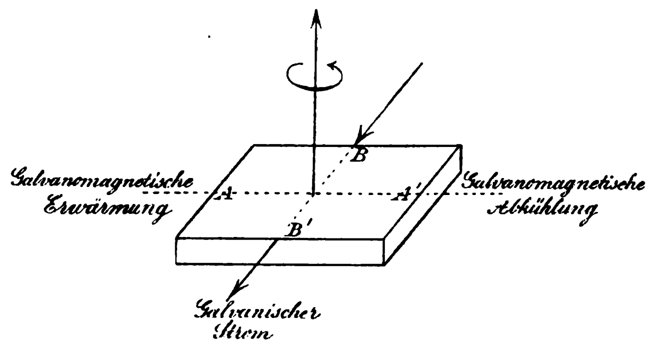


Fig. 563.

differenz. In *A* findet Erwärmung, in *B* Abkühlung statt. Man gelangt also von der Eintrittsstelle des galvanischen Stromes zu der galvanomagnetisch erwärmten Stelle durch eine Drehung im Sinne der die Magnetkraftlinien erzeugenden Ströme.

Die thermomagnetischen Wirkungen sind bei einer Reihe von Metallen aufgefunden und genau untersucht worden. Die Richtung der Ströme ist zum Teil die entgegengesetzte, wie bei Wismut.[1]

Mit den thermomagnetischen Wirkungen hängen, wie zum Schlusse noch erwähnt werden möge, die elektromotorischen Kräfte nahe zusammen, die insbesondere in cirkular magnetisierten Nickeldrähten durch Erwärmung oder Deformation erzeugt werden.

[1] v. Ettingshausen, Über eine neue polare Wirkung des Magnetismus auf die galvanische Wärme in gewissen Substanzen. Wied. Ann. 1887. Bd. 31. p. 737. — Nernst, Über die elektromotorischen Kräfte, welche durch den Magnetismus in von einem Wärmestrom durchflossenen Metallplatten geweckt werden. Ibid. p. 760.

ELFTES BUCH.

ELEKTROCHEMIE.

I. Kapitel. Elektrolyse.

§ 554. Die FARADAYschen Gesetze. Schon bei den Entladungserscheinungen der Elektrostatik sind wir darauf geführt worden, daß jeder Durchgang eines elektrischen Stromes durch einen nicht metallischen Leiter von einer chemischen Zersetzung begleitet ist. Die Menge der Zersetzungsprodukte wächst mit der Menge der durchgeleiteten Elektrizität; daraus folgt, daß zum Studium der Erscheinungen der Strom der Influenzmaschine ein wenig geeignetes Mittel war. Wir benützen zu ihrer weiteren Erforschung den Strom einer galvanischen Batterie. Flüssige Leiter oder Elektrolyte sind, wie wir schon früher erwähnt haben, Säuren, Salze und Basen in wässriger, in geringerem Grade auch in alkoholischer Lösung. Wir führen den positiven Strom zu durch eine geeignete Metallplatte, die wir als positive Elektrode oder Anode bezeichnen; leiten ihn ab durch eine ebensolche Platte, die Kathode, durch welche zugleich die negative Elektrizität in den Leiter eintritt. Der Leiter erleidet bei dem Durchgang des Stromes die schon früher besprochene galvanische Zersetzung oder Elektrolyse; die dabei auftretenden Bestandteile nennt man Ionen; von ihnen wird der eine an der Anode abgeschieden, das Anion, der andere an der Kathode, das Kation. Es ist zu beachten, daß die sichtbaren oder chemisch nachweisbaren Zersetzungsprodukte häufig nicht identisch sind mit den Ionen, sondern aus diesen durch sekundäre chemische Reaktionen entstehen; so ist das Anion der Schwefelsäure SO_4, das Kation H_2; an der Anode entwickelt sich aber, infolge der sekundären Reaktion $SO_4 + H_2O = H_2SO_4 + O$, Sauerstoff. Die Unterscheidung zwischen primären und sekundären Produkten der Elektrolyse wird durch die Gesamtheit der im folgenden zu besprechenden Thatsachen und Gesetze in jedem Falle ermöglicht.

FARADAY, dem wir auch auf dem Gebiete der Elektrolyse die grundlegenden Arbeiten verdanken, und von dem die im vorhergehenden angegebene Nomenklatur herrührt, hat die folgenden Gesetze aus seinen Beobachtungen abgeleitet.

1. Die in der Zeiteinheit elektrolytisch zerlegte Masse eines Stoffes ist der Stromstärke, d. h. der durch den Elektrolyt geleiteten Elektrizitätsmenge proportional.

2. Werden verschiedene Elektrolyte in denselben Stromkreis eingeschaltet, so sind die Mengen der an den Elektroden abgeschiedenen Ionen chemisch äquivalent.

Die Apparate, die man bei quantitativer Untersuchung der elektrolytischen Prozesse benützt, nennt man Voltameter. Handelt es sich um gasförmige Zersetzungsprodukte, so benützt man U-förmig gebogene Glasröhren, oben mit Hilfe von Hähnen oder Stöpseln verschließbar, mit einem Steig- oder Abflußrohr versehen. In die beiden Schenkel sind

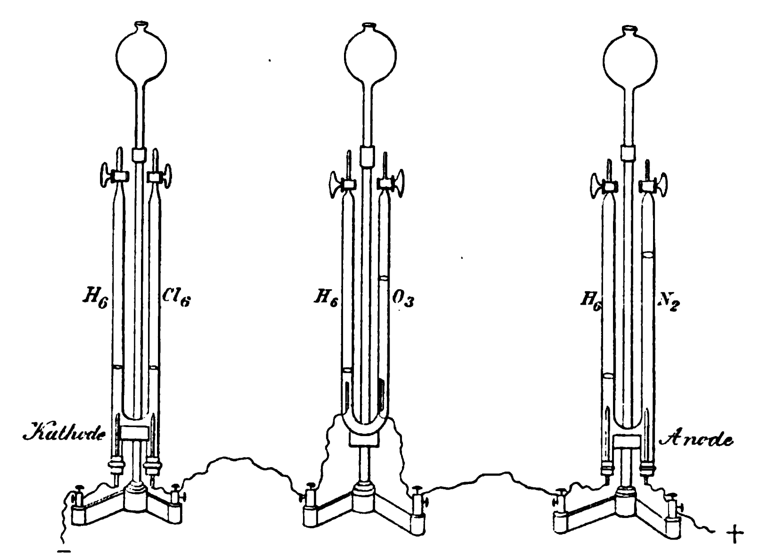


Fig. 564. Voltameter.

unten Platindrähte eingeschmolzen, welche die aus Platinblechen oder Kohlestäben bestehenden Elektroden tragen. Schaltet man, wie in Figur 564, drei solche Voltameter hintereinander, mit HCl, H_2SO_4, NH_3 in wässriger Lösung gefüllt, so entwickelt sich an allen Kathoden dasselbe Volumen von Wasserstoff; an der Anode in der ersten Röhre das gleiche Volumen Chlor, in der zweiten das halbe Volumen Sauerstoff, in der dritten der dritte Teil jenes Volumens an Stickstoff, in Übereinstimmung mit dem zweiten der angeführten Gesetze.

§ 555. Die elektrische Valenz der Ionen. Von dem Vorgang der Elektrolyse kann man sich Rechenschaft geben, wenn man die Ionen als Träger bestimmter elektrischer Ladungen betrachtet und mit dieser Annahme die Vorstellung verbindet, daß der Vorgang der elektrolytischen Leitung auf einer Konvektion der Elektrizität durch die Ionen beruhe. Hat das Wasserstoffion ein für alle Mal die unveränderliche Ladung $+\varepsilon$ (wir deuten dies durch das Symbol $\overset{+}{H}$ an), so muß der die verschiedenen Voltameter durchlaufende Strom in allen dieselbe Menge von Wasserstoff abscheiden, denn die positive Elektrizität bedarf zu

ihrer Konvektion überall derselben Menge von Ionen $\overset{+}{\mathrm{H}}$. Nun fließt aber im Strome eine gleiche Menge negativer Elektrizität in umgekehrter Richtung. Ihr Transport wird in der mit wässriger Salzsäure gefüllten Röhre durch die Chlorionen besorgt, und da ihre Menge gleich ist der Menge der $\overset{+}{\mathrm{H}}$, so muß jedes Chlorion eine elektrische Ladung $-\varepsilon$ besitzen, welche der des Wasserstoffions entgegengesetzt gleich ist. Das Charakteristische der elektrolytischen Zersetzung würde also darin bestehen, daß ihre Produkte entgegengesetzte elektrische Ladungen besitzen. Wir deuten dies an durch die Gleichung:

$$\mathrm{HCl} = \overset{+}{\mathrm{H}} + \overset{-}{\mathrm{Cl}}.$$

In derselben Weise kann man nun nachweisen, daß alle Ionen chemisch einwertiger Elemente oder Radikale gleiche, positive oder negative, elektrische Ladungen $\pm\varepsilon$ besitzen. In der verdünnten Schwefelsäure wird aber die Konvektion der negativen Elektrizität durch die zweiwertige Gruppe SO_4 besorgt. Die Anzahl der Ionen ist nur halb so groß wie bei dem Wasserstoff, jedes Ion muß also den Transport einer doppelten Elektrizitätsmenge übernehmen; die elektrische Ladung der Ionen SO_4 muß -2ε sein, was wir durch das Symbol $\overset{=}{\mathrm{SO}}_4$ andeuten. Die elektrolytische Zersetzung der Schwefelsäure würde gegeben sein durch die Gleichung:

$$\mathrm{H_2SO_4} = \overset{+}{\mathrm{H}} + \overset{+}{\mathrm{H}} + \overset{=}{\mathrm{SO}}_4.$$

Allgemein ergiebt sich, daß alle chemisch zweiwertigen Ionen die elektrische Ladung $\pm 2\varepsilon$ besitzen müssen. Bei dem dreiwertigen Ion des Stickstoffes und ebenso bei allen anderen dreiwertigen Ionen muß die Ladung gleich $\pm 3\varepsilon$ sein. Die Gleichung für die elektrolytische Zersetzung des Ammoniaks ist dementsprechend:

$$\mathrm{NH_3} = \overset{+}{\mathrm{H}} + \overset{+}{\mathrm{H}} + \overset{+}{\mathrm{H}} + \overset{\equiv}{\mathrm{N}}.$$

Beispiele anderer solcher Gleichungen sind:

$$\mathrm{H_2O} = \overset{+}{\mathrm{H}} + \overset{-}{\mathrm{OH}}$$

$$\mathrm{NaOH} = \overset{+}{\mathrm{Na}} + \overset{-}{\mathrm{OH}}$$

$$\mathrm{Ba(OH)_2} = \overset{++}{\mathrm{Ba}} + \overset{-}{\mathrm{OH}} + \overset{-}{\mathrm{OH}}$$

$$\mathrm{CuSO_4} = \overset{++}{\mathrm{Cu}} + \overset{=}{\mathrm{SO}}_4.$$

Durch diese Betrachtung erledigen sich auch gewisse Zerlegungen, die dem Faradayschen Gesetz zu widersprechen scheinen. Wenn man denselben Strom durch zwei mit Kupferchlorür- und Kupferchloridlösung beschickte Voltameter nacheinander leitet, so wird in dem ersten doppelt soviel Kupfer abgeschieden, wie in dem zweiten. Die Gleichungen für die entsprechenden elektrolytischen Zersetzungen müssen sein:

$$Cu_2Cl_2 = \overset{+}{Cu} + \overset{+}{Cu} + \overset{-}{Cl} + \overset{-}{Cl}$$

$$CuCl_2 = \overset{++}{Cu} + \overset{-}{Cl} + \overset{-}{Cl}.$$

Es ergiebt sich daraus, daß die Ionen ihre elektrischen Ladungen in derselben Weise sprungweise ändern wie ihre Valenz. Ganz allgemein kann man das Resultat der Untersuchung in dem Satz zusammenfassen:

Bei der elektrolytischen Zersetzung ist jede chemische Valenz der Ionen mit derselben Menge positiver oder negativer Elektrizität verbunden.

§ 556. Das elektrochemische Äquivalent. Unter elektrochemischem Äquivalent eines Ions oder eines Elektrolyten versteht man die Menge, welche von der Stromeinheit in der Zeiteinheit ausgeschieden oder zersetzt wird. Der Strom 1 $cm^{\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot sec^{-1}$ nach elektromagnetischem Maße, gleich einem Strom von 10 Ampère, scheidet aus oder zersetzt in 1 Sekunde:

g Ag	g Cu	g H	g H_2O
0,011181	0,003284	0,0001039	0,000933

Dem FARADAYschen Gesetz zufolge verhalten sich die elektrochemischen Äquivalente ebenso wie die chemischen.

§ 557. Die elektrolytische Dissoziation. Die Leitung der Elektrizität in den flüssigen Leitern gehorcht, abgesehen von Stromwechseln von äußerster Schnelligkeit, dem OHMschen Gesetz, wie durch die sorgfältigsten Prüfungen immer aufs neue bestätigt worden ist; schon die kleinste elektromotorische Kraft, die auf das Innere eines Elektrolyten wirkt, ruft einen mit ihr proportionalen Strom hervor. Diese Thatsache ist zuerst von CLAUSIUS durch die Annahme erklärt worden, daß an der elektrolytischen Leitung nur die schon vorher durch Dissoziation der Moleküle entstandenen freien Ionen beteiligt seien. Die Annahme, daß das Leitungsvermögen der Elektrolyte durch einen besonderen Molekularzustand bedingt sei, kann noch durch eine zweite Thatsache gestützt werden. Chlorwasserstoff ist in gasförmigem Zustand kein Leiter, ebenso kann reines Wasser nahezu als ein Isolator betrachtet werden; die in § 555 angegebene elektrolytische Zersetzung ist äußerst klein. Sobald aber Chlorwasserstoff in Wasser gelöst wird, erhalten wir einen verhältnismäßig guten Leiter. In der wässerigen Lösung muß der Chlorwasserstoff in einem anderen Molekularzustand enthalten sein, und als solchen betrachten wir die elektrolytische Dissoziation, den Zerfall der Moleküle in Ionen nach der Formel:

$$HCl = \overset{+}{H} + \overset{-}{Cl}.$$

Die Anzahl der dissoziierten Moleküle hängt ab von der Konzentration; bei sehr verdünnten Lösungen kann man dem Verlauf des Leitungsvermögens zufolge annehmen, daß alle gelösten Moleküle in der angegebenen Weise dissoziiert sind. Bei größerer Konzentration gilt dies nur von

einem Bruchteil, und man hat sich dann das ganze System in einem Zustande beweglichen Gleichgewichtes zu denken, bei dem fortwährend Zerfall und Wiederbildung von Molekülen stattfindet, aber so, daß die Gesamtzahl der nichtdissoziierten, wie der dissoziierten dabei keine Änderung erfährt. Die dissoziierende Kraft, welche nach unserer Anschauung dem Wasser zukommt, dürfte in Zusammenhang stehen mit der großen Diëlektrizitätskonstante des Wassers und der dadurch verminderten elektrischen Wechselwirkung der gelösten Ionen.[1]

Der Unterschied zwischen der elektrolytischen Dissoziation und der rein chemischen besteht vor allem darin, daß bei der ersteren die elektrisch neutralen Moleküle in entgegengesetzt geladene Ionen zerfallen, während die Produkte einer chemischen Dissoziation wieder elektrisch neutral sind; ein weiterer Unterschied liegt darin, daß die Moleküle bei beiden Dissoziationen im allgemeinen in verschiedene chemische Komponenten sich spalten.

§ 558. Theorie der Elektrolyse. Auf Grund der im vorhergehenden entwickelten Anschauung können wir nun ein einfaches und anschauliches Bild von dem Vorgang der Elektrolyse entwerfen. Wir denken uns den Leiter, etwa wässerige Salzsäure, in einen Trog gefüllt, so daß die Flüssigkeitssäule beiderseits von den Elektroden begrenzt wird. Wir haben unser Augenmerk nur auf die freien Ionen $\overset{+}{\mathrm{H}}$ und $\overset{-}{\mathrm{Cl}}$ zu richten, welche in einer gewissen, durch die Konzentrationsverhältnisse bedingten Dichtigkeit den Raum zwischen den Elektroden gleichmäßig erfüllen. Verbinden wir die Elektroden mit den Polen einer galvanischen Säule, so wirkt in dem ganzen Zwischenraum eine elektrostatische Kraft, die wir, bezogen auf die statische Einheit der Elektrizitätsmenge, durch $\mathfrak{F}$ bezeichnen. Die Bewegung der Ionen in dem umgebenden Lösungsmittel möge einem großen Reibungswiderstand unterliegen, so daß die auf sie wirkende Kraft eine ihr proportionale und gleichgerichtete Geschwindigkeit zur Folge hat. In unserem Beispiele ist die auf ein Ion wirkende Kraft gleich $\varepsilon\mathfrak{F}$; die dadurch erzeugte Geschwindigkeit der $\overset{+}{\mathrm{H}}$-Ionen sei $U_p \varepsilon \mathfrak{F}$, die der $\overset{-}{\mathrm{Cl}}$-Ionen $U_n \varepsilon \mathfrak{F}$. In einer Sekunde verschieben sich alle $\overset{+}{\mathrm{H}}$-Ionen im Sinne der elektromotorischen Kraft um die Strecke $U_p \varepsilon \mathfrak{F}$, alle $\overset{-}{\mathrm{Cl}}$-Ionen im entgegengesetzten Sinne um $U_n \varepsilon \mathfrak{F}$. Das Resultat der Verschiebung wird am anschaulichsten, wenn man sich den ganzen zwischen den Elektroden (Fig. 565) liegenden Cylinder doppelt denkt, das eine Mal erfüllt mit den Ionen $\overset{+}{\mathrm{H}}$, das andere Mal mit den Ionen $\overset{-}{\mathrm{Cl}}$. Die von der elektromotorischen Kraft in 1 Sekunde bewirkte Veränderung ist dann dieselbe, wie wenn der erste Cylinder in ihrer Richtung um die Strecke $AB = A'B' = U_p \varepsilon \mathfrak{F}$, der zweite in der ent-

[1] Nernst, Diëlektrizitätskonstante und chemisches Gleichgewicht. Gött. Nachr. 1895. p. 491.

gegengesetzten um $A\,C = A'\,C' = U_n\,\varepsilon\,\mathfrak{F}$ sich verschoben hätte. Während zu Anfang die beiden Cylinder sich deckten, sind ihre Endflächen am Schluß der Sekunde um die Länge $B\,C = B'\,C' = (U_p + U_n)\varepsilon\,\mathfrak{F}$ von einander entfernt. Ist der Querschnitt des leitenden Cylinders gleich 1 qcm, so entsteht in der Richtung der Kathode ein freier Raum mit dem Inhalte $(U_p + U_n)\varepsilon\,\mathfrak{F}$, erfüllt von $\overset{+}{\mathrm{H}}$-Ionen, ein ebensolcher erfüllt von $\overset{-}{\mathrm{Cl}}$-Ionen an der Anode. Die in diesen Räumen enthaltenen Ionen sind es, die erfahrungsgemäß bei der elektrolytischen Zersetzung an den Elektroden sich entwickeln; sie geben dabei ihre elektrische Ladung an diese ab und erhalten dadurch den Strom. Bezeichnen wir durch N die Anzahl der in 1 ccm enthaltenen positiven oder negativen Ionen, durch μ_p und μ_n ihre Massen,

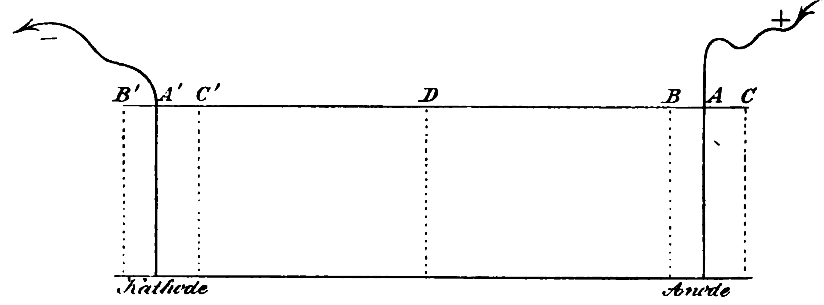


Fig. 565. Elektrolyse.

so ist die Masse des in 1 Sekunde an der Kathode abgeschiedenen Kations $M_p = N\mu_p\,(U_p + U_n)\,\varepsilon\,\mathfrak{F}$, die Masse des gleichzeitig an der Anode entwickelten Anions $M_n = N\mu_n\,(U_p + U_n)\,\varepsilon\,\mathfrak{F}$. Die abgeschiedenen Mengen M_p und M_n verhalten sich wie die Molekulargewichte der Ionen.

Wir gehen nun über zu der Ermittelung der dem Vorgange entsprechenden Stromstärke; die Zahl der in 1 Sekunde durch den Querschnitt des elektrolytischen Cylinders gehenden positiven und negativen Ionen ist gleich $N(U_p + U_n)\,\varepsilon\,\mathfrak{F}$; jedes einzelne Ion führt die Elektrizitätsmenge ε mit sich, somit ist die Menge der in 1 Sekunde durch den Querschnitt gehenden elektrostatischen Einheiten, die Stromstärke in elektrostatischem Maß, $c = N(U_p + U_n)\,\varepsilon^2\,\mathfrak{F}$.

Die Kraft $\mathfrak{F}$ ist gleich dem Abfall des elektrostatischen Potentials auf der Länge von 1 cm. Die Stromstärke in elektromagnetischem Maße sei gleich i, die auf die Längeneinheit wirkende elektromotorische Kraft in elektromagnetischem Maße sei e, dann ist nach § 439 und 486:

$$i = \frac{c}{v} \text{ und } e = \mathfrak{F}v,$$

wo v gleich der Lichtgeschwindigkeit ist; somit ergiebt sich:

$$i = N\frac{\varepsilon^2}{v^2}\,(U_p + U_n)\,e.$$

Das spezifische Leitungsvermögen γ des Elektrolyten in elektromagnetischem Maße ist gegeben durch den Quotienten aus Stromstärke und elektromotorischer Kraft; es ist also:

$$\gamma = \frac{i}{e} = N\frac{\varepsilon^2}{v^2}(U_p + U_n).$$

In diesen Ausdrücken, welche die Lösung unseres Problems nach der elektrischen Seite hin enthalten, fehlt noch die Kenntnis der Zahlen N und ε. Wir können diese, ohne die Richtigkeit der Entwickelungen zu gefährden, so umdeuten, daß sie zu wirklich meßbaren Größen werden. Die Masse des in 1 ccm enthaltenen Kations ist nach unseren Voraussetzungen gleich $N\mu_p$; demnach können wir unter N diese Masse verstehen, dividiert durch das Molekulargewicht des Ions, das in Grammen auszudrücken ist, wenn wir bei unseren Rechnungen das cm · g · sec-System benützen. Wir bezeichnen unter dieser Voraussetzung, einer Bemerkung von § 13 entsprechend, N als die Zahl der Grammionen im Kubikcentimeter, μ_p als das Grammmolekulargewicht des Ions. Ein Grammion ist danach diejenige Menge eines Ions, die, in Grammen ausgedrückt, numerisch gleich seinem Molekulargewicht ist. Die Menge der in 1 ccm enthaltenen positiven Elektrizität ist $N\varepsilon$; verstehen wir unter N die Anzahl der Grammionen im Kubikcentimeter, so ist ε die auf 1 Grammion kommende Elektrizitätsmenge. Damit sind die Größen N und ε aus dem Bereiche der molekularen Welt in den der meßbaren Größen übergeführt. Die Kraft $\varepsilon\mathfrak{F}$ ist die auf das Grammion wirkende elektrische Kraft; die Geschwindigkeiten U_p und U_n werden den Ionen erteilt, wenn auf das Grammion eine Kraft von einer Dyne ausgeübt wird.

Die Bestimmung von ε gelingt nun leicht mit Hilfe der in § 556 angegebenen elektrochemischen Äquivalente. Ist M_p die Masse des an der Kathode in einer Sekunde bei dem Strom i ausgeschiedenen Kations, so ist $\frac{M}{\mu_p}$ die Anzahl der ausgeschiedenen Grammionen; die Anzahl der durch den Strom 1 $\mathrm{cm}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathrm{sec}^{-1}$ in elektromagnetischem Maße ausgeschiedenen Grammionen ist:

$$\frac{M_p}{\mu_p i}.$$

Benützen wir für M_p und i die aus den vorhergehenden Formeln folgenden Werte:

$$M_p = N\mu_p(U_p + U_n)\varepsilon\mathfrak{F} = \frac{N\mu_p\varepsilon}{v}(U_p + U_n)e$$

und

$$i = N\frac{\varepsilon^2}{v^2}(U_p + U_n)e,$$

so wird diese Zahl:

$$\frac{M_p}{\mu_p i} = \frac{v}{\varepsilon};$$

sie ist für alle einwertigen Ionen, dem FARADAYschen Gesetz entsprechend, dieselbe.

Nun scheidet der Strom 1 nach § 556 in 1 Sekunde 0,0001039 = A g Wasserstoff ab; da das Wasserstoffion das Molekulargewicht 1 besitzt, so ist:

$$\frac{M_p}{\mu_p i} = \frac{v}{s} = 0{,}000103\,9 = A.$$

Benützen wir dies, so wird das spezifische Leitungsvermögen des Elektrolyten (d. h. das Leitungsvermögen eines Cylinders von 1 cm Länge und 1 qcm Querschnitt):

$$\gamma = \frac{N}{A^2}(U_p + U_n).$$

Wir können das Resultat in eine noch einfachere Form bringen durch Einführung des elektrochemischen Äquivalentes unseres Elektrolyten. Dieses ist nach dem Faradayschen Gesetze gleich $(\mu_p + \mu_n)A$. Nun ist:

$$\frac{N}{A} = \frac{N(\mu_p + \mu_n)}{A(\mu_p + \mu_n)}.$$

Der Zähler des Bruches ist nichts anderes, als die in 1 ccm gelöste Masse des Elektrolyten, der Nenner ist sein elektrochemisches Äquivalent; der Bruch $\frac{N}{A}$ giebt also an, wieviel elektrochemische Aquivalente im Kubikcentimeter enthalten sind, er bestimmt die Konzentration des Elektrolyten in elektrochemischen Äquivalenten. Setzen wir diese gleich μ, so ist

$$\mu = \frac{N}{A},$$

und wir erhalten dann für das Leitungsvermögen in elektromagnetischem Maße, bezogen auf Centimeter und Quadratcentimeter,

$$\gamma = \mu\left(\frac{U_p}{A} + \frac{U_n}{A}\right).$$

Wir führen endlich noch eine letzte Reihe neuer Bezeichnungen ein; das Verhältnis des Leitungsvermögens zu der Konzentration in elektrochemischen Äquivalenten nennen wir molekulares Leitungsvermögen nach elektrochemischen Äquivalenten; die Quotienten $\frac{U_p}{A}$ und $\frac{U_n}{A}$ absolute Beweglichkeiten der Ionen und setzen:

$$\frac{\gamma}{\mu} = L, \quad \frac{U_p}{A} = U, \quad \frac{U_n}{A} = V;$$

dann wird

$$L = U + V.$$

Das molekulare Leitungsvermögen nach elektrochemischen Äquivalenten ist gleich der Summe der absoluten Beweglichkeiten der Ionen.

§ 559. Die Wanderung der Ionen. Kehren wir zurück zu den im Anfange des § 558 geschilderten Verhältnissen und denken wir uns

den von dem Elektrolyt erfüllten Trog in der Mitte durch ein Diaphragma D (Fig. 565) geteilt, von dem wir aber annehmen, daß es für die sich bewegenden Ionen vollkommen durchlässig sei. In der Richtung nach der Kathode geht durch das Diaphragma eine Anzahl von positiven Ionen, die gegeben ist durch:

$$N U_p \varepsilon \mathfrak{F}.$$

Gleichzeitig geht im entgegengesetzten Sinne eine Anzahl von $N U_n \varepsilon \mathfrak{F}$ negativen Ionen hindurch. Ist $U_n > U_p$, so ist die letztere Zahl größer als die erstere; es wandern mehr negative Ionen durch das Diaphragma, als positive, und dies giebt Veranlassung zu Konzentrationsänderungen des Elektrolyten, die zu beiden Seiten des Diaphragmas von verschiedener Größe sind. Diese zuerst von Faraday beobachtete Erscheinung nennt man die Wanderung der Ionen. Das Verhältnis der Zahl der negativen Ionen, die in 1 Sekunde durch das Diaphragma gehen, zu der Zahl der gleichzeitig an den Elektroden ausgeschiedenen positiven oder negativen Ionen nennt man die Überführungszahl des Anions; diese ist somit:

$$n = \frac{U_n}{U_p + U_n},$$

oder, da die Geschwindigkeiten U_p und U_n sich von den absoluten Beweglichkeiten U und V nur durch den konstanten Faktor $\mathfrak{A}$ unterscheiden,

$$n = \frac{V}{U + V}.$$

Die Kenntnis der Überführungszahl ist von großer Bedeutung, weil sie in Verbindung mit dem molekularen Leitungsvermögen zu der Kenntnis der absoluten Beweglichkeiten U und V führt. Wie man aber aus den Konzentrationsänderungen des Elektrolyten die Überführungszahl berechnen kann, erläutern wir an dem Beispiel der Elektrolyse von Kupfersulfat zwischen Kupferelektroden. Die Ionen $\overset{++}{Cu}$ und $\overset{=}{SO_4}$ von $CuSO_4$ sind allerdings, im Gegensatz zu dem bisher betrachteten Beispiel, zweiwertig. Jedes Ion ist mit der Elektrizitätsmenge 2ε geladen. Die auf dasselbe ausgeübte elektrische Kraft ist gleich $2\varepsilon\mathfrak{F}$, und dieser Wert ist an Stelle des seither benützten $\varepsilon\mathfrak{F}$ zu setzen. Im übrigen bleiben die seitherigen Betrachtungen unverändert. Man kann aber vollkommene Übereinstimmung mit den früheren Formeln herstellen, wenn man an Stelle der Ionen $\overset{++}{Cu}$ und $\overset{=}{SO_4}$ eine doppelte Zahl fingierter Ionen mit halbem Molekulargewicht, $(\frac{1}{2}\overset{++}{Cu})$ und $(\frac{1}{2}\overset{=}{SO_4})$, einführt; diese sind dann mit der einfachen Valenzladung ε zu verbinden und verhalten sich wie einwertige Ionen. Bei $CuSO_4$ muß nun die Wanderungsgeschwindigkeit U_n der $\overset{=}{SO_4}$-Ionen größer sein, als die der Cu-Ionen; das ergiebt sich aus den im folgenden mitzuteilenden Ergebnissen der chemischen Analyse der Lösung vor und nach der Elektrolyse. Die Menge des an der Kathode abgeschiedenen Kupfers wird durch Wägung

bestimmt; sie betrug in einem bestimmten Falle 0,252 g, und es war daher, die Zeitdauer des Versuches gleich Eins genommen:

$$0{,}252 = M_p = N\mu_p(U_p + U_n)\varepsilon\mathfrak{J}.$$

Aus den Konzentrationsverhältnissen ergiebt sich, daß vor der Elektrolyse auf der Seite der Kathode 1,503 g Cu in Lösung waren; nach der Elektrolyse waren auf dieser Seite nur noch 1,333 g Cu gelöst. Die Menge des gelösten Cu hat also auf der Seite der Kathode um 0,170 g abgenommen; dies muß die Folge der entgegengesetzten Wanderung der $\overset{=}{S}O_4$-Ionen sein, die sich in der Zeiteinheit um die Strecke $A'C' = U_n\varepsilon\mathfrak{J}$ verschoben. Es fehlen infolge hiervon an der Kathode offenbar die Cu-Ionen, welche vor der Elektrolyse in einer Schicht von der Dicke $A'C' = M_n\varepsilon\mathfrak{J}$ enthalten waren (vgl. Fig. 565). Es ist somit:

$$0{,}170 = N\mu_p U_n\varepsilon\mathfrak{J},$$

und

$$\frac{U_n}{U_p + U_n} = \frac{0{,}170}{0{,}252} = 0{,}67 = n.$$

§ 560. Die absolute Beweglichkeit der Ionen. Mit der Bestimmung der Überführungszahlen ist nun der Weg zu der Berechnung der absoluten Beweglichkeiten U und V geebnet. Die aus den Beobachtungen abgeleiteten Zahlen haben zu dem einfachen Satze geführt, daß in verdünnten Lösungen die absoluten Beweglichkeiten der Ionen konstant sind, unabhängig von der Gegenwart irgend welcher anderer gleichzeitig gelöster Ionen. Das molekulare Leitungsvermögen solcher Lösungen setzt sich dann additiv aus den ein für alle Mal zu berechnenden absoluten Beweglichkeiten U und V der Ionen zusammen, entsprechend der Formel:

$$L = U + V.$$

Wir geben im folgenden eine kleine Tabelle für die Werte von U und V in cm · g · sec.[1]

Positive Ionen.

	H	Li	NH_4	Na	K	Ag
μ_p	1	7	18	23	39	107,7
$U \times 10^{13}$	294	26	54	34	56	45

Negative Ionen.

	OH	F	CN	Cl	$C_2H_3O_2$	NO_3	Br	ClO_3	J
μ_n	17	19	26	35,4	59	62	79,8	83,4	126,5
$V \times 10^{13}$	154	32,4	54	58	28	52	57,2	45	59

Es erübrigt noch zu ermitteln, was man sich unter der absoluten Beweglichkeit der Ionen eigentlich zu denken hat. In unserer bisherigen Entwickelung erscheint sie mehr als eine Rechnungsgröße, eingeführt, um den Ausdruck des molekularen Leitungsvermögens so einfach

[1] F. Kohlrausch, Das elektrische Leitungsvermögen der wässerigen Lösungen von den Hydraten und Salzen der leichten Metalle, sowie von Kupfervitriol, Zinkvitriol und Silbersalpeter. Wied. Ann. 1879. Bd. 6. p. 1. — Über das Leitungsvermögen einiger Elektrolyte in äußerst verdünnter wässeriger Lösung. Ibid. 1885. Bd. 26. p 161.

wie möglich zu gestalten. Um ihre physische Bedeutung klar zu legen, bemerken wir, daß die wirkliche Geschwindigkeit der positiven Ionen, sie möge durch u_p bezeichnet werden, gegeben war durch den Ausdruck:

$$u_p = U_p \varepsilon \mathfrak{F} = UA \cdot \varepsilon \mathfrak{F},$$

oder da nach § 558 $A\varepsilon = v$ ist, durch:

$$u_p = v U \mathfrak{F}.$$

Nun ist $\mathfrak{F}$ die Potentialdifferenz auf die Länge von 1 cm in elektrostatischem Maße, somit $v\mathfrak{F}$ dieselbe Potentialdifferenz in elektromagnetischem Maße; mit $v\mathfrak{F} = e$ wird also:

$$u_p = Ue.$$

Aus dieser Beziehung ist die Bedeutung der absoluten Beweglichkeit U ohne weiteres abzulesen. Es ist U die von den Ionen erlangte Geschwindigkeit, $cm \cdot sec^{-1}$, wenn der Abfall des elektromagnetisch gemessenen Potentials auf die Länge von 1 cm gleich Eins ist, oder wenn auf diese Länge die elektromotorische Kraft Eins nach elektromagnetischem Maße wirkt. Hiernach ist die Dimension der absoluten Beweglichkeit die einer Geschwindigkeit dividiert durch eine auf die Längeneinheit reduzierte elektromotorische Kraft:

$$[U] = l^{\frac{1}{2}} \cdot m^{-\frac{1}{2}} \cdot t.$$

Dieselbe Dimension muß sich natürlich auch ergeben für das molekulare Leitungsvermögen nach elektrochemischen Äquivalenten:

$$L = \frac{\gamma}{\mu}.$$

§ 561. Die absoluten Beweglichkeiten und das Leitungsvermögen bezogen auf Quecksilber. Es erscheint zweckmäßig, noch zu zeigen, wie man aus den absoluten Beweglichkeiten der Ionen das Leitungsvermögen einer gegebenen Lösung in Quecksilbereinheiten berechnen kann. Dabei wollen wir dann gleichzeitig den Gehalt der Lösung nicht durch elektrochemische Aquivalente, sondern durch Grammäquivalente im Liter ausdrücken. Das Leitungsvermögen eines Kubikcentimeters Quecksilber ist nach § 497 gleich $\frac{1}{94100}$ elektromagnetischen Einheiten, somit das Leitungsvermögen des Elektrolyten bezogen auf Quecksilber:

$$k = (U + V)\, 94\,100 \cdot \mu.$$

Hier ist

$$\mu = \frac{N}{A},$$

wo N die Anzahl der Grammäquivalente in 1 ccm, A das elektrochemische Aquivalent des H. Bezeichnen wir durch N' die Anzahl der Grammäquivalente im Liter, so ist:

$$N' = 1000\, N,$$

und somit:

$$\frac{k}{N'} = (U + V) \frac{94{,}1}{A},$$

oder, da $\Lambda = 0{,}0001039$,

$$\frac{k}{N'} = 9{,}057\,(U + V) \times 10^{6}.$$

Für HCl ist $U + V = 352 \times 10^{-13}$, somit:

$$\frac{k}{N'} = 3200 \times 10^{-8}\,.$$

§ 562. Der Grad der elektrolytischen Dissoziation. Die Gesamtzahl der Grammmoleküle eines Elektrolyten, die in 1 ccm gelöst sind, sei P; die Anzahl der dissoziierten $N = \alpha P$; das Verhältnis $\alpha = \frac{N}{P}$ bezeichnet man als den Dissoziationsgrad. N ist zugleich die Zahl der in 1 ccm enthaltenen positiven oder negativen Grammionen. In den vorhergehenden Paragraphen haben wir die Konzentration des Elektrolyten lediglich nach dieser Zahl N beurteilt. Im allgemeinen, wenn man auch auf konzentriertere Lösungen Rücksicht nehmen will, ist es zweckmäßiger, sie auf die Zahl P der im ganzen gelösten Grammmoleküle zu beziehen. Wir berechnen dann auch die molekulare Leitfähigkeit, l, so, daß wir das spezifische Leitungsvermögen γ durch die in elektrochemischen Aquivalenten ausgedrückte Gesamtkonzentration dividieren. Es wird also nach dieser neuen Festsetzung:

$$l = \frac{\gamma}{\frac{P}{\Lambda}} = \alpha\,(U + V)\,.$$

Bei sehr verdünnten Lösungen wird α gleich Eins, die Dissoziation ist eine vollständige, und zwischen den Zahlen P und N besteht kein Unterschied. Wir kommen dann zurück auf die Verhältnisse der vorhergehenden Paragraphen, und erhalten für das molekulare Leitungsvermögen nach elektrochemischen Äquivalenten wieder den Wert:

$$L = U + V.$$

Kennt man den Grenzwert L, den das molekulare Leitungsvermögen bei sehr großer Verdünnung erreicht, so giebt der einer größeren Konzentration entsprechende Wert l den Dissoziationsgrad nach der Formel:[1]

$$\alpha = \frac{l}{L}\,.$$

Bei HCl haben wir aus den absoluten Beweglichkeiten der Ionen berechnet: $L = \frac{\gamma}{N} = 3200$. Bei einer Lösung, die im Liter ein Grammmolekül HCl enthält, ist $l = 2700$, somit der Dissoziationsgrad $\alpha = 0{,}84$.

Wir benützen die vorhergehende Formel noch zur Ermittelung der nach der Formel

$$H_2O = \overset{+}{H} + \overset{-}{OH}$$

sich vollziehenden elektrolytischen Dissoziation des Wassers.

[1] ARRHENIUS, Zeitschrift für phys. Chem. 1887. Bd. 1. p. 631.

Zu diesem Zweck haben wir vor allem die Kenntnis des auf Quecksilber bezogenen spezifischen Leitungsvermögens nötig. Nach den Bestimmungen von F. KOHLRAUSCH ist bei reinem Wasser bei 18°:

$$k = 0{,}036 \times 10^{-10}.$$

Hiernach würde ein Wasserwürfel von 1 mm Seite denselben Widerstand besitzen, wie ein Kupferdraht von 1 qmm Querschnitt und 15 Millionen Kilometer Länge, ein Draht, der die Entfernung zwischen Erde und Mond 40 Mal durchspannen würde.

Das Leitungsvermögen eines Kubikcentimeters in elektromagnetischem Maße haben wir bezeichnet durch γ, das Leitungsvermögen bezogen auf Quecksilber ist:

$$k = \gamma \times 94\,100\,;$$

somit ergiebt sich mit Benützung der ersten Gleichung dieses Paragraphen:

$$k = \alpha (U + V) \frac{P}{A} 94\,100\,.$$

P bezeichnet die Gesamtzahl der g-Moleküle des Elektrolyten in 1 ccm. Bei reinem Wasser ist somit

$$P = \frac{1}{18}\,.$$

Es ist ferner die absolute Beweglichkeit des H-Ions nach § 560 gleich 294×10^{-13}, die des HO-Ions gleich 154×10^{-13}, somit $U + V$ gleich 448×10^{-13}, endlich $A = 0{,}000\,104$. Mit Benützung des zuvor angegebenen Wertes von k erhält man somit:

$$\alpha = \frac{0{,}036 \times 10^{-10}}{448 \times 10^{-13}} \cdot \frac{0{,}000\,104 \times 18}{94\,100}\,.$$

Hieraus ergiebt sich für den Dissoziationsgrad des Wassers, d. h. für den Bruchteil der dissoziierten Moleküle der ungemein kleine, der geringen Leitfähigkeit entsprechende Betrag

$$\alpha = 15 \times 10^{-10}.$$

Die Zahl gilt für eine Temperatur von 18°; sie ändert sich übrigens stark mit der Temperatur.

II. Kapitel. Polarisation und elektromotorische Kraft.

§ 563. Galvanische Polarisation. Schließt man den Strom einer galvanischen Batterie durch ein mit verdünnter Schwefelsäure gefülltes Voltameter, so nimmt der Strom mit der Abscheidung von Wasserstoff und Sauerstoff an den Elektroden ab. Es ist dies die Folge einer elektromotorischen Gegenkraft; die mit Wasserstoff und Sauerstoff beladenen, oder wie man sagt polarisierten Platinplatten verhalten sich in der verdünnten Säure genau so, wie zwei verschiedene Metalle. Sie bilden in Verbindung mit der Säure ein galvanisches Element, dessen positiver Pol durch die Anode, dessen negativer durch die Kathode gebildet wird. Es

läßt sich dies direkt nachweisen, wenn man das Voltameter, nachdem es durch den primären Strom polarisiert wurde, mit einem Galvanometer oder Elektrometer verbindet. Man macht dies am einfachsten so, daß man in den Kreis (Fig. 566), der zunächst aus den Elementen *E*, dem Voltameter *V* und dem Galvanometer *G* besteht, 4 Quecksilbernäpfe *ABCD* einschaltet, von denen *A* mit dem positiven, *C* mit dem negativen Pol der galvanischen Batterie verbunden sein möge. Durch Bügel

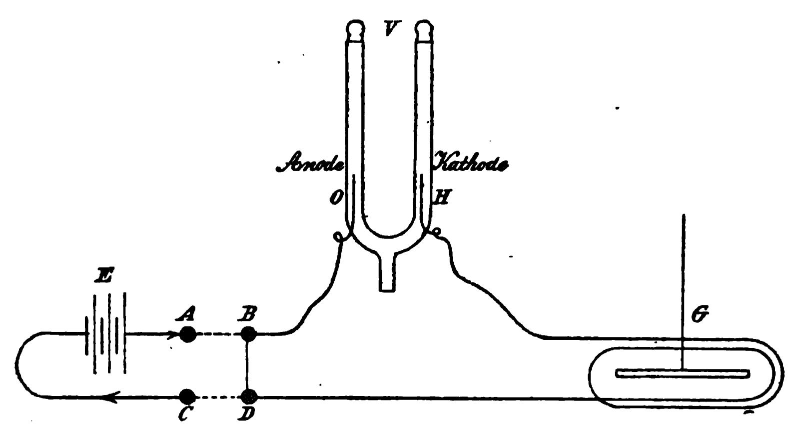


Fig. 566. Polarisation.

von dickem Kupferdraht verbindet man zuerst die Näpfe *AB* und *CD*. Im Voltameter entwickelt sich bei *O* Sauerstoff, bei *H* Wasserstoff Unterbricht man dann die Verbindungen *AB* und *CD* und stellt die neue Verbindung *BD* her, so erhält man im Galvanometer einen Ausschlag, der zeigt, daß in dem neuen Kreise *OBDGH* ein Strom von *O* durch das Galvanometer nach *H* fließt. Die galvanische Batterie, die den primären durch das Voltameter geleiteten Strom erzeugt, habe die elektromotorische Kraft *E*, die elektromotorische Kraft der galvanischen Polarisation sei *e*, der Widerstand des ganzen Schließungskreises *R*. Nach dem Ohmschen Gesetz ist die Stärke des durch das Voltameter fließenden Stromes $J = \frac{E - e}{R}$. Es folgt hieraus, daß dauernde Zersetzung nur möglich ist, wenn $E > e$. Nun beträgt die elektromotorische Kraft der Polarisation in dem betrachteten Falle etwa 2 Daniell; zu dauernder Zersetzung der H_2SO_4 sind somit zum mindesten 3 Daniellsche Elemente nötig.

Die Polarisation der Elektroden verursacht eine gewisse Schwierigkeit bei der Messung elektrolytischer Widerstände. F. Kohlrausch hat sie umgangen, indem er in der Wheatstoneschen Brücke an Stelle von konstanten Strömen, Wechselströme benützte; das Galvanometer im Brückenzweig wird dann durch ein Telephon ersetzt.

§ 564. Polarisation an Quecksilberoberflächen, Kapillarelektrometer. Bei Quecksilberoberflächen hat die elektrische Polarisation einen gesetz-

mäßigen Einfluß auf die Kapillarspannung. Man kann diese Thatsache benützen zu der Konstruktion eines Elektrometers, des Kapillarelektrometers. In einer vertikalen Röhre, *R* (Fig. 567), die unten in eine sehr feine konisch sich verjüngende Spitze ausgezogen ist, hängt durch den kapillaren Druck gehalten eine Quecksilbersäule von etwa 70 cm Höhe. Die Röhre taucht in ein mit verdünnter Schwefelsäure gefülltes Gefäß, dessen Boden mit einer Schicht von Quecksilber bedeckt ist. In die Röhre ist seitlich ein Platindraht *a* eingeschmolzen; zu dem Quecksilber in dem Gefäß führt ein isoliert durch die Schwefelsäure hindurchgehender Platindraht *b*. Verbindet man die beiden Drähte, so nimmt das Quecksilber in der Röhre einen ganz festen Stand ein, der durch ein Mikroskop beobachtet werden kann. Das Quecksilber bekommt in Berührung mit verdünnter Schwefelsäure eine positive Ladung; an der Berührungsfläche muß dementsprechend eine elektrische Doppelschicht vorhanden sein, positiv auf der Seite des Quecksilbers, negativ auf der Seite der Säure (Fig. 568). Durch die Abstoßung der gleichnamig elektrischen Teilchen wird die Oberflächenspannung des Quecksilbers vermindert. Nach § 166 erzeugt nun eine Oberflächenspannung T einen nach innen gerichteten Druck von der Größe $\frac{2T}{r}$, wenn r der Krümmungsradius der Oberfläche ist. Das Quecksilber wird sich in dem kapillaren Teile der Röhre *R* so einstellen, daß dieser Druck $\frac{2T}{r}$ dem Gewicht der suspendierten Quecksilbersäule das Gleichgewicht hält. Schaltet man nun zwischen *a* und *b* ein schwaches galvanisches Element ein, so daß *a* mit dem negativen, *b* mit dem positiven Pol verbunden ist, so wird die positive Ladung des Quecksilbers vermindert, es tritt zugleich infolge eines elektrolytischen Vorganges in der Schwefelsäure Polarisation ein; positive Ionen lagern sich in der Säure der Kuppe des Quecksilbers an und vermindern die auf ihrer Seite befindliche negative Ladung. Die elektrische Abstoßung in der Grenzschicht wird kleiner, die Oberflächenspannung größer. Die Quecksilberkuppe verschiebt sich nach einer weiteren Stelle der Röhre, bis das Gewicht der Quecksilbersäule wieder mit dem Kapillardruck im Gleichgewicht steht. Wenn man

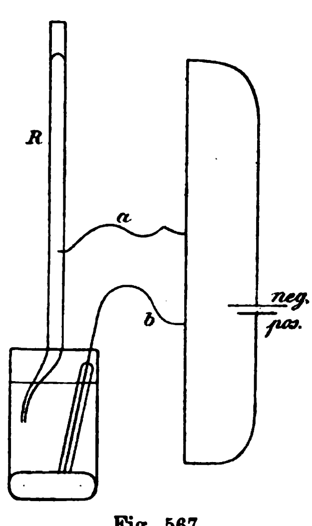


Fig. 567.
Kapillarelektrometer.

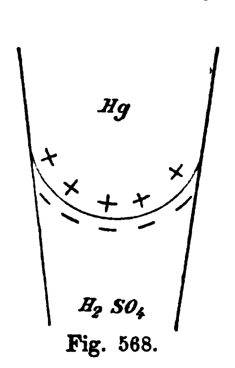


Fig. 568.

ein konstantes Element in sich durch einen Draht von größerem Widerstande schließt und die Drähte *a* und *b* an zwei Punkten des Schließungskreises anlegt, *a* nach der Seite des negativen, *b* nach der Seite des positiven Poles hin, so ist es leicht, die der Berührungsfläche von Quecksilber und Schwefelsäure von außen zugeführten Ladungen von Null an ganz allmählich zu steigern; man hat zu diesem Zweck nur die Kontaktstellen der Drähte *a* und *b* an dem Schließungsbogen weiter und weiter von einander zu entfernen. Wenn es auf diese Weise gelingt, die natürliche Doppelschicht an der Berührungsfläche von Quecksilber und Schwefelsäure durch die von außen zugeführten Ladungen gerade zu kompensieren, so wird die Oberflächenspannung nicht mehr durch elektrische Abstoßungen verringert; sobald man aber die Kontakte der Drähte *a* und *b* noch weiter von einander entfernt, ihre Potentialdifferenz über den zur Kompensation erforderlichen Betrag erhöht, wird die Quecksilberoberfläche eine negative, die Oberfläche der Schwefelsäure eine positive Ladung annehmen, die Oberflächenspannung wird von neuem verringert. In vollkommener Übereinstimmung mit dieser Überlegung zeigt sich nun, daß die Oberflächenspannung des Quecksilbers ein Maximum zeigt, die Kuppe in dem kapillaren Teil der Röhre *R* am weitesten zurückweicht, wenn die Potentialdifferenz der Drähte *a* und *b* gleich 0,95 Volt ist. Man wird hieraus schließen, daß die Potentialdifferenz welche der Berührung von Quecksilber und Schwefelsäure entspricht durch 0,95 Volt gerade kompensiert wird, d. h. daß sie selbst gleich 0,95 Volt ist. Es ist also in diesem Falle möglich, die Potentialdifferenz an der Berührungsfläche eines Metalls mit einer Flüssigkeit für sich allein zu messen.

Die Verschiebung der Quecksilberkuppe ist bei kleinen Potentialunterschieden der Drähte *a* und *b* diesen Differenzen proportional; hierauf beruht die Verwendung der angegebenen Vorrichtung als Elektrometer.

§ 565. Die Gaselemente. Die Erscheinungen, mit denen wir uns in § 563 beschäftigt haben, treten ebenso wie bei Platinelektroden, die durch einen galvanischen Strom polarisiert wurden, auch bei Platinblechen auf, die in einer Atmosphäre von Wasserstoff beziehungsweise von Sauerstoff diese Gase adsorbieren konnten. Mit verdünnter Schwefelsäure bilden sie ein galvanisches Element, dessen positiven Pol die mit Sauerstoff, dessen negativen die mit Wasserstoff beladene Platte bildet.

§ 566. Der Akkumulator. Auf der elektrolytischen Polarisation durch Abscheidung von Sauerstoff und von Wasserstoff beruht auch die Wirksamkeit der Akkumulatoren, die jetzt in größerem Maßstabe als galvanische Elemente verwendet werden. In verdünnter Schwefelsäure steht einer mit braunem Bleisuperoxyd PbO_2 überzogenen Bleiplatte eine metallische Bleiplatte gegenüber. Die Bleisuperoxydplatte bildet den positiven, die Bleiplatte den negativen Pol des so gebildeten galvanischen Elementes. Wenn wir den Strom schließen, so wird an der Bleiplatte $\overset{=}{SO_4}$, an der

Bleisuperoxydplatte $\overset{+}{H} + \overset{+}{H}$ abgeschieden, und es werden dadurch die folgenden chemischen Reaktionen ausgelöst. An der positiven Polplatte:

$$PbO_2 + H_2 + H_2SO_4 = PbSO_4 + 2\,H_2O;$$

an der negativen:

$$Pb + SO_4 = PbSO_4.$$

An beiden Polen findet eine Umwandlung in Bleisulfat statt; ist diese bis zu einem gewissen Punkt vorgeschritten, so sinkt die elektromotorische Kraft des Elementes rapide herab, dieses ist entladen. Bei der Entladung bildet sich Wasser, das spezifische Gewicht der Säure nimmt ab. Es bildet sich an den Platten Bleisulfat, dessen Molekularvolumen, 47, größer ist, als das Molekularvolumen des Bleis, 18, und des Bleisuperoxyds PbO_2, 25; das Volumen der Polplatten nimmt zu. Leitet

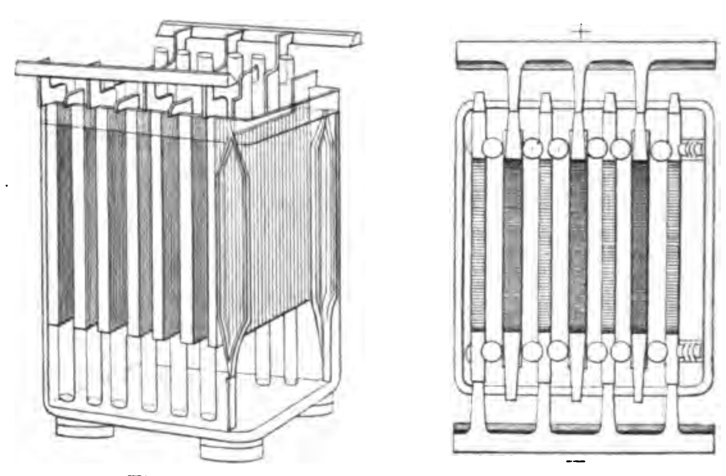


Fig. 569a. Akkumulator. Fig. 569b.

man nun einen äußeren, etwa von einer Dynamomaschine gelieferten Strom in der entgegengesetzten Richtung durch den Akkumulator, so wird er wieder geladen. Es scheidet sich $\overset{=}{SO_4}$ an der Anode, $\overset{+}{H} + \overset{+}{H}$ an der Kathode ab, und die chemischen Reaktionen sind folgende. An der positiven Polplatte:

$$PbSO_4 + SO_4 + 2\,H_2O = PbO_2 + 2\,H_2SO_4,$$

an der negativen:

$$PbSO_4 + H_2 = Pb + H_2SO_4.$$

Die durch die Entladung bewirkte Veränderung ist vollkommen rückgängig gemacht, der Akkumulator von neuem geladen. Die Entladung wird um so länger dauern, je größer die chemisch wirksame Oberfläche der Elektroden ist; um eine solche herzustellen, unterwirft man die Platten einem lange andauernden Prozeß, der sogenannten Formierung, durch den der massive Bleikern mit einer schwammigen, aber fest haf-

tenden Schicht von Blei beziehungsweise von Bleisuperoxyd verbunden wird. Einen Akkumulator, bei dem 3 positive Platten zwischen 4 negative eingesetzt sind, stellen die Figuren 569 a und b in perspektivischer Ansicht und im Grundriß dar.

§ 567. Umkehrbare Elemente. Der Akkumulator bildet ein schönes Beispiel für eine ausgezeichnete Klasse galvanischer Elemente, die man als umkehrbare bezeichnet. Die Veränderungen, die ein Strom von bestimmter Richtung erzeugt, können bei ihnen durch einen Strom von entgegengesetzter Richtung wieder rückgängig gemacht werden. Zu den umkehrbaren Elementen gehört das DANIELLsche. Geht der Strom im Elemente vom Zink zum Kupfer, so gehen Zn-Ionen in Lösung, Cu-Ionen schlagen sich nieder; mit der Stromrichtung kehrt sich das Verhältnis um. Ebenso ist umkehrbar das Clarkelement. Die Ionen, welche je nach der Stromrichtung in Lösung gehen oder sich niederschlagen, sind Zn und SO_4.

§ 568. Elektromotorische Kraft und chemischer Umsatz. Bei jedem galvanischen Element gehen, sobald es einen galvanischen Strom liefert, an den Polplatten chemische Veränderungen vor, wie wir sie bei den im vorhergehenden besprochenen Beispielen kennen gelernt haben. Es liegt die Annahme nahe, daß die Arbeit der elektromotorischen Kraft eben auf Kosten des chemischen Prozesses geleistet werde, daß die Stromarbeit das mechanische Äquivalent der durch den chemischen Prozeß erzeugten Wärme sei. In der That hat diese Anschauung eine lange Geltung behauptet, vorzugsweise deshalb, weil in dem Beispiel des DANIELLschen Elementes die Rechnung zutrifft. Die Menge von Zn, die gelöst, die Menge von Cu, die niedergeschlagen wird, wenn der Strom Eins nach elektromagnetischem Maße, $cm^{\frac{1}{2}} \cdot g^{\frac{1}{2}} \cdot sec^{-1}$, eine Sekunde lang durch das DANIELLsche Element geht, ist durch die elektrochemischen Äquivalente gegeben. Die Atomgewichte von Cu und Zn sind 63 und 65; da beide zweiwertig sind, so ist 1 g H äquivalent mit $\frac{63}{2}$ g Cu und $\frac{65}{2}$ g Zn. In 1 Sekunde werden somit durch die Stromeinheit gelöst $\frac{65}{2} \cdot 0{,}0001039$ g Zn und ausgeschieden $\frac{63}{2} \cdot 0{,}0001039$ g Cu. Die Bildung von 161 g Zinksulfat aus Zn, SO_3 und O in wässeriger Lösung entwickelt eine Wärmemenge von 106000 g-cal.; die Zersetzung von 159 g Kupfersulfat in wässeriger Lösung absorbiert eine solche von 56000 g-cal. Somit ergiebt sich für die Wärmemenge, welche der mit der Stromeinheit verbundene chemische Prozeß in 1 Sekunde entwickelt, der Wert:

$$\tfrac{1}{2} \times 50000 \times 0{,}0001039 = 2{,}59 \text{ g-cal.}$$

Ihr mechanisches Äquivalent beträgt:

$$2{,}59 \times 42 \times 10^6 = 108 \times 10^6.$$

Dieses müßte der Arbeit der elektromotorischen Kraft während einer Sekunde entsprechen, oder, da wir die Stromstärke gleich Eins angenommen haben, der elektromotorischen Kraft selbst, wenn sie in elektromagne-

tischem Maße gemessen wird. In Volt erhalten wir die Kraft durch Multiplikation mit 10^{-8} und finden so:

$$1 \text{ Daniell} = 1{,}08 \text{ Volt},$$

während die direkte elektrische Messung 1,09 bis 1,10 Volts giebt.

Die weitere Erfahrung hat gezeigt, daß keineswegs bei allen Elementen eine so einfache Beziehung zwischen der Wärmeentwickelung des chemischen Prozesses und der elektromotorischen Kraft vorhanden ist. Die elektromotorische Kraft E kann kleiner sein, als die Energie U des chemischen Umsatzes; dann erwärmen sich die Elemente; es kommt aber auch der Fall vor, daß $E > U$, dann kühlen sich die Elemente ab und erzeugen Stromarbeit auf Kosten ihrer eigenen Wärme. Allgemein gilt für umkehrbare Elemente die Beziehung:

$$E = U + T \frac{dE}{dT},$$

wenn T die absolute Temperatur bezeichnet.

§ 569. Konzentrationsketten. Wir betrachten im folgenden noch eine Art galvanischer Ketten, die deshalb von besonderem Interesse ist, weil wir bei ihr Sitz und Ursprung der elektromotorischen Kraft vollkommen zu übersehen vermögen. Zwei Elektroden aus demselben Metall, etwa zwei Kupferplatten, tauchen in zwei verschieden konzentrierte Lösungen eines Kupfersalzes, etwa $CuSO_4$, die unter einander durch einen kleinen Heber kommunizieren. Die Konzentrationen suchen sich zunächst durch Diffusion auszugleichen; dabei eilen die SO_4-Ionen den Cu-Ionen voran, da nach § 559 die Beweglichkeit der ersteren, V, größer ist, als die der letzteren, U. Es entsteht dadurch an der Grenzfläche der Lösungen eine elektrische Schicht, die durch ihre Rückwirkung die Geschwindigkeit der SO_4-Ionen verzögert, die der Cu-Ionen beschleunigt, bis beide Geschwindigkeiten gleich geworden sind. Nimmt man an, daß die Bewegung der Ionen durch den verschieden großen osmotischen Druck der konzentrierten und der weniger konzentrierten Lösung bedingt sei, so ist es möglich, die zum Ausgleich der Ionengeschwindigkeiten erforderliche elektrische Kraft zu bestimmen. Man kommt so auf theoretischem Wege zu dem folgenden Ausdrucke für die elektromotorische Kraft der Kette:

$$E = 86{,}4 \times 10^{-6}\, T \frac{U - V}{U + V} \log \frac{N_2}{N_1} \text{ Volt.}$$

Hierin bezeichnet T die absolute Temperatur; N_2 und N_1 sind die Konzentrationen der beiden Lösungen, die in 1 ccm gelöste Zahl von Grammmolekülen.

Ein anderer interessanter Fall einer Konzentrationskette wird durch zwei verschieden konzentrierte Amalgame eines Metalls dargestellt, die durch die Lösung eines Salzes von dem gleichen Metall verbunden sind.

Bei den Konzentrationsketten ist man auf Grund der Vorstellungen,

die wir über die elektrolytische Dissoziation entwickelt haben, zu einem sicheren Einblick in den Mechanismus der galvanischen Stromerzeugung gelangt. Es ist zu erwarten, daß dieselben Anschauungen auch für die Untersuchung der zwischen Metallen und Lösungen auftretenden Potentialdifferenzen fruchtbar sein werden. Diese aber hängen aufs innigste zusammen mit dem chemischen Vorgange der Auflösung von Metallen in Säuren, der Fällung eines Metalles aus seinen Lösungen durch ein anderes. Auch bei diesen Vorgängen enthalten die Anschauungen der Elektrochemie den Schlüssel des Verständnisses.[1]

Es möge endlich noch daran erinnert werden, daß wir früher die durch Reibung von Isolatoren entstehenden Potentialdifferenzen als im wesentlichen gleicher Art mit den durch Berührung von Leitern erzeugten betrachtet haben. Wenn dies der Fall ist, so muß auch bei den Erscheinungen der Reibungselektrizität dem Auftreten elektrisch geladener Ionen eine wesentliche Rolle zufallen.[2]

[1] Nernst, Theoretische Chemie. 1893. p. 563.

[2] Christiansen, Experimentaluntersuchungen über den Ursprung der Berührungselektrizität. Wied. Ann. 1895. Bd. 56. p. 644.

VIERTER TEIL.

WÄRME.

ERSTES BUCH.

TEMPERATUR UND AUSDEHNUNG.

I. Kapitel. Thermometrie.

§ 570. Temperatur. Eine große Zahl von physikalischen Gesetzen bezieht sich auf Eigenschaften der Körper; diese sind in der Regel dadurch bestimmt, daß die Verhältnisse gewisser Größen, die wir an den Körpern messen, konstant sind; so das spezifische Gewicht, die Elastizitätsmoduln, das Brechungsverhältnis, der galvanische Widerstand. Thatsächlich besitzen aber diese Eigenschaften keineswegs zu allen Zeiten denselben Wert, sie verändern sich mit den Verhältnissen, die wir durch die Worte warm und kalt unterscheiden und die wir allgemein als Temperaturverhältnisse bezeichnen. Für die Physik knüpft sich an diese Bemerkung zunächst eine praktische Aufgabe, durch deren Lösung erst die allgemeine Anwendbarkeit der physikalischen Gesetze gesichert wird. Es ist die genaue Untersuchung der Veränderungen, welche die physikalischen Eigenschaften durch die Temperatur erleiden. Das Gebiet der Untersuchung wird aber sofort erweitert, wenn wir beachten, daß die Temperaturverhältnisse auch die Aggregatform der Körper ändern; in Berührung mit einem heißen Körper siedet das Wasser, im Winter schlägt sich auf den kalten Zweigen der Bäume der Nebel als Rauhfrost, an unseren Fenstern in Eisblumen, nieder. Das letzte Ziel unserer Untersuchungen wird endlich die Frage sein, was eigentlich diesen wechselnden Temperaturen zu Grunde liegt, welches die Natur des Agens ist, das wir Wärme nennen.

§ 571. Thermometrie. Die Lösung der in dem vorhergehenden Paragraphen genannten praktischen Aufgabe setzt voraus, daß wir die Temperaturen der Körper durch genau gemessene Werte zu unterscheiden und zu definieren wissen. Die Instrumente, die wir zu diesem

Zweck benützen, sind die Thermometer, die Lehre von ihrer Konstruktion und Anwendung nennt man Thermometrie; ihre Wurzel ist eine dreifache.

Der erste Schritt, den wir zu ihrer Begründung machen, besteht in der Aufsuchung zweier verschiedener Normaltemperaturen. Wir müssen zwei Räume herstellen, in denen die Temperaturverhältnisse vollkommen konstant, aber verschieden sind, und die dazu erforderlichen Mittel müssen so beschaffen sein, daß es zu jeder Zeit und an jedem Orte möglich ist, jene Räume mit genau denselben Temperaturzuständen aufs neue zu erzeugen. Einen Raum von konstanter Temperatur erhalten wir in einem Gefäß, das rings umgeben ist von schmelzendem Eise. Daß die Temperatur konstant ist, erkennen wir eben daran, daß in jenem Raume jede Bestimmung einer physikalischen Konstanten, eines Volumens, eines Brechungsverhältnisses, eines galvanischen Widerstandes immer wieder genau denselben Wert liefert. Ein zweiter Raum von konstanter Temperatur wird gegeben durch ein Gefäß, das rings umgeben ist von Dämpfen siedenden Wassers. Dabei ist aber vorausgesetzt, daß der Luftdruck, unter dem das Wasser siedet, ein bestimmter sei. Man hat den Druck einer von schmelzendem Eis umgebenen Quecksilbersäule von 76 cm Höhe als einen solchen Normaldruck eingeführt.

Der zweite Schritt besteht in der Graduierung der Temperatur und in der Konstruktion eines Thermometers. Wir nehmen willkürlich irgend einen Körper, der eine mit den Temperaturverhältnissen sich stetig ändernde, meßbare Eigenschaft besitzt; als solche kann die Länge eines Stabes, das Volumen eines Körpers, der galvanische Widerstand eines Drahtes dienen. Wir führen z. B. eine Widerstandsmessung aus in dem von schmelzendem Eise umgebenen Raum und erhalten einen Wert von a Ohm. In dem Raume, der von den Dämpfen des bei Normaldruck siedenden Wassers umspült wird, finden wir einen größeren Wert b. An Stelle des Ohm setzen wir nun eine andere Widerstandseinheit so, daß die Differenz $b - a$ gleich 100 neuen Einheiten wird, d. h. wir nehmen als Einheit den hundertsten Teil der zwischen den Normaltemperaturen eintretenden Widerstandsänderung. Hat dann unser Draht unter irgend welchen anderen Umständen einen Widerstand von c Ohm, so nehmen wir die in dem neuen Maße ausgedrückte Widerstandsdifferenz $c - a$ als Maß seiner Temperatur t; diese ist also gegeben durch die Proportion:

$$\frac{t}{100} = \frac{c - a}{b - a}.$$

Die so definierte Temperatur werden wir der Bequemlichkeit halber als eine reine Zahl betrachten, so daß wir sie in den Dimensionsgleichungen nicht zu berücksichtigen brauchen; die Dimensionsgleichungen, die sich andernfalls für die Größen der Wärmelehre ergeben, sind in § 655 zusammengestellt.

Die unserer Gleichung zu Grunde liegenden Annahmen entsprechen

der von CELSIUS eingeführten Gradeinteilung; danach ist die Temperatur des schmelzenden Eises mit $c = a$ eine von Null Grad, die Temperatur des bei Normaldruck siedenden Wassers mit $c = b$ eine solche von 100^{0}; ist c kleiner als a, so wird die Temperatur negativ. Eine zur Gradmessung der Temperatur dienende nach dem angegebenen Prinzip konstruierte Einrichtung nennen wir ein Thermometer. Wir können aber ein solches ebenso gut mit Benützung der Verlängerung eines Stabes, der Ausdehnung einer Flüssigkeit, der Druckänderung einer abgeschlossenen Luftmenge herstellen.

Der dritte Schritt endlich besteht in der Aufstellung eines Kriteriums, nach dem wir entscheiden, ob ein beliebiger Körper dieselbe Temperatur besitzt, wie unser Thermometer. Denn die im vorhergehenden gegebene Methode giebt uns nur Aufschluß über die Temperatur des als Thermometer benützten Körpers, sie sagt unmittelbar nichts aus über die Temperatur eines anderen Körpers. Nun besteht aber die Aufgabe, die wir zunächst in der Wärmelehre zu lösen haben, in der Aufsuchung des Gesetzes, nach dem eine bestimmte Eigenschaft eines Körpers mit seiner Temperatur sich ändert. Dabei wird diese mit einem Thermometer bestimmt und wir müssen also wissen, wann die der Beobachtung unterworfenen Körper mit diesem gleiche Temperatur besitzen. Das Kriterium, dessen wir uns bedienen, ist in dem Satze enthalten: Ein Körper hat die gleiche Temperatur mit einem Thermometer, wenn er in einem Raume von konstanter Temperatur neben diesem befindlich mit unveränderten Eigenschaften fortbesteht. Wollen wir z. B. die Längenausdehnung eines Metallstabes untersuchen, so bringen wir ihn neben ein Thermometer in Räume von verschiedener Temperatur. Wir warten aber jedesmal sorgfältig ab, bis das Thermometer seine Einstellung, der Metallstab seine Länge nicht mehr ändert, erst dann sagen wir, daß beide die Temperatur des umgebenden Raumes, beide dieselbe Temperatur besitzen.

§ 572. Das Quecksilberthermometer. Zur praktischen Bestimmung der Temperatur benützt man in den meisten Fällen das Quecksilberthermometer. Es besteht aus einer engen Glasröhre von überall gleicher Weite, an die unten ein meist cylindrisches Gefäß angeschmolzen ist; sie wird mit reinem Quecksilber gefüllt, das durch Auskochen luftfrei gemacht wird. Die Länge der Röhre wird so gewählt, daß sie bei einer geeigneten Temperatur zwischen den Siedepunkten des Wassers und des Quecksilbers ganz mit dem letzteren gefüllt ist; man erwärmt auf diese Temperatur und schmilzt die Röhre an der Spitze zu. Wenn sich das Quecksilber beim Erkalten zurückzieht, so entsteht über ihm ein luftleerer Raum. Es werden nun die sogenannten Fundamentalpunkte des Thermometers bestimmt; in schmelzendem Eise der Nullpunkt, in einem Raume, der rings von Dämpfen bei Normaldruck siedenden Wassers umspült wird, der Siedepunkt; ersterer wird nach CELSIUS als eine Temperatur von Null Grad, letzterer als eine solche von Hundert Grad bezeichnet. Der Abstand der Fundamentalpunkte wird

in 100 Teile geteilt, so daß zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Teilstrichen dasselbe Volumen, der hundertste Teil des ganzen zwischen den Fundamentalpunkten liegenden, eingeschlossen ist; bei einer Röhre von überall gleicher Weite wird dies durch gleiche Länge der Abschnitte erreicht; bei ungleicher Weite ist eine Kalibrierung erforderlich, d. h. man verschiebt einen losgetrennten Quecksilberfaden von passender Länge in der Röhre und grenzt so eine Reihe von aufeinanderfolgenden Abschnitten mit gleichem Volumen ab. Die Teilung wird über den Siedepunkt aufwärts, unter den Nullpunkt abwärts fortgesetzt. Temperaturen, bei denen die Quecksilberkuppe unter dem letzteren steht, werden, in Übereinstimmung mit der Definition von § 571, als negative bezeichnet.

Bei dem Quecksilberthermometer gründet sich die Graduierung der Temperatur auf die Thatsache, daß sich das Quecksilber mit steigender Temperatur erheblich stärker ausdehnt als das Glas. Das Volumen, um welches das Quecksilber in der Thermometerröhre steigt, ist gleich der Volumzunahme des Quecksilbers vermindert um die des Glases; man spricht daher von der scheinbaren Ausdehnung des Quecksilbers im Glase, und auf diese gründet sich die Gradmessung der Temperatur mit dem Quecksilberthermometer. Die Temperaturdifferenz von 1° Celsius entspricht dem hundertsten Teil der scheinbaren Ausdehnung zwischen den beiden Fundamentaltemperaturen, den Temperaturen von 0° und 100°.

Bei der Anfertigung und bei dem Gebrauch des Thermometers sind die Nachwirkungserscheinungen des Glases störend. Wenn das Thermometer nach der Erwärmung und dem Zuschmelzen der Spitze sich wieder abkühlt, so zieht sich die Kugel zusammen; nicht bloß wegen der sinkenden Temperatur; es kommt hinzu, daß der Luftdruck, der vorher gleichmäßig innen und außen vorhanden war, jetzt nur noch von außen wirkt. Es kann ein halbes Jahr dauern, ehe die Bewegung vollkommen verschwindet. Dies giebt Veranlassung zu Verschiebungen der Fundamentalpunkte nach oben hin. Etwas Analoges tritt aber ein, so oft ein Thermometer in höherer Temperatur gebraucht worden war; das Gefäß ist erweitert, der Nullpunkt deprimiert, und diese Depression verschwindet gleichfalls nur sehr langsam; ihre Größe ist dem Quadrate der vorausgegangenen Temperaturerhöhung proportional. Die Nachwirkungserscheinungen sind bei verschiedenen Glassorten sehr verschieden, besonders gering bei dem Jenaer Thermometerglas, einem reinen Kali- oder Natronglase.

Die Angaben verschiedener Thermometer, richtige Lage der Fundamentalpunkte und richtige Teilung vorausgesetzt, stimmen zwischen den Fundamentalpunkten sehr wohl überein; in höheren Temperaturen dagegen treten nicht unerhebliche, unter Umständen bis zu 10° ansteigende Verschiedenheiten auf, die ihren Grund in der verschiedenen Ausdehnung verschiedener Glassorten haben.

§ 573. Das Luftthermometer. Die zuletzt besprochenen Schwierigkeiten machen es wünschenswert, bei der Temperaturbestimmung eine andere Flüssigkeit zu benützen, deren Ausdehnung so groß ist, daß im Vergleich mit ihr die Ausdehnung des Glases gering, die verschiedene Ausdehnung verschiedener Glassorten zu vernachlässigen ist. Eine solche ist die Luft. Die einfachste Form des Luftthermometers erhalten wir, indem wir in einer an dem einen Ende zugeschmolzenen, eventuell mit einem erweiterten Gefäße versehenen Glasröhre ein gewisses Quantum trockener Luft durch einen Quecksilberfaden oder durch eine andere Flüssigkeit abgrenzen (Fig. 570 und 571). Da aber das Volumen der abgegrenzten Luft nicht bloß von der Temperatur, sondern auch von dem Druck der äußeren Luft abhängig ist, so sind die Fundamentalpunkte des Instrumentes nicht unveränderlich wie bei dem Quecksilberthermometer, sondern müssen bei jeder Benützung von neuem bestimmt werden.

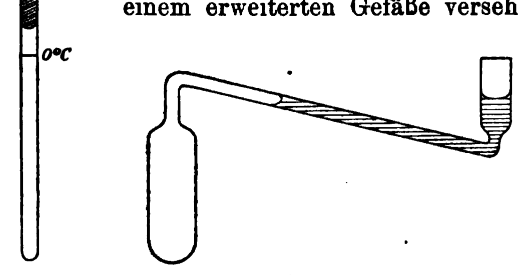


Fig. 570. Fig. 571.
Luftthermometer.

Die gebräuchliche Form des Luftthermometers beruht auf einem etwas anderen Prinzip. Um ein gewisses Quantum trockener Luft auf konstantem Volumen zu erhalten, ist ein mit der Temperatur steigender Druck erforderlich. Die Druckzunahme ist eine Eigenschaft der Luft, die ebensogut zur Graduierung der Temperatur benützt werden kann, wie die Volumvermehrung. Die Verfolgung dieses Gedankens hat zu der folgenden Konstruktion geführt. Ein mit trockener Luft gefüllter Glasballon *G* (Fig. 572) steht durch eine Kapillare mit einer vertikalen Glasröhre *A* in Verbindung, diese kommuniziert durch einen Gummischlauch mit einer zweiten vertikalen Glasröhre *B*. Die Luft in *G* ist durch Quecksilber abgesperrt, das die kommunizierenden Röhren *A* und *B* bis zu einer schicklichen Höhe füllt. Durch Heben der Röhre *B* ist es möglich, die Quecksilberkuppe auf eine in dem Rohre *A* nahe der Mündung der Kapillare befindliche Marke einzustellen, um so in dem Ballon *G* ein ganz bestimmtes Luftvolumen abzugrenzen. Von der Veränderlichkeit des äußeren Luftdruckes kann man sich auch bei dieser Form des Luftthermometers dadurch frei machen, daß man bei jeder Temperaturmessung eine erneute Bestimmung der Fundamentalpunkte vornimmt. Die Sache gestaltet sich dann in folgender Weise. Man bringt den Ballon *G* erst in schmelzendes Eis, hebt die Röhre *B* solange, bis das Quecksilber in *A* auf der Marke einsteht; die Quecksilberkuppe in *B* schwebe dabei in der Höhe h_0 über der von *A*. Hierauf umgiebt man das Gefäß *G* mit Dämpfen von bei Normal-

druck siedendem Wasser; nach der Einstellung sei die Höhe der Kuppe in B über der in A gleich h_{100}; die Druckdifferenz $h_{100} - h_0$ entspricht dann der Temperatur von 100° Celsius. Bei einer beliebigen anderen Temperatur t sei der Höhenunterschied zwischen den Quecksilberkuppen nach der Einstellung gleich h; dann entspricht die Druckdifferenz $h - h_0$ der Temperatur t. Diese berechnet sich daher aus der Proportion:

$$t : 100 = h - h_0 : h_{100} - h_0 .$$

Bei diesem Verfahren nehmen wir keine Rücksicht auf die Ausdehnung des Glases. Auf die kleine hierdurch bedingte Korrektion wollen wir nicht eingehen, da es uns nicht auf eine vollständige Anweisung zur Temperaturmessung, sondern auf die Angabe des Prinzips ankommt.

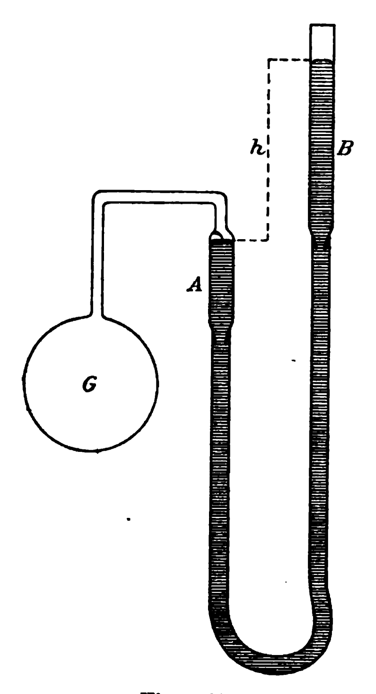


Fig. 572.
Luftthermometer.

Dagegen wollen wir hervorheben, daß die im vorhergehenden eingeführte Graduierung der Temperatur ganz ebenso aus dem in § 175 erwähnten, später noch ausführlicher zu besprechenden Gesetz von Boyle-Gay-Lussac sich ergiebt; diesem zufolge besteht zwischen Volumen v, Druck p, absoluter Temperatur T und Masse m eines Gases die Beziehung:

$$vp = mRT,$$

wo R eine dem Gase eigentümliche Konstante bezeichnet. Zwischen der Temperatur t in Graden Celsius und der absoluten Temperatur T besteht nach § 21 die Beziehung $T = t + 273$; wir erhalten somit, wenn wir die gewöhnliche Celsiusskala benützen:

$$vp = mR(t + 273).$$

Der Barometerstand sei b; den drei Beobachtungen, die wir bei 0°, t^0 und bei 100° mit unserem Luftthermometer ausgeführt haben, entsprechen dann die Gleichungen:

$$\frac{273}{b + h_0} = \frac{273 + t}{b + h} = \frac{273 + 100}{b + h_{100}} .$$

In der That ergiebt sich aus diesen:

$$\frac{273}{b + h_0} = \frac{t}{h - h_0} = \frac{100}{h_{100} - h_0} ;$$

also einmal die im vorhergehenden zur Bestimmung von t benützte Gleichung, andererseits aber:

$$t = 273 \frac{h - h_0}{b + h_0} = 273 \frac{(b + h) - (b + h_0)}{(b + h_0)}.$$

Hier ist $(b+h_0)$ eine ein für allemal zu bestimmende Konstante des Instrumentes; die Temperaturmessung erfordert also nur die Beobachtung des Barometerstandes b und der Druckhöhe h.

Die durch das Luftthermometer bestimmte Temperatur ist allgemein als eigentliche Normaltemperatur angenommen.

Die folgenden Tabellen enthalten einige Vergleichungen der Angaben von Quecksilberthermometern mit denen des Luftthermometers.

Luftthermometer	Thermometer aus			
	Jenaer Glas	gewöhnlichem Glas	gewöhnlichem Glas	Krystallglas
0°	0°	0°	—	—
20°	20,08	20,14	—	—
40°	40,11	40,20	—	—
60°	60,10	60,18	—	—
80°	80,05	80,10	—	—
100°	100	100	100	100
150°	149,91	—	149,80	150,40
200°	200,04	—	199,70	201,25
250°	250,64	—	250,05	253,00
300°	301,90	—	301,08	305,72
350°	—	—	354,00	360,50

II. Kapitel. Wärmeausdehnung.

§ 574. Wärmeausdehnung fester Körper. Mit der Herstellung der Thermometer ist die Möglichkeit zu einer eingehenden Untersuchung von Form- und Volumenänderungen gewonnen, welche die Körper bei Änderung der Temperatur erleiden. Wir betrachten diese Verhältnisse zuerst bei festen Körpern.

Linearen Ausdehnungskoëffizienten β nennt man die Verlängerung, die ein Stab von der Länge Eins bei einer Temperaturerhöhung von 1° Celsius erleidet. Kennt man die Länge l_0 eines Stabes, bei der Temperatur 0°, die Verlängerung λ bei einer Temperaturerhöhung um t^0, so ist der Ausdehnungskoëffizient:

$$\beta = \frac{\lambda}{l_0 t},$$

und die Länge des Stabes bei der Temperatur t:

$$l = l_0 + \lambda = l_0 (1 + \beta t).$$

Die durch Temperaturerhöhung bewirkte Ausdehnung der Körper ist im allgemeinen sehr klein. Man hat daher feine Hilfsmittel zu ihrer Beobachtung nötig. In der Regel läßt man den sich dehnenden Körper auf einen kurzarmigen Fühlhebel wirken, verwandelt so die lineare Verschiebung in eine Drehung und mißt diese mit Spiegel und Skala.

Einen zu Zwecken der Demonstration oder gröberen Messung bequemen Apparat stellt Figur 573 im Aufriß und Grundriß dar; *l* ist der Stab, dessen Längenausdehnung beobachtet werden soll. Das untere Ende ruht auf der durch die Fußplatte gehenden Schraubenspitze $s_{,}$; gegen das obere Ende drückt die Spitze einer zweiten Schraube *s*, welche

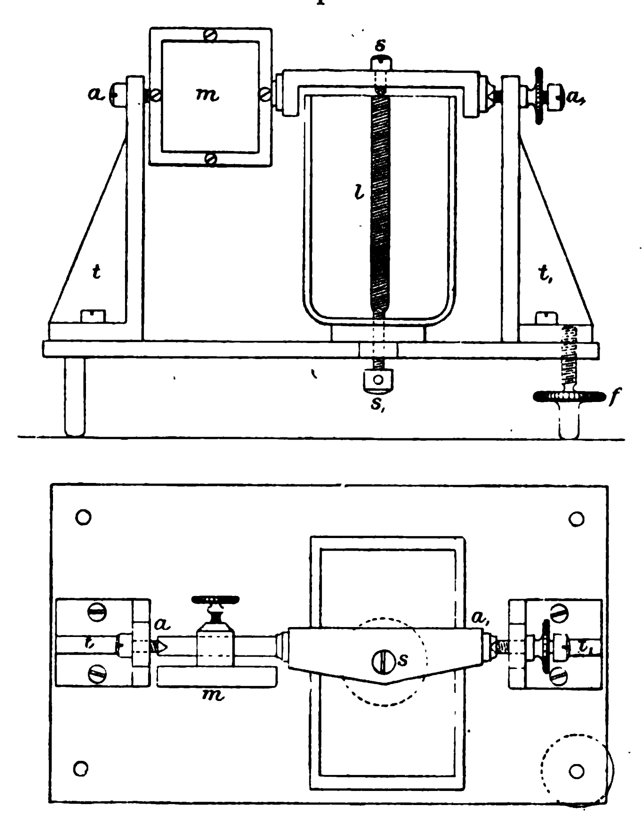


Fig. 573. Ausdehnungsapparat.

durch die horizontale Drehungsaxe $a a_{,}$ exzentrisch hindurchgeht. Die Axe bewegt sich leicht zwischen den Spitzen zweier Stahlschrauben, die von den Lagern *t* und $t_{,}$ getragen werden; *m* ist der mit der Axe verbundene Spiegel. Der Stab *l* befindet sich in einem Gefäße, das mit heißem Wasser gefüllt werden kann.

Der Ausdehnungskoëffizient β ist nicht konstant, sondern selbst wieder abhängig von der Temperatur; setzen wir den mittleren Ausdehnungskoëffizienten zwischen 0^0 und t^0

$$\bar{\beta} = a + b\,t, \text{ und}$$

$$l = l_0 (1 + a\,t + b\,t^2),$$

so ergiebt sich die folgende Zusammenstellung:

	$a \times 10^6$	$b \times 10^{10}$
Mg	24,2	330
Al	21,7	330
Si	7,0	85
Fe	10,9	170
Co	12,0	40
Ni	11,9	210
Cu	15,5	160
Zn	27,4	234
Sc	32,3	560
Ru	8,5	140
Rh	8,2	40
Pd	10,6	80
Ag	18,2	140
Cd	26,9	470
Sn	20,6	220
Sb	9,2	130
Te	14,4	290
Os	5,7	110
Ir	6,3	40
Pt	8,6	40
Au	13,7	80
Tl	25,6	570
Pb	27,8	90
Bi	11,9	200

Beim Diamant ist

$$a \times 10^6 = 0{,}6, \quad b \times 10^{10} = 72.$$

Bei einer Temperatur von $-41{,}7^0$ erreichen die linearen Dimensionen eines Diamantkrystalles ein Minimum. Bei noch tieferen Temperaturen tritt das eigentümliche Verhalten ein, daß die Kanten sich bei Abkühlung ausdehnen, bei Erwärmung zusammenziehen.

Bei Krystallen, die nicht dem regulären System angehören, ist die Wärmeausdehnung in verschiedenen Richtungen verschieden, so daß eine aus dem Krystall geschnittene Kugel sich bei Erwärmung in ein Ellipsoid verwandelt. Häufig, z. B. beim Kalkspat, findet Ausdehnung in einer, Zusammenziehung in einer dazu senkrechten Richtung statt.

Sehr merkwürdig sind die Verhältnisse bei dem im hexagonalen System krystallisierenden Jodsilber. Längs der Hauptaxe findet bei Erwärmung Kontraktion statt, mit den Werten der Konstanten:

$$a = -2{,}26 \times 10^{-6} \text{ und } b = -213 \times 10^{-10}.$$

Dieser steht in der zu der Axe senkrechten Richtung eine sehr viel schwächere Ausdehnung gegenüber mit:

$$a' = 0{,}10 \times 10^{-6} \text{ und } b = 69 \times 10^{-10}.$$

Die Eigenschaft, beim Erwärmen sich in der Längsrichtung zusammenzuziehen, zeigen außerdem Guttaperchaschnüre und Kautschukschläuche; bei den ersteren liegt die Vermutung nahe, daß molekulare Umlagerungen die ganze Erscheinung bedingen.

Aus der Definition des Ausdehnungskoëffizienten folgt, daß das Produkt βt eine reine Zahl ist, das Verhältnis zweier Längen. Wenn man also der Temperatur den Charakter einer Zahl beilegt, so gilt gleiches auch von dem Ausdehnungskoëffizienten.

§ 575. Volumenausdehnung fester Körper. Man versteht unter dem Koëffizienten der Volumenausdehnung die Volumenvergrößerung von 1 ccm bei einer Temperaturerhöhung von 1° Celsius. Bei festen isotropen Körpern ist der Koëffizient der Volumenausdehnung das dreifache des linearen. Glas z. B. hat einen linearen Ausdehnungskoëffizienten $\beta = 8{,}5 \times 10^{-6}$; der Volumenausdehnungskoëffizient ist $\alpha = 25{,}5 \times 10^{-6}$. Bei Krystallen mit einer Hauptaxe ist der Koëffizient der Volumenausdehnung $\alpha = \beta + 2\beta'$, wenn β den linearen Ausdehnungskoëffizienten in der Richtung der Axe, β' den in der Richtung senkrecht zur Axe bezeichnet. Der Volumenausdehnungskoëffizient des Jodsilbers ist danach negativ, seine Krystalle ziehen sich bei Erwärmung zusammen.

Der Hohlraum eines Gefäßes vergrößert sich gerade so, wie wenn er mit der Substanz des Gefäßes gefüllt wäre; um sich hiervon zu überzeugen, denke man sich ein Gefäß von Würfelform, dessen innere Kanten je eine Länge von 1 cm haben; bei einer Temperaturerhöhung von 1° Celsius vergrößert sich jede um den linearen Ausdehnungskoëffizienten der Substanz des Gefäßes; der Hohlraum vergrößert sich somit um das dreifache jenes Koëffizienten. Bei einem Glasgefäße z. B. ist der Ausdehnungskoëffizient für den inneren Hohlraum gleich dem dreifachen linearen Ausdehnungskoëffizienten des Glases, also gleich 25×10^{-6}.

§ 576. Volumenausdehnung des Quecksilbers. Die flüssigen Körper haben keine selbständige Form, daher hat die Messung linearer Dimensionen keine Bedeutung. Das einzige, was wir zu messen haben, ist das Volumen, und es handelt sich daher bei den Flüssigkeiten auch nur um die Bestimmung des Koëffizienten der Volumenausdehnung. Nun erhebt sich aber eine gewisse Schwierigkeit; wenn wir eine Flüssigkeit in einem Gefäße erwärmen, so dehnt sich das Gefäß immer mit aus; was wir beobachten, ist nur die scheinbare Ausdehnung der Flüssigkeit in dem Gefäß, und um aus ihr den wahren Wert abzuleiten, würde es nötig sein, den Volumenausdehnungskoëffizienten des Gefäßes zu kennen. Aus der linearen Ausdehnung seiner Substanz kann dieser nicht mit hinreichender Genauigkeit abgeleitet werden, und es ergiebt sich also die Aufgabe, wenigstens für eine Flüssigkeit den Ausdehnungskoëffizienten zu bestimmen, unabhängig von der gleichzeitigen Ausdehnung des Gefäßes. Diese Aufgabe wurde gelöst durch eine Anwendung des Prinzips der korrespondierenden Flüssigkeitshöhen (§ 116). Die vertikalen mit Quecksilber gefüllten Glasröhren A und B (Fig. 574) kommunizieren miteinander durch eine horizontale Kapillare C; die eine A umgeben wir mit schmelzendem Eise, die andere B bringen wir auf eine Temperatur von t^0 Celsius. Wir messen die Höhen der Queck-

silberkuppen über der Kapillaren und finden bei der Röhre A die Höhe h_0, bei B die Höhe h. Sind s_0 und s die spezifischen Gewichte des Quecksilbers in den beiden Röhren, so ist nach dem Prinzip der korrespondierenden Höhen:

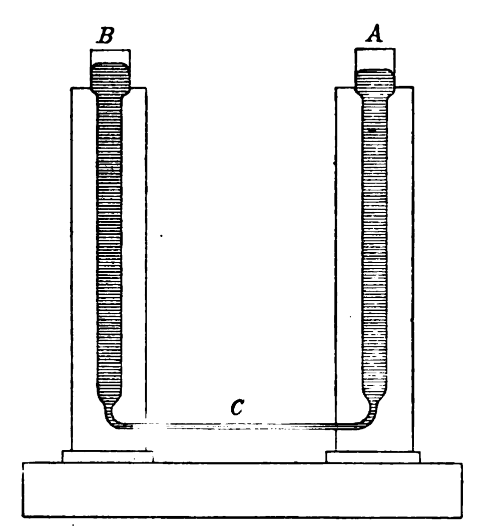


Fig. 574. Ausdehnung des Quecksilbers.

$$s : s_0 = h_0 : h, \quad h s = h_0 s_0 .$$

Nun müssen aber bei einer gegebenen Menge Quecksilber die Produkte aus dem Volumen und der Dichte bei allen Temperaturen denselben Wert behalten. Nennen wir also v_0 das Volumen bei 0^0, v das bei t^0, so ist auch $v s = v_0 s_0$, und somit:

$$\frac{v}{v_0} = \frac{h}{h_0} \quad \text{und} \quad \frac{v - v_0}{v_0} = \frac{h - h_0}{h_0} .$$

Der Koëffizient der Volumenausdehnung ist dann:

$$\alpha = \frac{v - v_0}{v_0 t} = \frac{h - h_0}{h_0 t} .$$

Zu seiner Bestimmung ist nur die Messung der Höhen h und h_0 erforderlich, deren Verhältnis von den das Quecksilber einschließenden Röhren ganz unabhängig ist. Für den Volumenausdehnungskoëffizienten α des Quecksilbers ergeben sich so die Werte:

Temperatur (Luftthermometer)	$\alpha \times 10^6$
0^0 .	179
100	184
200	189
300	194

Die mit der Temperatur wachsende Ausdehnung erklärt, daß in höheren Temperaturen das Quecksilberthermometer dem Luftthermometer voraneilt, wie dies aus der Tabelle von § 573 hervorgeht.

Die Änderungen der Dichte sind den Änderungen des Volumens umgekehrt proportional. Kennt man also die Dichte des Quecksilbers bei einer bestimmten Temperatur, z. B. bei 0^0 C., so kann man sie für alle anderen Temperaturen mit Hilfe der im vorhergehenden angeführten Ausdehnungskoëfficienten berechnen.

§ 577. Ausdehnung des Wassers. Wenn man die Ausdehnung des Quecksilbers kennt, so kann man dieses benützen, um die Volumenverhältnisse eines sogenannten Dilatometers zu ermitteln, eines Gefäßes von der aus Fig. 575 ersichtlichen Form mit zwei geteilten Kapillaren A und B. Man füllt das Dilatometer bei Zimmertemperatur mit einer abgewogenen

Menge von Quecksilber, so daß dieses in den Kapillaren über dem Gefäße G steht; man beobachtet den Stand der Quecksilberkuppen bei verschiedenen Temperaturen und berechnet das jeweilige Volumen des Quecksilbers mit Hilfe seiner bekannten Volumenausdehnung. Ein so kalibriertes Dilatometer kann dann benutzt werden, um die Volumenausdehnung anderer Flüssigkeiten zu bestimmen. Von diesen ist von besonderem Interesse das Wasser; bei ihm tritt die anomale Erscheinung ein, daß es sich unterhalb einer Temperatur von 4° bei weiterer Abkühlung ausdehnt. Eine Zusammenstellung seiner Volumina bei verschiedenen Temperaturen giebt die folgende Tabelle; das Volumen bei 4° ist gleich Eins gesetzt:

Temperatur	Volumen
−10° C	1,001855
0	1,000129
4	1,000000
8	1,000114
20	1,001744
40	1,00770
60	1,01691
80	1,02887
100	1,04312

Die Angabe bei —10° bezieht sich auf flüssiges, unterkühltes Wasser.

Fig. 575.
Dilatometer.

§ 578. Ausdehnungskoëffizient der Gase. Der Ausdehnungskoëffizient der Gase kann mit einem Dilatometer bestimmt werden; man kann aber auch nach dem bei der Konstruktion des Luftthermometers benützten Prinzip verfahren; nur erhält man dann, streng genommen, nicht den Ausdehnungskoëffizienten, sondern den Koëffizienten der Druckvermehrung, die Druckzunahme für eine Temperaturerhöhung von 1° C., dividiert durch den ursprünglichen Druck. Eine Zustammenstellung der für einige Gase gefundenen Werte enthält die folgende Tabelle:

	Ausdehnungskoëffizient bei konstantem Druck	Koëffizient der Druckzunahme bei konstantem Volumen
H	0,003661	0,003661
O	—	0,003674
N	—	0,003668
Atmosph. Luft	0,003671	0,003668
N_2O	0,003719	0,003691
CO	0,003669	0,003667
CO_2	0,003710	0,003696
SO_2	0,003903	0,003852

Die verschiedenen Werte weichen nur wenig von einander ab, man kann daher den Koëffizienten der Druckvermehrung gleich dem der Ausdehnung und beide sehr nahe für alle Gase gleich $0{,}003663 = \frac{1}{273}$ setzen. Dieser Satz wurde zuerst von Gay-Lussac ausgesprochen und wird daher in der Regel mit seinem Namen bezeichnet.

§ 579. Die Zustandsgleichung der Gase. Wenn wir von dem jeweiligen Zustand einer gegebenen Menge eines Gases eine vollständige Kenntnis haben wollen, so werden wir Volumen, Druck und Temperatur zu messen haben. Wir bezeichnen diese Dinge als die Zustandsgrößen des Gases. Man sieht aber sofort, daß dieselben von einander nicht unabhängig sind, sondern daß immer eine durch die beiden anderen vollständig bestimmt ist.

Es seien v, p und t drei zusammengehörige Werte von Volumen, Druck und Temperatur; es sei ferner v_0 das Volumen bei dem Normaldruck p_0 einer Quecksilbersäule von der Höhe von 76 cm bei der Temperatur 0°. Reduzieren wir die gegebene Gasmenge bei konstant bleibender Temperatur t von dem Druck p auf den Normaldruck p_0, so ist das neue Volumen nach dem Gesetz von Boyle-Mariotte:

$$v' = \frac{vp}{p_0}.$$

Reduzieren wir jetzt bei gleichbleibendem Druck p_0 auf die Temperatur Null, so ist nach dem Gesetz von Gay Lussac:

$$v_0 = \frac{v'}{1 + \alpha t},$$

wo α der Ausdehnungskoëfficient des Gases ist. Eliminieren wir v', so ergiebt sich:

$$p v = p_0 v_0 (1 + \alpha t).$$

In dieser Formel ist v_0 ein für die gegebene Gasmenge ein für allemal zu bestimmendes konstantes Volumen; es wird also die Gleichung in der That genügen, um die dritte Zustandsgröße zu bestimmen, wenn zwei gegeben sind. Wir nennen sie die Zustandsgleichung der Gase. Zunächst können wir ihr noch einige andere bemerkenswerte Formen geben. Das Volumen, welches von der Masseneinheit eines Körpers ausgefüllt wird, nennen wir spezifisches Volumen. Es sei nun das spezifische Volumen eines Gases bei der Temperatur Null und dem Normaldruck gleich ω_0, dann ist das Volumen einer Masse m unter denselben Verhältnissen $v_0 = m\omega_0$, und wir erhalten die Zustandsgleichung in der Form:

$$p v = m p_0 \omega_0 (1 + \alpha t).$$

Besonders einfach gestaltet sich der Ausdruck, wenn wir die Temperatur nicht von dem Schmelzpunkt des Eises, sondern von dem sogenannten absoluten Nullpunkt an rechnen. Da $\alpha = \frac{1}{273}$, so ist:

$$p v = m \frac{p_0 \omega_0}{273} \cdot (273 + t).$$

Rechnen wir nun die Temperatur von -273^0 Celsius an, so daß der Schmelzpunkt des Eises einer Temperatur von 273^0, der Normalsiedepunkt einer solchen von 373^0 entspricht, so bezeichnen wir, wie schon in § 21 erwähnt wurde, die so gemessene Temperatur als die absolute. Setzen wir die **absolute Temperatur** unseres Gases gleich T, so ist $T = 273 + t$, und wir erhalten als Zustandsgleichung:

$$p v = m \frac{p_0 \omega_0}{273} T.$$

Der Faktor $\frac{p_0 \omega_0}{293}$ ist für ein gegebenes Gas konstant; man bezeichnet ihn in der Regel durch einen einzigen Buchstaben R und nennt R die **Konstante des Gasgesetzes.** Man hat dann:

$$p v = m R T,$$

eine Gleichung, die wir auch kurzweg als „**Gasgesetz**“ bezeichnen werden. Schon aus den Angaben von § 120 folgt, daß das Gasgesetz für die wirklichen Gase nicht streng gültig ist; es trifft um so genauer zu, je geringer der Druck und je höher die Temperatur; Gase, von denen man annimmt, daß sie dem Gasgesetze in aller Strenge folgen, nennt man **ideale.**

Der Wert von R für verschiedene Gase hängt ab von den zu Grunde gelegten Maßeinheiten; für Länge und Masse benützen wir Centimeter und Gramm. Für die Messung des Druckes aber ist noch keine konsequente Bestimmung durchgeführt worden. Man definiert einerseits als Einheit des Druckes den eines Grammgewichtes auf 1 qcm, wobei also, dem technischen Maßsystem entsprechend, das Gewicht eines g-Stückes als Einheit der Kraft benützt wird. Das auf diese Bestimmung sich gründende Maß des Druckes bezeichnen wir als technisches Maß. Wir reduzieren andererseits den Druck auf die allgemeinen Einheiten des absoluten cm·g·sec-Systemes, indem wir als Einheit des Druckes den Druck von 1 Dyne auf 1 qcm bezeichnen. Der Druck von 1 Atmosphäre (76 cm Quecksilber von 0^0) ist im technischen Maße gleich 1033,26 g-Gewichten pro Quadratcentimeter, im cm·g·sec-System gleich $g \times 1033{,}26 = 1013590$ Dynen pro Quadratcentimeter. Der Wert der Gaskonstanten R im cm·g·sec-System ist daher g mal größer, als im technischen Maße. Da wir nach der in § 574 getroffenen Festsetzung die Temperatur als eine Zahl betrachten, so ist die Dimension von R im cm·g·sec-System $[R] = \mathrm{cm}^2 \cdot \mathrm{sec}^{-2}$, entspricht also dem Quadrate einer Geschwindigkeit. Eine Zusammenstellung der Werte von R enthält die folgende Tabelle:

	Technisches Maß	Absolutes Maß $\mathrm{cm}^2 \cdot \mathrm{sec}^{-2}$
H	42313	41508000
O	2655	2604000
N	3017	2960000
Atmosph. Luft	2932	2876000
N_2O	1927	1891000
CO	3030	2972000
CO_2	1926	1890000
SO_2	1359	1333000

Geschwindigkeit der Gasmoleküle. Bezeichnet man durch V die Geschwindigkeit, mit der sich die Moleküle eines Gases bewegen, so führt die in § 175 besprochene dynamische Theorie der Gase zu der dem Gesetz von Boyle-Mariotte entsprechenden Formel: $p = \frac{1}{3}\delta V^2$, wo δ die Dichte des Gases. Dieselbe stimmt mit dem allgemeinen Gasgesetze überein, wenn wir die molekulare Geschwindigkeit $V = \sqrt{3RT}$ setzen. Hiernach ergeben sich bei der Temperatur des schmelzenden Eises, d. h. bei $T = 273$ die in § 175 angegebenen Werte: bei H: $V = 184\,400$ cm, bei N: $V = 49\,200$ cm, bei O: $V = 46\,100$ cm, bei CO_2: $V = 39\,200$ cm.

§ 580. Die Gasdichte. Die Dichte der Gase pflegt man auf die Dichte der Luft bei gleichem Druck und gleicher Temperatur zu beziehen; d. h. man dividiert die in 1 ccm enthaltene Masse eines Gases durch die Masse der Luft, die bei gleichem Druck und gleicher Temperatur im Kubikcentimeter enthalten ist, und nennt dieses Verhältnis Gasdichte, zum Unterschied von der Masse der Volumeneinheit, der Dichte absolut genommen. Aus der Zustandsgleichung der Gase folgt, daß ihre absoluten Dichten bei gleichem Druck und gleicher Temperatur sich umgekehrt verhalten wie ihre Konstanten R. Für die Verhältnisse der absoluten Dichten zu der absoluten Dichte der Luft, die Gasdichten, ergeben sich unter dieser Voraussetzung die folgenden Werte:

	Gasdichte
Luft	1,0000
H	0,0692
O	1,1052
N	0,9701
CO_2	1,520

§ 581. Das Gesetz von Avogadro. Durch die Thatsache, daß die chemischen Verbindungen der Gase stets nach einfachen Volumenverhältnissen erfolgen, wurde Avogadro zu dem schon in § 175 erwähnten Satze geführt, daß alle Gase bei gleichem Druck und gleicher Temperatur in der Volumeneinheit dieselbe Zahl von Molekülen besitzen; ein Satz, der für die Entwickelung der Grenzgebiete physikalischer und chemischer Forschung von fundamentaler Bedeutung geworden ist. Eine unmittelbare Konsequenz der Avogadroschen Regel ist der Satz, daß die Molekulargewichte der Gase sich verhalten, wie ihre Gasdichten. Es sei μ das Molekulargewicht, D die Dichte eines beliebigen Gases; μ_h und D_h haben dieselbe Bedeutung für Wasserstoff, dann ist:

$$\mu = \mu_h \frac{D}{D_h},$$

oder da $\mu_h = 2$ und $D_h = 0{,}0692$,

$$\mu = 28{,}88 \times D.$$

Aus der im vorhergehenden Paragraphen besprochenen Beziehung ergiebt sich weiter der wichtige Satz: Die Konstanten des Gasgesetzes

verhalten sich umgekehrt wie die Molekulargewichte der Gase. Ist also R die Konstante eines beliebigen Gases, R_h die des Wasserstoffes, so ist:

$$R = R_h \frac{\mu_h}{\mu},$$

oder mit Benützung des in § 579 gegebenen Wertes von R_h und mit $\mu_h = 2$:

$$R = \frac{83\,016\,000}{\mu};$$

dabei ist der Druck in Dynen pro Quadratcentimeter gerechnet. Substituieren wir diesen Wert in dem Gasgesetze, so wird:

$$pv = 83\,016\,000 \frac{m}{\mu} T.$$

Diejenige Menge eines Stoffes, deren Masse in Grammen ausgedrückt, numerisch gleich seinem Molekulargewicht ist, nennen wir nach § 13 1 Grammmolekül; es ist somit $\frac{m}{\mu}$ die Anzahl der Grammmoleküle des Gases, die in dem Volumen v enthalten sind. Setzen wir diese gleich N, so erhalten wir das Gasgesetz in der Form:

$$vp = 83\,016\,000\, NT,$$

die dadurch ausgezeichnet ist, daß sie nichts mehr enthält, was auf die spezifische Natur des Gases Bezug hat.

Der numerische Wert der in diesem Gesetze auftretenden Konstanten gilt unter der Voraussetzung, daß das Volumen in Kubikcentimetern, der Druck in Dynen pro Quadratcentimeter gemessen wird. Es ist häufig bequemer, den Druck in Atmosphären, das Volumen nach Litern zu rechnen. Berücksichtigt man, daß 1 Atmosphäre = 1 013 590 Dynen pro Quadratcentimeter, 1 Liter = 1000 ccm ist, so erhält man bei Zugrundelegung dieser Maßeinheiten die Formel:

$$pv = 0{,}0819\, NT.$$

Bei dem Druck von 1 Atmosphäre ist danach das Volumen eines g-Moleküls in Litern:

$$\frac{v}{N} = 0{,}0819 \times T,$$

bei der Temperatur von 0° Celsius:

$$\left(\frac{v}{N}\right)_0 = 0{,}0819 \times 273 = 22{,}3 \text{ Liter}.$$

§ 582. Das Daltonsche Gesetz. Nach dem Gesetze von Dalton, das wir schon in der kinetischen Theorie der Gase erwähnt haben, ist der Druck eines Gasgemenges gleich der Summe der Drucke, die von den einzelnen Gasen ausgeübt würden, wenn jedes allein den gegebenen Raum erfüllte. Sind in dem Volumen v von verschiedenen Gasen die Zahlen von $N_1, N_2, N_3 \ldots$ Grammmolekülen enthalten, so gilt für den Gesamtdruck p die mit dem Gasgesetz übereinstimmende Gleichung: $pv = 83\,016\,000\,(N_1 + N_2 + N_3 + \ldots)\,T$.

ZWEITES BUCH.

KALORIMETRIE UND SPEZIFISCHE WÄRME.

§ 583. Die Wärmeeinheit oder Kalorie. Alle Messungen mit dem Thermometer haben nur den Zweck, verschiedene Temperaturverhältnisse von einander mit wissenschaftlicher Genauigkeit zu unterscheiden; sie haben mit einer Messung der Wärme selbst nichts zu thun und geben keinen Aufschluß darüber, ob Wärme etwas Quantitatives ist, das in verschiedenen Mengen vorhanden sein, als Vielfaches einer irgendwie angenommenen Einheit gemessen werden kann. Zu einer solchen Auffassung der Wärme giebt erst die Beobachtung Veranlassung, daß bei der Berührung verschieden temperierter Körper stets ein Ausgleich der Temperatur sich vollzieht, der schließlich zu einer gemeinsamen Mischungstemperatur führt. Nehmen wir den einfachen Fall, daß wir 100 g Wasser von der Temperatur von 45° vermischen mit 100 g Wasser von der Temperatur 15°, so liegt die Mischungstemperatur in der Mitte bei 30°. Nehmen wir 100 g Wasser von 60° und 200 g von 15°, so beträgt die Mischungstemperatur wieder 30°. Wir können uns von diesen Verhältnissen ein Bild machen, wenn wir die Wärme als etwas betrachten, was immer in einer gewissen Menge im Wasser und ebenso in jedem anderen Körper enthalten ist Verlust von Wärme ist mit sinkender Temperatur verbunden, Gewinn mit steigender; die Wärmemenge, die von einem Körper bei einer bestimmten Temperaturerhöhung gewonnen wurde, tritt aus ihm wieder aus, wenn die Temperatur um eine gleiche Anzahl von Graden sinkt. Bei den Mischungsversuchen tritt dieselbe Wärmemenge, die aus dem sich abkühlenden Körper austritt, in den sich erwärmenden ein. Um diese Vorstellungen in ganz bestimmter Weise zu fixieren, bleibt nur die Festsetzung einer Maßeinheit übrig, nach der wir Wärmemengen messen. In Übereinstimmung mit § 100 führen wir diese in folgender Weise ein: Wärmeeinheit ist die Wärmemenge, die nötig ist, um 1 g Wasser von 15° auf 16° zu erwärmen, oder umgekehrt von 16° auf 15° abzukühlen. Diese Wärmemenge nennen wir die Gramm-Kalorie (g-cal.). In unserem ersten Beispiel verliert danach das warme Wasser 15 × 100 g-cal., ebensoviel gewinnt das kalte. In dem zweiten Fall kühlen sich die 100 g Wasser ab um 30°, während sich die 200 g um 15° erwärmen. Wieder ist 100 × 30 = 200 × 15, die einerseits ver-

lorene Wärmemenge gleich der andererseits gewonnenen, ein Satz, der sich ganz allgemein bei beliebigen Mengen und Temperaturverhältnissen bestätigt.

§ 584. Spezifische Wärme. Wärmekapazität. Wenn wir 100 g Eisen von 70° mit 100 g Wasser von 15° zusammenbringen, so ergiebt sich eine Mischungstemperatur von 20°. Die Temperatur des Wassers hat sich um 5° erhöht; die hierzu nötige Wärmemenge muß aus der Abkühlung des Eisens um 50° stammen. Daraus folgt, daß 1 g Eisen bei einer Abkühlung um 1° Cels. keineswegs dieselbe Wärmemenge abgiebt wie 1 g Wasser, sondern nur den zehnten Teil davon. Ähnliche Resultate ergeben sich bei der Vermischung anderer Körper mit Wasser; sie führen zu der Einführung des Begriffes der spezifischen Wärme.

Unter spezifischer Wärme eines Stoffes verstehen wir die Wärmemenge, die der Masseneinheit zuzuführen ist, um eine Temperaturerhöhung von 1° Cels. zu bewirken. Die spezifische Wärme des Wassers zwischen den Temperaturen von 15° und 16° ist danach gleich Eins, die des Eisens nach dem angeführten Versuche gleich 0,1.

Bei der Messung der spezifischen Wärme, die durchaus nach dem Schema des im vorhergehenden beschriebenen Versuches erfolgt, muß auf die zur Erwärmung des Mischgefäßes und des eingesenkten Thermometers nötige Wärme Rücksicht genommen werden. Man muß dafür sorgen, daß hierzu nur wenig Wärme gebraucht wird, und daß das Mischgefäß selbst, das sogenannte Kalorimeter, gegen Wärmeverlust möglichst gesichert ist.

Im allgemeinen gestaltet sich die Bestimmung einer spezifischen Wärme nach dem Mischungsverfahren in folgender Weise. Von dem zu untersuchenden Körper wird eine Masse m auf die Anfangstemperatur t_m erhitzt; in das Kalorimeter wird eine abgewogene Wassermenge w mit der Temperatur t_w gebracht; es sei bekannt, daß ω Kalorieen notwendig sind, um das Thermometer und die Wände des Kalorimetergefäßes um 1° Cels. zu erwärmen. Die nach der Mischung sich einstellende Endtemperatur sei τ; die von dem Körper abgegebene Wärmemenge ist, wenn c seine spezifische Wärme bezeichnet, gleich $cm(t_m - \tau)$; die von dem Kalorimeter aufgenommene Wärmemenge ist gleich $(w + \omega)(\tau - t_w)$. Da beide Wärmemengen gleich sein müssen, so ergiebt sich zur Berechnung der spezifischen Wärme die Gleichung:

$$c = \frac{(w + \omega)(\tau - t_w)}{m(t_m - \tau)}.$$

Dabei ist die spezifische Wärme des Wassers gleich 1 gesetzt; nun sind aber die spezifischen Wärmen allgemein abhängig von der Temperatur; die Kenntnis dieser Abhängigkeit ist beim Wasser von besonderer Bedeutung, da sie allein genaue Berechnung, sowie Vergleichung kalorimetrischer Messungen möglich macht, die bei verschiedenen Temperaturen

angestellt wurden. Die folgende Tabelle enthält die Werte der spezifischen Wärme des Wassers für einige Temperaturen:

Temperatur	Spezifische Wärme
5°	1,0049
10°	1,0021
15°	1,0000
20°	0,9982
25°	0.9973
30°	0,9971

An den Begriff der spezifischen Wärme schließt sich noch der der Wärmekapazität. Es ist dies die Wärmemenge, die ein Körper abgiebt, wenn er sich um ein 1° Cels. abkühlt, die ihm zugeführt werden muß, um ihn um 1° Cels. zu erwärmen. Die Wärmekapazität ist danach gleich dem Produkt aus der spezifischen Wärme und aus der Masse.

Wir schließen hieran noch eine Bemerkung, die sich auf den Charakter der in diesem Paragraphen eingeführten Größen bezieht. Als eine Größe von eigener Art, zunächst unvergleichbar mit anderen Größen der Physik, tritt uns die Wärmemenge entgegen. Wir bezeichnen sie durch den Buchstaben w. Sie ist gleich dem Produkte aus einer spezifischen Wärme, aus einer Masse und aus einer Temperaturänderung; die letztere können wir nach § 574 als eine reine Zahl betrachten. Die spezifische Wärme c ist dann gleich einer Wärmemenge, dividiert durch eine Masse; wenn wir auch bei der spezifischen Wärme den Begriff der Dimension benützen, um anzugeben, wie sich bei ihrer Berechnung Wärmemenge und Masse kombinieren, so erhalten wir die Dimensionsgleichung:

$$[c] = w \cdot m^{-1}.$$

§ 585. Die spezifischen Wärmen der Gase. Im Grunde genommen ist es nicht richtig, von der spezifischen Wärme eines Körpers schlechtweg zu reden. Wenn wir einem Körper Wärme zuführen, so besteht ihre Wirkung nicht bloß in der Erhöhung der Temperatur; es kommt dazu im allgemeinen die Wärmeausdehnung; bei einem festen Körper können wir die Ausdehnung in einer beliebigen Richtung unterdrücken dadurch, daß wir ihn nach dieser mechanisch komprimieren; wir können die Volumenausdehnung verhindern, indem wir einen allseitig gleichen Druck auf den Körper ausüben. Es ist von vornherein zu vermuten, daß diese Verhältnisse für den Wert der spezifischen Wärme nicht gleichgültig sind, und daß es also eigentlich unendlich viele spezifische Wärmen giebt. Man pflegt von diesen, als besonders wichtig, zwei zu betrachten, die spezifische Wärme bei konstantem Druck, c_p, wie sie bei ungehinderter Ausdehnung unter gleichbleibendem äußeren Drucke beobachtet wird; die spezifische Wärme bei konstantem Volumen, c_v, entsprechend dem Falle, daß jede Ausdehnung durch einen geeigneten äußeren Druck verhindert wird. Bei festen Körpern

sind die Unterschiede der beiden spezifischen Wärmen nicht sehr bedeutend, wohl aber bei den Gasen.

Die spezifische Wärme bei konstantem Volumen entzieht sich bei den letzteren der direkten Messung, denn die Wärmekapazität einer in einem Glasballon enthaltenen Gasmenge ist zu klein, als daß sie Gegenstand der Beobachtung sein könnte. Die spezifische Wärme bei konstantem Druck wird dadurch bestimmt, daß man einen Strom erhitzten Gases in einem spiralförmig gewundenen Kanale durch ein mit Wasser gefülltes Kalorimeter streichen läßt, so daß das Gas sich vollkommen auf die Temperatur des Wassers abkühlt. Sind die Massen des Wassers, des durchgeleiteten Gases, die Anfangstemperaturen und die Mischungstemperatur bekannt, so ergiebt sich die spezifische Wärme; sie gilt für konstanten Druck, wenn zwischen dem Anfang und Ende des Schlangenrohres nur eine kleine Druckdifferenz vorhanden ist. Aus einer Bemerkung von § 148, auf die wir noch ausführlicher zurückkommen werden, folgt, daß es möglich ist, noch das Verhältnis k der beiden spezifischen Wärmen zu bestimmen; ist dieses bekannt, so ergiebt sich die spezifische Wärme bei konstantem Volumen c_v aus der bei konstantem Druck c_p nach der Formel

$$c_v = \frac{1}{k} c_p .$$

Wir werden außerdem finden, daß die Differenz der beiden spezifischen Wärmen $c_p - c_v$ mit der Konstante des Gasgesetzes in einem gewissen Zusammenhange steht; auch dieser kann zur Berechnung von c_v bei gegebenem c_p benützt werden.

§ 586. Das Gesetz von Dulong und Petit. Für die spezifischen Wärmen der Elemente im festen Zustande wurde von Dulong und Petit auf Grund ihrer Untersuchungen das einfache Gesetz aufgestellt: Das Produkt aus der spezifischen Wärme und aus dem Atomgewicht, die sogenannte Atomwärme, ist konstant. Man kann auch, ohne das Gebiet atomistischer Vorstellungen zu betreten, sagen: Die Wärmekapazität des Grammatomes ist bei den festen Elementen die gleiche.

Die folgende Tabelle giebt eine Anschauung davon, inwieweit das Gesetz zutrifft. Die Elemente sind dabei geordnet nach dem Atomvolumen; die spezifischen Wärmen beziehen sich auf konstanten Druck und bei allen Elementen auf den festen Aggregatzustand. Von theoretischen Gesichtspunkten aus wäre es ohne Zweifel richtiger, bei der Berechnung der Atomwärme die spezifischen Wärmen bei konstantem Volumen zu benützen; sie sind aber für zu wenige Elemente bekannt. Übrigens sind die Differenzen der beiden spezifischen Wärmen bei den festen Körpern so gering, daß sie den Unsicherheiten gegenüber, mit denen ihre absoluten Werte behaftet sind, in der Regel verschwinden.

	Atom-volumen	Atom-gewicht	Spezifische Wärme	Atom-wärme
C (Diamant)	3,4	12,0	0,147	1,76
Bo	4,1	11,0	0,230	2,53
Be	4,3	9,1	0,408	3,79
Fe	6,6	56,0	0,115	6,37
Ni	6,7	58,5	0,109	6,38
Co	6,7	59,1	0.107	6,30
Cu	7,1	63,3	0,093	5,89
Mn	7,7	55,0	0,122	6.69
Jr	8,6	193,1	0,033	6,30
Os	8,9	200	0.031	6,22
Pt	9,1	194,8	0,032	6,32
Ru	9,2	103,8	0.061	6,34
Pd	9,3	106	0,059	6,28
Rh	9,5	103,1	0,058	5,89
Zn	9,5	65,4	0,096	6,25
W	9,6	184,0	0,033	6,15
Al	10,1	27,1	0,214	5,80
Au	10,2	196,7	0,030	5.90
Ag	10,3	107,9	0,057	6,15
Mo	11,1	95,9	0,072	6,92
Si	11,3	28,1	0,169	4,69
Ga	11,8	69,9	0,079	5,52
Li	11,9	7,0	0,941	6,60
Cd	13.0	112,1	0,057	6,36
U	13,0	239	0,028	6,65
Mg	13,3	24,4	0,250	6,09
As	13,3	75,0	0,083	6,22
Hg	14,8	200,4	0,032	6,38
In	15,3	113,7	0,057	6,47
S	15,7	32,1	0,178	5,70
Sn	16,2	118,1	0,056	6,64
P	17,0	31,0	0,182	5,64
Tl	17,2	204,1	0,034	6,86
Sb	17,9	120,3	0,051	6,11
Pb	18,2	206,9	0,031	6,49
Se	18,5	79,1	0,075	5,90
Te	20,3	125,2	0,047	5,94
Ce	21,0	141,5	0,045	6,33
Bi	21,2	208,0	0,031	6,40
Zr	21,9	90,1	0,066	5,94
Di	22,2	145	0,046	6,63
La	22,9	138,5	0,045	6,20
Na	23,7	23,1	0,293	6,76
Br	25,1	80,0	0,084	6,74
Ca	25,3	40.0	0,170	6,81
J	25,7	126,9	0,054	6,86
Th	29,9	233	0,028	6,41
K	45,5	39,1	0,165	6,47

Die Tabelle zeigt, daß das Gesetz von DULONG und PETIT nicht gilt für Elemente mit kleinem Atomvolumen. Nun ergiebt sich, daß bei den in erster Linie in Frage kommenden Elementen C und Bo die

spezifische Wärme in hohem Grade von der Temperatur abhängig ist, so zwar, daß sie bei steigender Temperatur wächst, um sich anscheinend einem konstanten Grenzwert zu nähern. Bei 1000° steigt der Wert der Atomwärme des C auf 5,5, nähert sich also dem für Elemente von größerem Atomvolumen geltenden. Es ist danach wahrscheinlich, daß das DULONGsche Gesetz nur für solche Temperaturen gelten würde, bei denen die spezifischen Wärmen von der Temperatur unabhängig wären.

Eine sehr wichtige Erweiterung und Ergänzung findet das Gesetz von DULONG in dem Satze:

Die Molekularwärme einer festen chemischen Verbindung, das Produkt aus dem Molekulargewicht und der spezifischen Wärme, ist gleich der Summe der Atomwärmen ihrer Bestandteile.

Dieser Satz, dessen Richtigkeit sich in zahlreichen Fällen bestätigt hat, kann dazu dienen, um auf indirektem Wege die Atomwärmen von Elementen zu bestimmen, bei denen dies durch direkte Messung der spezifischen Wärme im festen Zustand nicht möglich ist.

Wenn es sich nicht um eine genaue Prüfung, sondern nur um eine Demonstration des DULONGschen Gesetzes handelt, benützt man zweckmäßig eine Reihe von Kalorimetern von der durch Fig. 576 dargestellten

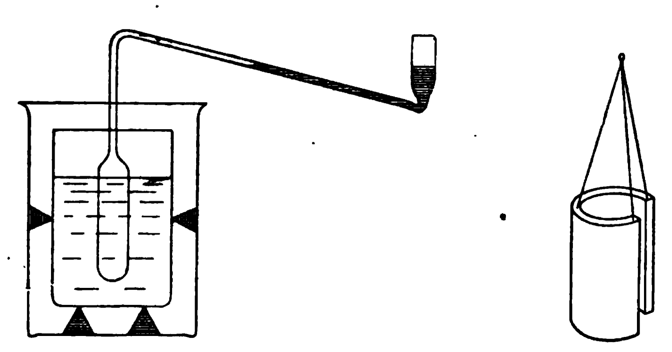


Fig. 576. Demonstrationsapparat zum DULONGschen Gesetz.

Form. Das Kalorimetergefäß selbst besteht aus einem Becherglas, das zum Schutz gegen Wärmeverluste im Innern eines größeren Glases durch zugespitzte Korkstücke getragen wird. Zur Messung der Temperatur dienen unter sich vollkommen übereinstimmende Luftthermometer von der schon früher erwähnten Form. Die Kalorimeter werden mit gleichen Wassermengen, etwa je 200 g, gefüllt. Den zu untersuchenden Körpern giebt man die aus der Figur ersichtliche Form, so daß sie leicht über die Thermometerröhren herunter in das Wasser versenkt werden können. Ihre Gewichte werden in Grammen ebenso groß wie die Atomgewichte, oder gleich demselben Vielfachen der letzteren gemacht. Man kann also beispielsweise 2 × 56 g Eisen, 2 × 24,4 g Magnesium, 2 × 118,1 g Zinn, 2 × 206,9 g

Blei nehmen. Werden die so hergestellten Metallstücke alle auf dieselbe Temperatur, z. B. 100°, erhitzt und dann in die auf Zimmertemperatur befindlichen Kalorimeter gesenkt, so beobachtet man bei allen dieselbe Temperaturerhöhung. Man kann aber ebenso konstatieren, daß ein in derselben Weise hergestelltes und benütztes Kohlenstück eine erheblich geringere Erwärmung des Kalorimeters erzeugt.

Die beschriebene Vorrichtung kann natürlich auch zu einer Demonstration der Unterschiede der spezifischen Wärmen dienen. Man hat zu diesem Zwecke nur nötig, den benützten Metallstücken die gleiche Masse, etwa je 200 g, zu geben.

§ 587. Molekularwärme von Gasen. Die folgende Tabelle giebt für einige Gase die spezifischen Wärmen bei konstantem Volumen und die Molekularwärmen, die Produkte aus den spezifischen Wärmen und den Molekulargewichten.

	Molekulargewicht	Spezifische Wärme c_v	Molekularwärme
H	2	2,421	4,84
N	28	0,173	4,85
O	32	0,155	4,98
Cl	70,9	0,096	6,82
Br	159,9	0,043	6,90
HCl	36,4	0,133	4,84
NO	30	0,165	4,97
H_2O	18	0,370	6,66
N_2O	44	0,181	8,00
NH_3	17	0,397	6,76
CO	28	0,172	4,81
CO_2	44	0,158	6,93

Die Auffindung allgemeiner gesetzmäßiger Beziehungen zwischen den Atomgewichten und den spezifischen Wärmen verschiedener Gase ist bisher noch nicht gelungen. Beobachtungen über die Abnahme der spezifischen Wärme mit der Temperatur scheinen zu dem Schlusse zu führen, daß die Molekularwärme verschiedener Gase beim absoluten Nullpunkt demselben Grenzwert sich nähert.

§ 588. Spezifische Wärme und Aggregatzustand. Daß die spezifische Wärme der Körper auch von ihrem Aggregatzustand abhängt, ergiebt sich aus den folgenden Zahlen:

	Spezifische Wärme		
	fest	flüssig	gasförmig; c_v
H_2O	0,477	1,000	0,370
Br	0,084	0,111	0,043
Hg	0,032	0,033	(0,015)
H	(2,3)	—	2,41
O	(0,25)	—	0,155
N	(0,36)	—	0,173
Cl	(0,18)	—	0,093

Bei den vier letzten Gasen sind die spezifischen Wärmen im festen Zustand aus den Molekularwärmen von Verbindungen berechnet. Die spezifische Wärme c_v von Quecksilberdampf beruht ebenfalls auf einer Rechnung, für welche die Werte von $c_p - c_v$ und $\frac{c_p}{c_v}$ als bekannt angenommen sind.

Auch die verschiedenen allotropen Modifikationen eines Körpers, z. B. des Kohlenstoffes, besitzen eine verschiedene spezifische Wärme.

§ 589. Theoretische Folgerungen. Die Gesetze der Mischungstemperatur führen zu dem Schlusse, daß die Wärme etwas ist, was bei ungeänderter Menge auf verschiedene Körper in verschiedener Weise verteilt werden kann, so daß der Verlust, den ein Körper erleidet, stets durch den Gewinn anderer kompensiert wird. Nun giebt es, wenn wir nach mechanischen Analogien für die Wärme suchen, nur zwei Dinge, denen ein solches Verhalten zukommt, einen Stoff, oder die lebendige Kraft bewegter materieller Teilchen. Hiernach ergiebt sich für eine mechanische Auffassung von dem Wesen der Wärme die folgende Alternative:

1. Die Erscheinungen der Wärme beruhen auf der Existenz eines nicht sichtbaren oder wägbaren Stoffes, der den ponderabeln Körpern beigemischt ist. Gehen wir aus von einem bestimmten Normalzustand, der Temperatur von 0° C., so enthält der Körper ein bestimmtes, übrigens unbekanntes Quantum jenes Wärmestoffes. Führt man dem Körper Wärmestoff zu, so steigt seine Temperatur, raubt man ihm Wärmestoff, so kühlt er sich ab.

2. Der anderen Vorstellung zufolge beruht Wärme und Temperatur auf einer lebendigen Kraft der kleinsten Teilchen der Körper. Vermehrung der lebendigen Kraft bedeutet Steigen, Verminderung Sinken der Temperatur. Der Temperaturausgleich bei der Mischung ist eine Folge des Ausgleichs der lebendigen Kraft, der sich zwischen Molekülen von verschiedener Geschwindigkeit vollzieht. Bei den festen Körpern besteht die einzige Bewegung, die wir den Molekülen zuschreiben können, in einer Schwingung um ihre stabile Gleichgewichtslage; dabei durchläuft die Geschwindigkeit in regelmäßiger Folge eine Reihe verschiedener Werte; sie ist am größten, wenn das Molekül seine Gleichgewichtslage passiert, sie verschwindet, wenn es in den äußersten Punkten seiner Bahn angelangt ist. Die mittlere lebendige Kraft eines Moleküls giebt ein Maß für seine Temperatur. Würden die Moleküle des Körpers sich wie Pendel bewegen, so wäre ihre mittlere lebendige Kraft nach § 194 dem Quadrate der Schwingungsamplitude proportional; infolge der Störungen, welche durch ihre wechselnden Anziehungen hervorgerufen werden, hängt die lebendige Kraft auch von höheren Potenzen der Amplitude ab. Aber die Moleküle eines festen Körpers besitzen infolge ihrer Wechselwirkung auch potentielle Energie; auch diese ist bei der Bewegung periodischen Änderungen unterworfen. Bei der Schwingung

eines Pendels ist der Mittelwert der potentiellen Energie gerade so groß, wie der Mittelwert der lebendigen Kraft; bei der Bewegung unserer Moleküle wird dies nur in erster Annäherung der Fall sein; wegen der mit der Bewegung selbst verbundenen Änderung ihrer Abstände hängt auch die potentielle Energie von höheren Potenzen der Schwingungsamplitude ab und zwar in anderer Weise wie die lebendige Kraft. Beide Formen der Energie werden durch Reihen dargestellt, die mit demselben von dem Quadrate der Amplitude abhängenden Gliede beginnen, während die weiter hinzutretenden Glieder verschieden sind. Das mechanische Äquivalent der zugeführten Wärme ist dann gleich der Summe der Zunahmen, welche die kinetische und die potentielle Energie der Moleküle erfahren, vorausgesetzt, daß äußere Arbeit nicht geleistet wird. Wir haben bei dieser Überlegung das Molekül wie einen einzigen starren Körper behandelt, was natürlich im allgemeinen nur bei einatomigen Molekülen der Wirklichkeit entsprechen kann. Bei diesen müßte man nun annehmen, daß die Wärmemenge, durch welche die lebendige Kraft des Moleküls, und damit seine Temperatur, um einen bestimmten Betrag erhöht wird, dieselbe sei, einerlei, ob das Molekül durch ein Atom Quecksilber, Eisen, Brom oder ein Atom irgend eines anderen Stoffes dargestellt ist. Bei einatomigen Molekülen würde dann das Dulongsche Gesetz richtig sein für den Teil der Wärme, welcher die Vermehrung der kinetischen Energie erzeugt. Hierzu mag bemerkt werden, daß die gemachte Annahme in der That für ideale, einatomige Gase zutrifft, wie dies mit Hilfe der Sätze von § 596 leicht zu beweisen ist. Bei einem festen Körper aber kann die lebendige Kraft der Moleküle gar nicht geändert werden, ohne daß gleichzeitig ihre potentielle Energie eine andere wird. In dem idealen Falle der reinen Pendelbewegung ist die mittlere potentielle Energie gleich der mittleren kinetischen; der Teil der Wärme, der sein Äquivalent in der ersteren findet, ist gleich dem, dessen Äquivalent durch eine Vermehrung der lebendigen Kraft der Moleküle gebildet wird; es muß dann die ganze zugeführte Wärme doppelt so groß sein, wie die zur Temperaturerhöhung verwandte, und das Dulongsche Gesetz muß für die ganze Wärmezufuhr ebenso gelten wie für die letztere allein. Sobald aber in den Reihenentwickelungen der kinetischen und der potentiellen Energie die höheren Potenzen der Schwingungsamplitude sich geltend machen, ist das Verhältnis der beiden Energieen und der ihnen äquivalenten Teile der Wärme bei verschiedenen Körpern verschieden, und es müssen dann Abweichungen von dem Gesetze von Dulong eintreten. Aus der vorhergehenden Betrachtung ergiebt sich noch ein bemerkenswerter Schluß, wenn wir annehmen, daß die Moleküle eines einatomigen Gases nur kinetische Energie besitzen; bei ihnen wird dann die ganze zugeführte Wärme auf die Vermehrung der lebendigen Kraft verwendet. Im festen Zustand dagegen kommt zu der Wärme, welche die lebendige Kraft vermehrt, unter der früher besprochenen Voraussetzung noch eine

ebenso große, die der Vermehrung der potentiellen Energie entspricht. Es muß also bei einatomigen Gasen die spezifische Wärme im festen Zustand doppelt so groß sein, wie im gasförmigen. Dies ist in der That der Fall bei dem Quecksilber, ebenso aber bei Brom, Chlor und Stickstoff. Es deutet dies darauf hin, daß bei den letzteren Körpern die innermolekularen Bewegungen der Atome klein sind gegenüber den Bewegungen der Moleküle im ganzen, denn unsere Betrachtung hatte zur Voraussetzung, daß die Moleküle sich verhalten wie starre Atome. Wenn aber die Moleküle aus einer vielleicht großen Zahl einzelner Atome bestehen, so werden Teile der zugeführten Wärme ihr Äquivalent in Änderungen der innermolekularen Energie finden. Diese Änderungen werden ohne Zweifel von der spezifischen Natur der Moleküle und der Atome abhängen, die ihnen entsprechenden Wärmemengen werden bei verschiedenen Körpern verschieden sein und neue Abweichungen von dem Gesetze der Atomwärme verursachen; es erscheint daher beinahe wunderbar, daß jenes Gesetz trotzdem in so weitem Umfange gültig ist, und besonders merkwürdig ist es, daß im festen Aggregatzustand selbst in chemischen Verbindungen die Atomwärme der Elemente sich erhält. Von einer einigermaßen befriedigenden Theorie der Erscheinungen sind wir noch weit entfernt; es scheint aber, daß die Aufsuchung der Bedingungen, unter denen das DULONGsche Gesetz gelten kann, einen vielversprechenden Weg zu der Erkenntnis der molekularen Verhältnisse der Körper bildet.[1]

[1] Vgl. RICHARZ, Über das Gesetz von DULONG und PETIT. WIED. Ann. 1893. Bd. 48. p. 708.

DRITTES BUCH.

THERMODYNAMIK ODER MECHANISCHE THEORIE DER WÄRME.

I. Kapitel. Der erste Hauptsatz.

§ 590. Die Wärme als Bewegung. In dem vorhergehenden Paragraphen sind wir zu der Alternative gelangt, daß die Wärme entweder auf der Existenz eines besonderen imponderabelen Mediums oder auf einer Bewegung der kleinsten Teilchen der Körper beruhen müsse. Die Alternative wird entschieden durch die schon in § 100 und 102 besprochene Thatsache, daß Wärme ein Äquivalent von mechanischer Arbeit ist, daß lebendige Kraft sichtbarer Bewegungen, daß elektrische und chemische Energie in Wärme sich verwandeln kann. Wärme ist hiernach sicher nichts anderes als eine besondere Form, welche die Energie oder Arbeitsfähigkeit eines Körpers annimmt. Wenn wir uns an die erwähnte Alternative halten, so würde die Wärme als eine lebendige Kraft aufzufassen sein. Diese kann aber nicht auf einer Bewegung beruhen, welche die Körper als Ganzes ausführen, ebensowenig auf einer solchen, bei der die Geschwindigkeit von einem Volumenelement zum anderen in stetiger Weise sich ändert; denn ein Körper ist heiß oder kalt, ohne sichtbare Bewegung oder tönende Schwingung. Es kann sich also nur um eine anscheinend regellose und ungeordnete Bewegung der unsichtbaren Moleküle handeln. Nun ist aber zu bedenken, daß die Bewegungen der letzteren von Kräften abhängen, mit denen sie wechselseitig auf einander wirken; die kinetische Energie der Molekularbewegung ist nicht allein vorhanden, sondern verbunden mit der potentiellen Energie, die der Wechselwirkung der Moleküle entspringt. Verfolgen wir ein einzelnes Molekül in seiner Bewegung, mag diese nun in einer Schwingung um eine bestimmte Gleichgewichtslage bestehen, oder in einer fortschreitenden Bewegung, wie wir dies bei Flüssigkeiten und Gasen annehmen, immer wechselt die Energie des Moleküls zwischen der kinetischen und der potentiellen Form. Wir haben dies in dem vorhergehenden Paragraphen in dem Fall eines festen Körpers ausführlicher betrachtet; bei einem Gase besitzen die Moleküle, so lange sie sich frei von Wechselwirkung in geradliniger Bahn bewegen, nur kinetische Energie; sobald aber zwei Moleküle zusammenstoßen, findet während der, wenn auch noch so kurzen Zeit des Stoßes eine Verwandlung der kine-

tischen Energie in potentielle statt. Wenn Temperaturverschiedenheiten auf der verschiedenen lebendigen Kraft der Moleküle beruhen, so zeigt gerade das letztere Beispiel, daß der Ausgleich der Temperatur gar nicht denkbar ist, ohne jenen Wechsel zwischen den beiden Energiearten. Verfolgen wir nicht die Bewegung eines individuellen Moleküls, sondern halten wir uns an die statistische Betrachtung der Gesamtheit, so wird in jedem Augenblick die ganze Energie aus zwei Teilen bestehen, einem kinetischen und einem potentiellen. Ihr Verhältnis hängt ab von der Natur der Körper. In einem gewissen idealen Falle fanden wir in § 589, daß bei einem festen Körper die mittlere kinetische Energie gleich ist der mittleren potentiellen; am einfachsten liegt die Sache bei einem einatomigen Gase; hier können wir auf Grund der hypothetischen Vorstellungen der kinetischen Theorie annehmen, daß der potentielle Teil der Energie verschwindend klein ist. Hier also würde Wärme in der That nichts anderes sein als lebendige Kraft der molekularen Bewegung. Nun folgt aus später zu besprechenden Thatsachen, daß die Energie eines Gases seiner absoluten Temperatur proportional ist; dann muß auch die lebendige Kraft der Moleküle der absoluten Temperatur des Gases proportional sein. Nehmen wir an, daß Temperaturgleicheit verschiedener Körper bedingt ist durch gleiche lebendige Kraft ihrer Moleküle, so würde allgemein die absolute Temperatur der Körper als ein Maß für jene lebendige Kraft gelten.

§ 591. Das mechanische Äquivalent der Wärme und die spezifische Wärme der Gase. Der erste, der den Satz von der Verwandlung der Arbeit in Wärme in voller Klarheit aussprach und in seiner alle Naturerscheinungen beherrschenden Bedeutung erfaßte, war der schwäbische Arzt J. R. Mayer. Er zeigte, daß die Verschiedenheit der beiden spezifischen Wärmen eines Gases auf jener Verwandlung beruht, und berechnete hieraus das Verhältnis zwischen der Wärme und der mechanischen Arbeit, welche entweder durch Wärme erzeugt wird oder sich umgekehrt in Wärme verwandelt. Die von Mayer mit noch ungenügenden experimentellen Daten ausgeführte Rechnung ist folgende: In einem Cylinder (Fig. 577) mit einem Querschnitt von 1 qcm seien m Gramme Luft durch einen beweglichen Stempel abgeschlossen; das Gewicht des Stempels, der Druck, unter dem die abgeschlossene Luft steht, betrage p Grammgewichte. Die absolute Temperatur der Luft sei gleich T, ihr Volumen gleich v ccm; da der Querschnitt des Cylinders gleich 1 qcm, so ist v gleichzeitig die Höhe, in der sich der Stempel über dem Boden des Cylinders befindet. Nun werde die Luft auf die absolute Temperatur T' erwärmt, so daß sie bei ungeändertem Drucke p sich ausdehnen und den Stempel vor sich herschieben kann. Das Vo-

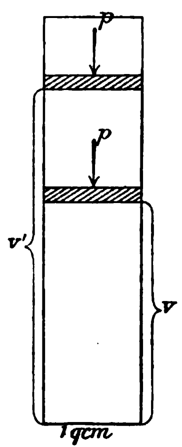


Fig. 577.

lumen, das sie unter diesen Umständen einnimmt, sei v'; ebenso wie vorher ist v' zugleich die Höhe des Stempels über dem Boden des Cylinders. Die Wärmemenge, die zur Temperaturerhöhung erfordert wird, ist:

$$m c_p (T' - T),$$

wenn c_p wie früher die spezifische Wärme bei konstantem Drucke bezeichnet. Halten wir den Stempel in seiner anfänglichen Lage fest, so daß die Luft ihr Volumen nicht ändern kann, so brauchen wir zu der Temperaturerhöhung um $T' - T$ Grade die kleinere Wärmemenge

$$c_v m (T' - T).$$

Wir machen nun die nur bei einem idealen Gase vollkommen zutreffende Annahme, daß der Unterschied beider Vorgänge lediglich darin bestehe, daß im ersteren Falle der Stempel dem darauf lastenden Gewichte entgegen verschoben wird, daß also zu der Erwärmung noch eine Arbeitsleistung hinzukommt. Das Mehr von Wärme,

$$(c_p - c_v) m (T' - T),$$

welches dabei zu der Erwärmung gebraucht worden ist, muß sein Äquivalent eben in jener Arbeit finden. Die geleistete Arbeit ist aber gleich

$$p (v' - v).$$

Nun nennen wir mechanisches Äquivalent der Wärme die Zahl von Arbeitseinheiten, die notwendig ist, um eine Wärmeeinheit zu erzeugen; bezeichnen wir dasselbe durch $\mathfrak{A}$, so ist:

$$p (v' - v) = \mathfrak{A} (c_p - c_v) m (T' - T).$$

Nach dem Gasgesetz (§ 579) ist:

$$p (v' - v) = m R (T' - T).$$

Somit

$$R = \mathfrak{A} (c_p - c_v)$$

und

$$\mathfrak{A} = \frac{R}{c_p - c_v}.$$

Für Luft ist im absoluten Maße:

$$R = 2\,876\,000 \text{ cm}^2 \cdot \text{sec}^{-2},$$

$$c_p = 0{,}2375, \quad c_v = 0{,}1690.$$

Somit: $\mathfrak{A} = 41\,990\,000$ Erg pro g-Kalorie.

Im technischen Maße ist $R = 2932$, wenn der Druck nach g-Gewichten pro Quadratcentimeter, das Volumen nach Kubikcentimetern gemessen wird; die entsprechende Einheit der Arbeit ist dann das g-Gewicht-cm, und es ergiebt sich:

$$\mathfrak{A} = 42\,800 \text{ g-Gewicht-cm pro g-Kalorie.}$$

Danach ist die Arbeit, die wir verrichten, wenn wir 1 g 428 m hoch heben, im stande, 1 g-cal. zu erzeugen; oder es ist 1 g-cal. äquivalent mit einer Arbeit von 42 000 000 Erg.

Wir erhalten das mechanische Äquivalent der Wärme, indem wir eine Arbeit durch eine Wärmemenge (w) dividieren. Die Dimension des mechanischen Äquivalents ist daher

$$[\mathfrak{A}] = l^2 m t^{-2} w^{-1},$$

übereinstimmend mit der Dimension von

$$\frac{R}{c_p - c_v},$$

da $[c] = w m^{-1}$ und $[R] = l^2 . t^{-2}$.

§ 592. Andere Bestimmungen des mechanischen Aquivalentes. Mit dem im vorhergehenden berechneten Wert stimmt sehr gut die schon in § 100 erwähnte Zahl, welche aus den Reibungsversuchen von Joule und Rowland sich ergiebt:

$$\mathfrak{A} = 42\,740 \text{ g-Gewicht-cm pro g-cal.}$$

Man kann endlich die Bestimmung des mechanischen Äquivalentes auch auf die kalorimetrische Messung der Wärme gründen, die von einem galvanischen Strom von bekannter Stärke i in einem Drahte von bekanntem Widerstand r entwickelt wird. Nach § 503 ist die in 1 Sekunde von dem Strome geleistete Arbeit gleich $r i^2$; wird andererseits in 1 Sekunde die Wärmemenge W entwickelt, so ist:

$$\mathfrak{A} W = r i^2, \quad \mathfrak{A} = \frac{r i^2}{W}.$$

Aus solchen Beobachtungen ergab sich:[1]

$$\mathfrak{A} = 42\,750 \text{ g-Gewicht-cm pro g-Kalorie.}$$

Wir werden demnach auf Grund dieser verschiedenen Resultate

$$\mathfrak{A} = 42\,760 \text{ g-Gewicht-cm pro g-Kalorie}$$

setzen. Wenn wir also 1 Grammgewicht 42760 cm hoch heben und dann fallen lassen, so wird es beim Aufstoßen auf den Boden eine Wärmemenge zu erzeugen vermögen, hinreichend, um 1 g Wasser von 15° auf 16° zu erwärmen.

§ 593. Die Energie eines Gases. Die Energie, die einem Gase in einem gegebenen Zustande eigentümlich ist, können wir leicht bestimmen, wenn wir die spezifische Wärme c_v als eine Konstante betrachten, d. h. als unabhängig von dem Volumen und von der Temperatur des Gases; in der Erfüllung dieser Voraussetzung werden wir dann eine weitere Eigenschaft der in § 579 eingeführten idealen Gase erblicken. Wir schließen nun eine bestimmte Menge Gas, es seien m g, in einem Gefäß von unveränderlichem Volumen ab und setzen die Energie bei der Temperatur des absoluten Nullpunktes gleich U_0. Die Wärmemenge, die wir

[1] Dieterici, Bestimmung des mechanischen Äquivalentes der Wärme und spezifische Wärme des Wassers. Wied. Ann. 1888. Bd. 33. p. 417.

zuführen, um die Temperatur auf T Grade zu erhöhen, ist $m c_v T$; Arbeit ist keine geleistet, somit ist der Zuwachs der Energie gleich dem mechanischen Äquivalent der zugeführten Wärme, die Energie des Gases bei der Temperatur T ist somit:

$$U = U_0 + \mathfrak{A} m c_v T.$$

Nun wäre möglich, daß U_0 von dem Volumen abhängt. Daß eine solche Abhängigkeit in größerem Maßstabe nicht vorhanden ist, ergiebt sich aus dem folgenden Versuch von JOULE.

In ein kupfernes Gefäß A (Fig. 578) von etwa 2,36 Liter Inhalt wurden 64 g Luft unter einem Druck von 22 Atmosphären gebracht. Durch eine mit einem Hahn verschlossene Röhre stand das Gefäß A mit einem zweiten evakuierten, B, von gleichem Inhalt in Verbindung, und beide Gefäße befanden sich in einem großen, mit etwa 8 kg Wasser gefüllten Kalorimeter. Öffnet man den Hahn, so dehnt sich das Gas, ohne eine äußere Arbeit zu leisten, auf das doppelte Volumen aus; dabei zeigt sich in A zunächst eine Abkühlung, in B eine Erwärmung; diese gleichen sich aber durch das Wasser des Kalorimeters hindurch sofort aus. Bei den Versuchen blieb schließlich keine meßbare Temperaturänderung übrig; da eine Arbeit von der eingeschlossenen Luft ebensowenig geleistet wurde, so konnte sich ihre Energie bei der Ausdehnung nicht merklich verändert haben. Nach den Versuchen von JOULE bleibt also die Energie einer gegebenen Luftmenge die gleiche, so lange ihre Temperatur die gleiche ist, welches auch das von ihr eingenommene Volumen sein mag, sie ist also nur abhängig von der Temperatur und nicht von dem Volumen. Setzen wir den Anfangswert der Energie für die Temperatur des absoluten Nullpunktes gleich Null, so ist die Energie bei der Temperatur T einfach gleich $\mathfrak{A} m c_v T$. Da unsere Beobachtungen nur über Veränderungen der Energie Aufschluß geben, ihr absoluter Betrag unbestimmt bleibt, so ist jene Festsetzung im allgemeinen unbedenklich.

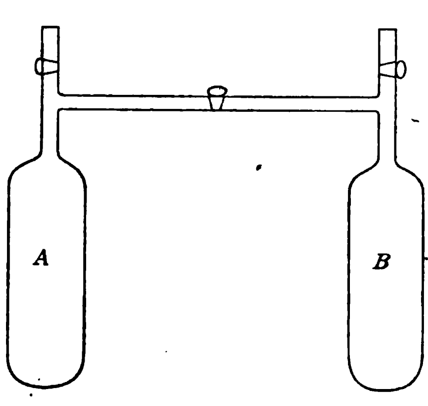


Fig. 578. JOULES Versuch.

Es ist notwendig, der vorhergehenden Betrachtung einige kritische Bemerkungen hinzuzufügen. Zunächst zeigt sich, daß sie nach zwei Seiten hin der strengen Geltung entbehrt.

Ein erstes Bedenken richtet sich gegen die angenommene Konstanz der spezifischen Wärme; diese ist von der Temperatur abhängig, nur in geringem Grade bei Gasen von einfacher molekularer Zusammensetzung,

in erheblichem bei solchen mit komplizierteren Molekülen. Bei einer genauen Berechnung der Energie müßte auf diese Veränderlichkeit Rücksicht genommen werden. Dazu kommt der folgende Umstand. Wenn wir ein Gas in einem Gefäße von unveränderlichem Volumen abschließen und dann abkühlen, so kommen wir meist zu Temperaturen, bei denen nicht mehr der ganze Inhalt gasförmig bleibt, sondern ein Teil sich in flüssiger oder fester Form abscheidet. Gehen wir von einem solchen Zustand aus, so ist jede Erwärmung mit einer Verdampfung verbunden, und es ist von vornherein wahrscheinlich, daß die spezifische Wärme nun eine andere ist, als solange der ganze Inhalt gasförmig war. Wir bezeichnen durch T_0 die Temperatur, bei der das letztere eben noch der Fall ist; dem im vorhergehenden gewonnenen Ansatz zufolge könnten wir die Energie des Gases bei der Temperatur T durch den Ausdruck

$$m \mathfrak{A} c_v T_0 + m \mathfrak{A} c_v (T - T_0)$$

darstellen; der erste Teil davon entspräche dann der Wärmemenge, die nötig ist, um das teils flüssige, teils gasförmige Gemisch vom absoluten Nullpunkt zu der Temperatur T_0 zu erwärmen. Man sieht, daß unser Ansatz die nicht zutreffende Hypothese enthält, daß diese letztere Wärmemenge dieselbe sei, wie wenn der gasförmig bleibende Körper vom absoluten Nullpunkt an bei konstantem Werte von c_v erwärmt worden wäre. Immerhin werden wir auch bei Berücksichtigung dieser Verhältnisse zu dem Satze kommen, daß die Energie eines Gases bei der absoluten Temperatur T gleich einer konstanten Größe vermehrt um $\mathfrak{A} m c_v T$ ist; nur die Bedeutung jenes konstanten Teiles würde sich ändern. Solange es sich also nur um Differenzen der Energiewerte bei verschiedenen Temperaturen handelt, können wir immer den einfachen Ausdruck $\mathfrak{A} m c_v T$ für die Energie benützen.

Was ferner den Versuch von Joule anbelangt, so müssen wir bemerken, daß eine Wiederholung unter Umständen, die eine genauere Messung zuließen, ein etwas abweichendes Resultat ergeben hat. Es findet bei der Ausdehnung in der That eine kleine Abkühlung statt; ein Teil der Wärme verwandelt sich also bei der Vergrößerung des Volumens in potentielle Energie. Außer der Wärmeenergie besitzen die Gase eine gewisse potentielle Energie, die mit dem Volumen zunimmt. Der Grund davon wird in den anziehenden Kräften zu suchen sein, von denen schon in § 175 bei dem Gesetz von van der Waals die Rede war. Wenn die Gasmoleküle mit solchen aufeinander wirken, so muß bei der Ausdehnung gegen sie Arbeit geleistet werden, und dieser Arbeit entspricht die Abkühlung.

Die Änderung der Volumenenergie und die ihr entsprechende Änderung der Temperatur ist natürlich um so größer, je größer die Differenz zwischen dem anfänglichen und dem schließlichen Volumen ist; sie hängt aber außerdem von der Temperatur ab; mit Bezug hierauf ergiebt sich das interessante Resultat, daß die bei dem Ausströmen des Gases in einen

Raum von geringerem Druck erfolgende Abkühlung dem Quadrate der absoluten Temperatur umgekehrt proportional, der Druckdifferenz direkt proportional ist. Bei dem Versuche von JOULE waren übrigens die Verhältnisse so, daß nur eine Abkühlung um 0,004° C. entstehen konnte, die sich der Beobachtung entzog.

§ 594. Die adiabatische Zustandsänderung. Der im vorhergehenden gewonnene Satz, daß die Energie eines Gases wesentlich nur von der Temperatur abhängt, führt sofort zu weiteren wichtigen Konsequenzen. Wenn ein Gas bei konstant erhaltener Temperatur sich ausdehnt, so ändert sich seine Energie nicht, wohl aber leistet das Gas Arbeit, indem es den auf ihm lastenden Druck überwindet. Dies kann nur geschehen auf Kosten einer entsprechenden Wärmemenge, die dem Gase von außen zugeführt wird, und die Temperatur kann also auch nur durch eine solche Zufuhr konstant erhalten werden. Wenn wir umgekehrt das Gas bei konstant erhaltener Temperatur komprimieren und die vorhergehende Ausdehnung wieder rückgängig machen, so wird eine Arbeit von der äußeren Kraft geleistet; wenn trotzdem die Energie des Gases dieselbe bleibt, so muß diese Arbeit in Wärme verwandelt und an die Umgebung wieder abgegeben werden. Da die von dem Gase im ersten Fall geleistete Arbeit genau dieselbe ist, wie die im zweiten auf das Gas ausgeübte, so muß auch die im ersten Fall von dem Gas aufgenommene Wärme dieselbe sein, wie die im zweiten Fall abgegebene. Es werden also nicht bloß die mechanischen, sondern ebenso auch die thermischen Veränderungen bei dem umgekehrten Prozeß wieder vollkommen aufgehoben.

Von besonderem Interesse ist nun die Betrachtung einer Zustandsänderung, bei der das Gas gegen Wärmezufluß oder -Abgabe vollkommen geschützt ist; es wird sich dies erreichen lassen, wenn man den Gasbehälter mit einer die Wärme sehr schlecht leitenden Hülle umgiebt. Es wird dasselbe aber auch dann der Fall sein, wenn die Zustandsänderung so schnell vor sich geht, daß die Aufnahme oder Abgabe von Wärme während dieser Zeit verschwindend klein ist. Man bezeichnet eine Zustandsänderung von der geschilderten Art als eine adiabatische, ein Wort, das abgeleitet ist von *διαβαίνειν*, hindurchgehen, weil dabei keine Wärme durch die Gefäßwände hindurchgehen soll. Dehnen wir das Gas aus, so leistet es Arbeit, deren Äquivalent nur in einer Abnahme seiner Energie gesucht werden kann. Daraus folgt, daß jede adiabatische Ausdehnung mit einer Abnahme der Temperatur verbunden sein muß. Umgekehrt wird adiabatische Kompression Erwärmung zur Folge haben. Das letztere läßt sich in sehr augenfälliger Weise mit dem sogenannten pneumatischen Feuerzeug zeigen. In einem dickwandigen Cylinder aus Glas ist ein Kolben luftdicht verschiebbar, an dessen unterer Fläche ein Stückchen Zunder befestigt ist. Stößt man den Kolben rasch gegen den Boden des Cylinders, so entwickelt die zusammengepreßte Luft eine Wärmemenge, die hinreicht, um den Schwamm zu entzünden.

Betrachten wir während der adiabatischen Ausdehnung eines Gases zwei durch verschiedene Werte des Volumens, des Druckes und der Temperatur charakterisierte Zustände, so gilt natürlich für jeden die allgemeine Zustandsgleichung der Gase. Außerdem muß aber zwischen ihnen noch eine weitere Beziehung bestehen, da die der Temperaturdifferenz entsprechende Energieänderung gleich der von den Veränderungen des Volumens und des Druckes abhängenden Arbeitsleistung sein muß. Man erhält daher zwei Beziehungen zwischen den Zustandsgrößen p, v und T. Eliminiert man aus ihnen die Temperatur, so erhält man die für die adiabatische Zustandsänderung charakteristische Beziehung zwischen p und v. Der Ansatz vereinfacht sich, wenn man nur eine sehr kleine Veränderung des Zustandes betrachtet. Immer ist die Aufgabe nicht ohne die Elemente der höheren Rechnungsarten durchzuführen, und wir müssen uns daher auf die Mitteilung des Resultates beschränken, wonach bei der adiabatischen Änderung des Zustandes Druck und Volumen durch die Beziehung verbunden sind:

$$p \times v^k = \text{constans};$$

hier bezeichnet k das Verhältnis der spezifischen Wärme bei konstantem Druck zu der bei konstantem Volumen. Der Wert der Konstanten hängt ab von dem Druck und dem Volumen des Gases vor dem Eintritt der adiabatischen Änderung.

§ 595. Das Verhältnis der beiden spezifischen Wärmen der Gase. Das Gesetz der adiabatischen Zustandsänderung ist abhängig von k, es muß also durch Beobachtung solcher Änderungen das Verhältnis der beiden spezifischen Wärmen zu bestimmen sein.

Die erste hierauf beruhende Methode zur Bestimmung von k ist folgende. In einem großen Gasballon (Fig. 579) ist das Gas unter einem Überdruck p abgeschlossen, der manometrisch gemessen werden kann. Wir lassen durch Umdrehen des mit einer weiten Durchbohrung versehenen Hahnes a rasch eine gewisse Gasmenge entweichen; dabei dehnt sich eine Gasmenge, die ursprünglich nur einen Teil des Ballons mit dem Volumen v erfüllt hatte, auf den ganzen Raum v_1 des Ballons aus; zugleich sinkt der Druck auf p_1. Die mit der Ausdehnung verbundene Abkühlung wird sich durch Wärmezufuhr von außen allmählich wieder

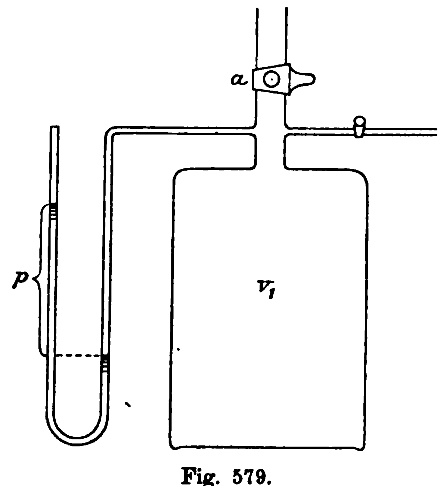


Fig. 579.

ausgleichen. Wenn die ursprüngliche Temperatur sich wieder hergestellt hat, sei der Druck p_2; das Volumen bleibt dabei konstant gleich v_1. Die Zustände der im Ballon verbleibenden Gasmenge, welche durch die Werte v, p einerseits, v_1, p_1 andererseits charakterisiert werden, sind verbunden durch die Gleichung der adiabatischen Änderung, die Zustände vp und $v_1 p_2$ durch das Boyle-Mariottesche Gesetz; es ist also:

$$p v^k = p_1 v_1^k$$

und

$$p v = p_2 v_1 .$$

Hieraus aber folgt:

$$\frac{p}{p_1} = \left(\frac{p}{p_2}\right)^k .$$

Man sieht, daß die Beobachtung der drei Drucke p, p_1 und p_2 zu der Berechnung von k genügt. Für Luft ergiebt sich so der Wert $k = 1{,}4053$.

Der zweite Weg zu der Bestimmung von k beruht auf der Messung der Schallgeschwindigkeit (§ 148). Die Verdichtungen und Verdünnungen einer Schallwelle entstehen und verschwinden so schnell, daß ein merklicher Wärmeaustausch währenddem nicht eintritt; das Gas folgt also dem Gesetz der adiabatischen Zustandsänderung. Daraus ergiebt sich für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Schallwelle der Ausdruck:

$$v = \sqrt{k \frac{p}{\delta}} .$$

Hier bezeichnet p den Druck in absolutem Maße, $\mathrm{cm}^{-1} \cdot \mathrm{g} \cdot \mathrm{sec}^{-2}$, δ das spezifische Gewicht der Luft; es ist also $\frac{p}{\delta} = \frac{p v}{m} = R T$ (§ 579).

In Luft ist die Schallgeschwindigkeit bei 0^0 gleich 33 280 $\mathrm{cm} \cdot \mathrm{sec}^{-1}$, $R = 2\,876\,000$ und $T = 273$. Man hat somit:

$$33\,280 = \sqrt{k \times 273 \times 2\,876\,000} .$$

Hieraus folgt:

$$k = 1{,}411 ,$$

ein Wert, der mit dem zuvor angeführten wohl übereinstimmt.

§ 596. Das Verhältnis der spezifischen Wärmen bei verschiedenen Gasen. Die Moleküle eines Gases bestehen im allgemeinen aus einer bestimmten Zahl einzelner Atome; ihre Bewegung kann so zerlegt werden, daß wir zuerst die Geschwindigkeit und Bahn ihres Schwerpunktes bestimmen, sodann die relative Bewegung der einzelnen Atome gegen den Schwerpunkt. Dementsprechend kann auch die Gesamtenergie U des Gases zerlegt werden in die Energie F der fortschreitenden Bewegung, die Energie Φ, welche den relativen Bewegungen der Atome gegen ihren Schwerpunkt entspricht, endlich die potentielle Energie, Ψ, welche die Gesamtheit der Moleküle infolge der inneren Wechselwirkungen ihrer Atome besitzt; es ist dann $U = F + \Phi + \Psi$. Die fortschreitende Bewegung des Schwerpunktes ist es, durch welche der Stoß der Moleküle

gegen die Gefäßwand, der Druck des Gases hervorgebracht wird. Bezeichnen wir durch V die Geschwindigkeit der fortschreitenden Bewegung, so folgt aus der kinetischen Theorie der Gase nach § 175:

$$V^2 = 3\,R\,T.$$

Ist die Masse des Gases gleich m, so ist die lebendige Kraft F der fortschreitenden Bewegung gleich $\frac{1}{2} m V^2$; somit (vgl. § 591):

$$F = \tfrac{3}{2} m\,R\,T = \tfrac{3}{2} m\,\mathfrak{A}\,(c_p - c_v)\,T.$$

Andererseits ist die gesamte Energie, U, die das Gas bei der Temperatur T besitzt, nach § 593 gleich $U_0 + \mathfrak{A}\,m\,c_v\,T$; somit ergiebt sich:

$$\frac{U - U_0}{F} = \frac{2}{3}\,\frac{c_v}{c_p - c_v} = \frac{2}{3(k-1)},$$

oder wenn wir für die Gesamtenergie den oben angegebenen Wert setzen:

$$\frac{F + \Phi + \Psi - U_0}{F} = \frac{2}{3(k-1)}.$$

Wenn wir Zähler und Nenner des links stehenden Bruches durch die Zahl der Moleküle dividieren, so wird sein Wert nicht geändert; daraus folgt, daß die obige Beziehung richtig bleibt, auch wenn wir unter F, Φ, Ψ die einem einzelnen Molekül entsprechenden mittleren Energiewerte, unter U_0 seine Energie beim absoluten Nullpunkt verstehen. Wir nehmen nun an, es werde die Konfiguration der Moleküle durch n von einander unabhängige veränderliche Größen bestimmt, welche wir als die Koordinaten des Moleküls bezeichnen wollen. Von diesen sind drei notwendig, um die Lage des Schwerpunktes, die fortschreitende Bewegung zu bestimmen, es bleiben $n - 3$ zur Angabe der relativen Bewegungen der Atome gegen den Schwerpunkt. Den in § 175 erwähnten Satz, daß bei gleicher Temperatur die mittleren lebendigen Kräfte der Moleküle gleich sind, erweitern wir durch die Annahme, daß im Falle des Temperaturgleichgewichts auch die lebendigen Kräfte, die den n Koordinaten, einzeln genommen, entsprechen, alle einen und denselben Mittelwert l besitzen.[1] Dann erhalten wir für die lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung $F = 3\,l$, für die der inneren Bewegung der Atome $\Phi = (n - 3)\,l$, setzen wir außerdem $\Psi - U_0 = u\,l$, so ergiebt sich:

$$n + u = \frac{2}{k-1}.$$

Betrachten wir den Fall eines einatomigen Gases, so ist hier die Bewegung des Atomes durch drei Koordinaten bestimmt, es ist $n = 3$; die Energie der inneren Wechselwirkung verschwindet, ebenso die Energie beim absoluten Nullpunkt; es ist also u gleich Null und daher:

$$3 = \frac{2}{k-1}, \quad k = 1{,}666\,.$$

[1] Boltzmann, Studien über das Gleichgewicht der lebendigen Kraft zwischen bewegten materiellen Punkten. Sitzungsber. d. Wien. Akad. Bd. 58. 1868. 8. Okt. — Maxwell, On Boltzmann's Theorem of the average distribution of energy in a system of material points. The Scientific Papers of J. C. Maxwell. Vol. II. p. 713.

In der That hat die Messung der Schallgeschwindigkeit in Quecksilberdampf mit Hilfe der KUNDTschen Staubfiguren diesen Wert von k ergeben. Die aus der Dampfdichte folgende Annahme, daß Quecksilker im gasförmigen Zustande einatomig ist, wird hierdurch in überraschender Weise bestätigt. Die Vorstellung, daß das Atom des Quecksilberdampfes keine innere Energie besitze, scheint zunächst unvereinbar mit der in § 252 erwähnten Thatsache, daß der Quecksilberdampf ein ziemlich kompliziertes Spektrum besitzt. Nach der MAXWELLschen Theorie des Lichtes aber können wir uns denken, daß die von dem Atom ausgesandten Lichtwellen durch schwingende Bewegungen elektrischer Teilchen erzeugt werden, die mit ihm zusammenhängen. Die Übereinstimmung des berechneten und des beobachteten Wertes von k würde dann zu der Anschauung führen, daß diese Teilchen ein in gewissem Sinne für sich bestehendes System bilden, und daß ihre kinetische Energie neben der Energie der fortschreitenden Bewegung des dampfförmigen Quecksilberatomes verschwindet.

Außer bei Quecksilber ist auch bei dem in der Atmosphäre neuentdeckten Gas, dem Argon, das Verhältnis der spezifischen Wärmen gleich $\frac{5}{3}$; danach ist dieses Gas ebenfalls ein einatomiges.

Wollen wir die Gleichung:

$$n + u = \frac{2}{k-1}$$

auf andere Gase in Anwendung bringen, so werden wir berücksichtigen, daß die Werte der spezifischen Wärme bei konstantem Druck im allgemeinen viel genauer sind, als die aus direkten Beobachtungen abgeleiteten Werte von k. Man wird daher die genaueren Werte dieser Zahl durch Rechnung erhalten mit Hilfe der Gleichung:

$$c_p - c_v = \frac{R}{\mathfrak{A}}.$$

Zunächst ergiebt sich, wenn wir mit dem Molekulargewicht μ des betrachteten Gases multiplizieren:

$$\mu c_p - \mu c_v = \frac{\mu R}{\mathfrak{A}},$$

oder mit Benützung der in § 581 und 592 gegeben Werte:

$$\mu c_p - \mu c_v = 1{,}976.$$

Die Differenz der Molekularwärmen bei konstantem Druck und bei konstantem Volumen ist bei allen Gasen dieselbe, nämlich gleich 1,976, ein an und für sich sehr bemerkenswerter Satz. Als Maßeinheiten sind dabei die Grammkalorie und das Gramm zu Grunde gelegt. Berechnen wir mit Hilfe des Satzes die Molekularwärme bei konstantem Volumen, so ergiebt sich:

$$k = \frac{\mu c_p}{\mu c_v}.$$

Es ist ferner:

$$\mu c_v = \frac{1,976}{k-1},$$

und andererseits:

$$n + u = \frac{2}{k-1}.$$

Somit:

$$n + u = 1,012 \times \mu c_v.$$

Es ist also die Zahl $n + u$ nahezu gleich der Molekularwärme bei konstantem Volumen.

In der folgenden Tabelle findet sich eine Zusammenstellung von Werten der spezifischen Wärme bei konstantem Druck, der Verhältnisse k, der Molekularwärmen μc_v, der Zahlen $n + u$. Die letzte Kolumne giebt die Mitteltemperaturen, für welche die Werte der spezifischen Wärmen als gültig zu betrachten sind.

Gas	Spezifische Wärme c_p	Molekulargewicht μ	k	Molekularwärme μc_v	$n+u$	Mittlere Temp. in C. Grad.
Quecksilber, Hg	—	—	1,666	2,965	3,00	—
Wasserstoff, H_2	3,409	2	1,412	4,842	4,89	105
Kohlenoxyd, CO	0,2425	28	1,410	4,814	4,87	61
Stickstoff, N_2	0,2438	28,08	1,408	4,850	4,90	100
Stickoxyd, NO	0,2317	30	1,397	4,975	5,03	92
Sauerstoff, O_2	0,2175	32	1,396	4,984	5,05	110
Chlorwasserstoff, HCl	0,1876	36,5	1,409	4,839	4,90	117
Bromwasserstoff, HBr	0,0820	81	1,424	4,665	4,72	55
Jodwasserstoff, HJ	0,0550	128	1,390	5,064	5,12	60
Chlor, Cl_2	0,1241	70,9	1,290	6,820	6,90	107
Brom, Br_2	0,0555	159,9	1,286	6,900	6,98	155
Chlorjod, JCl	0,0512	162,3	1,312	6,334	6,40	151
Jod, J_2	0,0336	253,7	1,302	6,549	6,62	291
Wasser, H_2O	0,4805	18	1,296	6,672	6,75	172
Schwefelwasserstoff, H_2S	0,2451	34,06	1,310	6,374	6,45	113
Kohlensäure, CO_2	0,2025	44	1,285	6,934	7,01	57
Stickoxydul, N_2O	0,2262	44,08	1,247	7,996	8,09	111
Schweflige Säure, SO_2	0,1544	64,06	1,250	7,904	8,00	109
Schwefelkohlenstoff, CS_2	0,1596	76,12	1,195	10,170	10,29	138
Ammoniak, NH_3	0,5125	17,04	1,292	6,756	6,83	120
Phosphortrichlorid, PCl_3	0,1347	137,4	1,120	16,52	16,71	178
Arsentrichlorid, $AsCl_3$	0,1122	181,4	1,108	18,37	18,59	213
Siliciumchlorid, $SiCl_4$	0,1322	169,9	1,096	20,46	20,72	166
Titanchlorid, $TiCl_4$	0,1290	189,9	1,088	22,52	22,78	217
Zinnchlorid, $SnCl_4$	0,0939	259,9	1,088	22,42	22,68	211
Methan, CH_4	0,5929	16	1,263	7,508	7,59	113
Chloroform, $CHCl_3$	0,1441	119,3	1,130	15,21	15,39	72
Methylalkohol, CH_4O	0,4580	32	1,156	12,67	12,82	162
Äthylalkohol, C_2H_6O	0,4534	46	1,105	18,88	19,11	164
Äthylcyanid, C_2H_5CN	0,4262	55,04	1,092	21,48	21,73	167
Äthylchlorid, C_2H_5Cl	0,2738	64,45	1,126	15,67	15,86	109
Äthylenchlorid, $C_2H_4Cl_2$	0,2293	98,9	1,095	20,70	20,94	166
Äthylbromid, C_2H_5Br	0,1896	109	1,107	18,69	18,92	172
Äther, $C_4H_{10}O$	0,4797	74	1,060	33,51	33,90	146
Äthylsulfid, $C_4H_{10}S$	0,4008	90,06	1,034	34,12	34,52	171

Der im vorhergehenden gegebenen Entwickelung zufolge verhält sich die Gesamtenergie der Moleküle zu der Energie der fortschreitenden Bewegung wie $n + u : 3$; wenn wir also 3 als die Maßzahl der Trans-

lationsenergie betrachten, so ist $n + u$ die der gesamten und $n + u - 3$ die der inneren Energie des Moleküles. Bei Quecksilber ist die innere Energie Null. Im übrigen steigt, wie sich aus den vorhergehenden Zahlen ergiebt, die innere Energie mit der Zahl der in den Molekülen vereinigten Atome und mit der Größe der Atomgewichte.

II. Kapitel. Der zweite Hauptsatz.

§ 597. Die graphische Darstellung der Zustandsänderungen. Für das Studium der Prozesse, bei denen Wärme aus Arbeit gewonnen, oder umgekehrt in Arbeit verwandelt wird, gewährt die graphische Darstellung der Zustandsänderungen großen Nutzen. Wir haben gesehen, daß der Zustand eines Gases durch Angabe von Druck und Volumen vollständig bestimmt werden kann. Wir ziehen nun auf einem Papierblatte nach rechts hin eine horizontale und nach oben eine vertikale Linie (Fig. 580); auf der ersten tragen wir vom Kreuzungspunkte O aus Strecken ab, die in irgend einer passenden Längeneinheit so groß sind, wie die Maßzahlen der Volumina, die also dem Volumen numerisch gleich sind; auf der vertikalen Linie tragen wir in derselben Weise die Drucke ab. Jeder Punkt der Zeichenebene stellt dann durch seine Abstände von den beiden Axen zwei bestimmte zusammengehörige Werte von Druck und Volumen, einen bestimmten Zustand des Gases dar. Wenn dieser eine allmähliche Veränderung erleidet, so werden die Übergangszustände durch aufeinanderfolgende Punkte der Zeichenebene, d. h. durch eine Linie oder Kurve dargestellt werden; Änderungen des Volumens bei konstantem Druck werden so durch horizontale, Änderungen des Druckes bei konstantem Volumen durch vertikale Linien abgebildet. Wir zeichnen nun ein Rechteck $ABCD$, so daß auf der Seite AB der Druck konstant gleich p_1, auf CD gleich p_2, auf BC das Volumen konstant gleich v_1, auf DA gleich v_2 ist; wir können dann das Gas einem Prozeß unterwerfen, bei dem die aufeinanderfolgenden Zustände durch die Punkte der Rechtecksseiten dargestellt sind; gehen wir aus von dem Punkte A, so mögen die Zustände des Gases das Rechteck in dem durch die Reihenfolge der Buchstaben $ABCDA$ gegebenen Sinne umlaufen, schließlich befindet sich dann das Gas wieder genau in demselben Zustande wie zu Anfang; wir haben mit demselben einen Kreisprozeß ausgeführt. Nun kann man leicht zeigen, daß das Gas dabei eine Arbeit geleistet hat; der Ausdehnung von A bis B entspricht die Arbeit $p_1(v_1 - v_2)$ (s. § 591); wenn

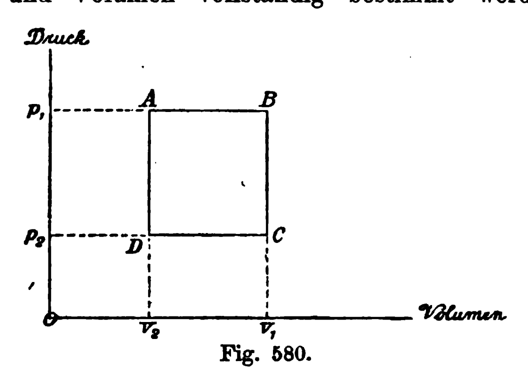


Fig. 580.

das Gas nachher unter dem Drucke p_2 umgekehrt von dem Volumen v_1 auf v_2 zusammengedrückt wird, so wird auf das Gas eine Arbeit ausgeübt, deren Betrag $p_2(v_1 - v_2)$ von der zuvor geleisteten Arbeit abzuziehen sein wird. Im ganzen würde demnach von dem Gase die Arbeit $(p_1 - p_2)(v_1 - v_2)$ geleistet. Diese Arbeit findet sich in unserer Figur gleichfalls in anschaulicher Weise dargestellt; das Produkt $(v_1 - v_2)(p_1 - p_2)$ ist numerisch gleich $AB \times BC$, gleich dem Flächeninhalt des Rechteckes $ABCD$; dieses repräsentiert also den Betrag der geleisteten Arbeit. Da das Gas zu Anfang und Ende des Kreisprozesses sich genau in demselben Zustande befindet, so muß diese Arbeit auf Kosten der Wärme geleistet sein, die dem Gase zugeführt wurde.

Wenn der Zustand des Gases die Seiten unseres Rechteckes in umgekehrtem Sinn, d. h. in der Reihenfolge $ADCBA$ umläuft, so überwiegt die auf das Gas von außen her ausgeübte Arbeit und die von ihm abgegebene Wärme. Wir gewinnen für den Unterschied des ersten und zweiten Falles einen anschaulichen Ausdruck, wenn wir beachten, daß im ersten die Umlaufsrichtung mit der Bewegung des Uhrzeigers übereinstimmt, im zweiten damit entgegengesetzt ist.

Es ist nicht schwer zu zeigen, daß dem vorhergehenden Satze eine viel allgemeinere Gültigkeit zukommt.

Die Zustandsänderung des Gases werde durch eine Kurve AB dargestellt, die einer Volumenzunahme entsprechen möge (Fig. 581). Wir ersetzen sie zunächst durch eine Zickzacklinie, d. h. wir lassen abwechselnd nur den Druck und nur das Volumen sich ändern und nicht beide zugleich. Mit Hilfe der Betrachtungen, die wir im vorhergehenden angestellt haben, wird dann leicht zu zeigen sein, daß die bei einer Zustandsänderung längs des Zickzackweges geleistete Arbeit numerisch gleich dem Inhalt der Figur ist, die von ihm, von der Axe v und von den Ordinaten $A\alpha$ und $B\beta$ begrenzt wird. Lassen wir die Stufen des Zickzackweges kleiner und kleiner werden, so fällt er schließlich mit der Kurve AB zusammen. Somit ergiebt sich der Satz:

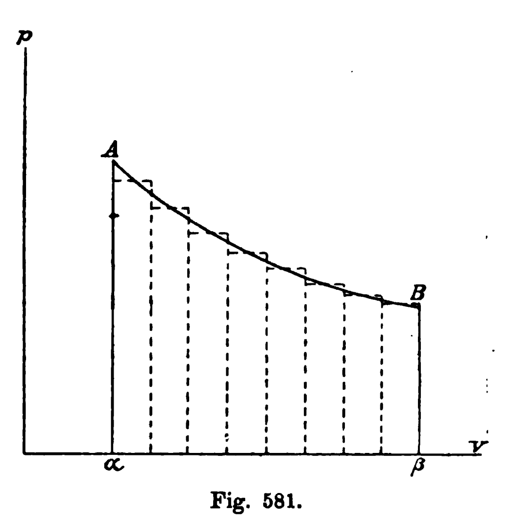


Fig. 581.

Die Arbeit, die bei einer durch die Kurve AB dargestellten Zustandsänderung geleistet wird, ist numerisch gleich dem Inhalt des von AB, der Axe der Volumina, den Ordinaten von A und B begrenzten Viereckes.

Kehrt das Gas durch eine stetige Folge von Zwischenzuständen hindurch in seinen ursprünglichen Zustand zurück, wird also die Änderung durch eine in sich zurücklaufende Kurve dargestellt, so folgt aus dem vorhergehenden der weitere Satz:

Durchläuft die Zustandsänderung eines Gases eine geschlossene Kurve, so wird von dem Gas im ganzen eine Arbeit geleistet, wenn die Umlaufsrichtung mit der Bewegung des Uhrzeigers übereinstimmt; es wird im ganzen eine Arbeit auf das Gas ausgeübt, wenn die Umlaufsrichtung entgegengesetzt ist, wie die Bewegung des Uhrzeigers; immer ist der Betrag der Arbeit numerisch gleich dem Inhalt der von der Kurve umschlossenen Fläche.

Wenn wir den Zustand eines Gases so ändern, daß seine Temperatur konstant bleibt, so bleibt nach dem Gasgesetz auch das Produkt $vp = m R T$ konstant; die Kurven, durch welche Zustandsänderungen bei konstanter Temperatur dargestellt werden, die Isothermen, sind somit gleichseitige Hyperbeln. Bei adiabatischen Zustandsänderungen bleibt nach § 594 das Produkt $p v^k$ konstant; die entsprechenden Kurven, die adiabatischen, sind steiler als die Isothermen, da bei adiabatischer Ausdehnung die Temperatur sinkt, und niedrigere Temperaturen solchen Isothermen entsprechen, die der Axe der Volumina näher liegen (Fig. 582).

§ 598. Der Carnotsche Kreisprozeß. Die im vorhergehenden geschaffenen Hilfsmittel wenden wir nun an auf eine zuerst von Carnot untersuchte Zustandsänderung, welche für die weitere Entwickelung der Wärmetheorie eine fundamentale Bedeutung gewonnen hat.

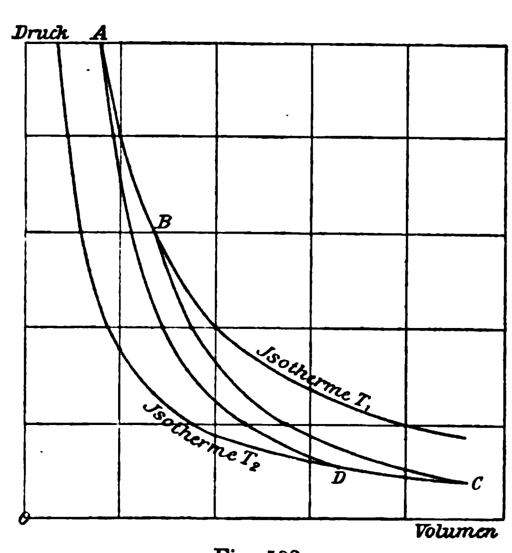


Fig. 582.

Wir zeichnen ein Viereck $ABCD$ (Fig. 582), von dem zwei Seiten AB und CD durch Isothermen, zwei BC und DA durch adiabatische Linien dargestellt sind. Eine gegebene Menge Gas unterwerfen wir einem Kreisprozeß, dessen aufeinanderfolgende Phasen durch die Punkte des Linienzuges $ABCDA$ dargestellt sind. Wärme wird von dem Gase aufgenommen bei der Ausdehnung längs AB, abgegeben bei der Kompression längs CD; während der durch die Linien BC und DA dargestellten Periode des Prozesses wird aber Wärme weder aufgenommen

noch abgegeben, und hierin liegt eben das Eigentümliche dieses sogenannten CARNOTschen Kreisprozesses. Seine Realisierung können wir uns in folgender Weise ausgeführt denken; während der Periode *AB* bringen wir das Gas in Berührung mit einem Reservoir, das mit Wasser von der konstanten Temperatur T_1 gefüllt ist; die Ausdehnung selbst lassen wir so langsam vor sich gehen, daß nie eine irgend merkliche Abkühlung des Gases eintritt; es wird dann in jedem Augenblick eine gewisse Wärmemenge aus dem Reservoir in das Gas übergehen; wenn aber die in dem ersteren befindliche Wassermenge hinreichend groß ist, so wird damit keine merkliche Abkühlung des Wassers verbunden sein. Während der Periode *BC* und ebenso später während *DA* umgeben wir das Gas mit einer für die Wärme undurchdringlichen Hülle; wenn sich das Gas von *B* bis *C* ohne Wärmezufuhr ausdehnt, so findet eine Abkühlung auf die niedrigere Temperatur T_2 statt. Wenn diese erreicht ist, setzen wir das Gas in Berührung mit einem Wärmereservoir von der gleichen Temperatur und komprimieren das Gas langsam längs der Isotherme *CD*. Wir leiten den Prozeß so, daß nie eine merkliche Temperaturerhöhung eintritt, sondern jede durch die Kompression erzeugte Wärmemenge sich sofort in dem Wasser des Reservoirs verliert. Endlich wird dann durch adiabatische Kompression das Gas wieder auf die Temperatur T_1 erwärmt und in den ursprünglichen durch *A* dargestellten Zustand zurückgeführt.

§ 599. Der Wirkungsgrad des CARNOTschen Kreisprozesses. Bei dem CARNOTschen Prozeß wird von dem Gase eine gewisse Arbeit geleistet. Sie ist nach dem vorhergehenden Satze numerisch gleich dem Inhalte des Viereckes *ABCD*. Da das Gas am Ende des Prozesses sich in demselben Zustande befindet, wie am Anfang, so muß jene Arbeit das Äquivalent für die dem Gase zugeführte Wärme sein. Dabei ist aber zu bedenken, daß von dem Gase Wärme nicht bloß aufgenommen, sondern auch wieder abgegeben wird, daß also nur die Differenz dieser Wärmemengen in Arbeit verwandelt sein kann. Bezeichnen wir die Wärmemenge, die längs *AB* aufgenommen wird, durch W_1, die längs *CD* abgegebene durch W_2, so ist die in Arbeit verwandelte gleich $W_1 - W_2$. Den Wirkungsgrad unseres Prozesses werden wir nun danach beurteilen, welcher Bruchteil der ganzen zugeführten Wärme W_1 in Arbeit verwandelt ist; wir erhalten daher als Wirkungsgrad n den Bruch:

$$n = \frac{W_1 - W_2}{W_1}.$$

Die in Betracht kommenden Wärmemengen können für die isothermischen Prozesse *AB* und *CD* auf Grund des Prinzips von der Äquivalenz der Wärme und Arbeit berechnet werden. Berücksichtigt man außerdem, daß die Punkte *A*, *B* und *C*, *D* je einer Isotherme, die Punkte *A*, *B* und *B*, *C* je einer adiabatischen Kurve angehören, so kommt man zu der einfachen Beziehung:

$$n = \frac{W_1 - W_2}{W_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Der Wirkungsgrad ist gleich dem Verhältnis der Temperaturdifferenz beider Reservoire zu der Temperatur desjenigen, aus dem das Gas Wärme aufnimmt. Es ergiebt sich hieraus, daß die Wärme, welche dem Gase zugeführt wurde, nicht vollständig in Arbeit verwandelt werden kann, daß vielmehr durch die Natur des Prozesses selbst eine bestimmte Grenze in dieser Richtung gegeben ist. Der Wirkungsgrad ist um so größer, je tiefer die Temperatur der unteren Isotherme ist, und die Verwandlung würde vollständig sein, wenn es möglich wäre, ihre Temperatur gleich der des absoluten Nullpunktes zu machen. Aus der Proportion:

$$\frac{W_1 - W_2}{W_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

folgt unmittelbar:

$$\frac{W_1}{T_1} = \frac{W_2}{T_2}.$$

Bei dem Carnotschen Kreisprozeß ist die an der oberen Isotherme aufgenommene Wärmemenge dividiert durch die absolute Temperatur der Isotherme gleich der an der unteren abgegebenen dividiert durch die absolute Temperatur dieser Isotherme.

§ 600. Die Dampfmaschine. Die im vorhergehenden gewonnenen allgemeinen Gesichtspunkte können wir auch auf den Prozeß anwenden, durch den bei der Dampfmaschine Arbeit gewonnen wird, obwohl dabei Eigenschaften des Wassers benützt werden, die von denen der Gase sehr verschieden sind. Es handelt sich im folgenden nicht um eine Schilderung all der einzelnen technischen Einrichtungen, durch welche die Verwertung der Dampfkraft für den Betrieb von Maschinen zu einer immer größeren Vollendung gelangt ist, sondern nur um die Betrachtung eines idealen Schemas, dem sich die wirklichen Maschinen ihrer allgemeinen Wirkung nach unterordnen lassen.

Der Kessel der Dampfmaschine (Fig. 583) repräsentiert ein Reservoir oder eine Wärmequelle von konstanter, hoher Temperatur T_1; durch Öffnen eines Hahnes setzen wir den Kessel in Verbindung mit einem Cylinder, der durch einen verschiebbaren Kolben abgeschlossen ist. Der im Kessel entwickelte Dampf strömt in den Raum unter dem Kolben ein und schiebt diesen in die Höhe, während die Temperatur konstant gleich T_1 bleibt; nach einer gewissen Zeit schließen wir den Hahn und lassen den Dampf sich noch weiter ausdehnen, während er gegen Wärmeaufnahme geschützt ist. Er kühle sich adiabatisch ab auf die Temperatur T_2. Nun verbinden wir den Raum des Cylinders durch Öffnen eines zweiten Hahnes mit dem Kondensator, einem Wärmereservoir von der konstanten Temperatur T_2; der Kolben des Cylinders wird wieder zurückgeschoben und der Dampf so in den Kondensator getrieben; dort werde er bei der konstanten Temperatur T_2 verdichtet. Das Kondensationswasser kann mit Hilfe einer Pumpe wieder in den Kessel hinübergetrieben und auf diese Weise einem vollständigen Kreisprozeß unterworfen werden.

Bezeichnen wir durch W_1 die im Kessel bei der Verdampfung aufgenommene, durch W_2 die an den Kondensator bei der Verflüssigung wieder abgegebene Wärmemenge, so ist die in Arbeit verwandelte gleich $W_1 - W_2$, der Wirkungsgrad $n = \frac{W_1 - W_2}{W_1}$, ebenso wie in dem Beispiel des vorhergehenden Paragraphen.

Handelt es sich darum, direkt die Arbeit zu bestimmen, die von dem Kolben der Dampfmaschine bei einem Hube verrichtet wird, so kann man eine mechanische Einrichtung treffen, durch welche diese Arbeit selbstthätig aufgezeichnet wird. Man benützt dazu einen mit

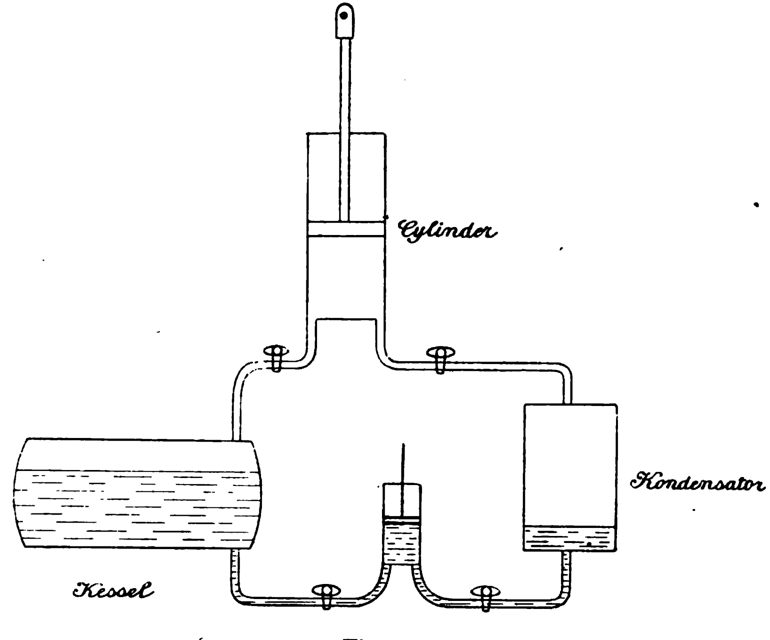


Fig. 583.

Papier überzogenen Cylinder, der durch die Bewegung des Kolbens in Umdrehung versetzt wird, so daß der Drehungswinkel der Volumenänderung des Dampfes in dem Cylinder entspricht. Gegen die Fläche des Papiers drückt ein Schreibstift, der durch den Druck des Dampfes auf- und abbewegt wird. Man erhält so ein Diagramm, bei dem die Axe der Volumina durch den Umfang des Cylinders, die Axe des Druckes durch eine Mantellinie gegeben ist. Die Berechnung der Arbeit erfolgt dann nach dem in § 597 gegebenen Satz. Apparate von solcher Art nennt man Indikatoren, die von ihnen gelieferte Zeichnung ein Indikatordiagramm.

§ 601. Der Satz von Carnot. Die ungeheure Rolle, die nach Erfindung der Dampfmaschine der Wärme als bewegender Kraft zufallen mußte, veranlaßte Carnot zu einer Untersuchung der Fragen, ob diese

Kraft durch irgendwelche Bedingungen beschränkt, ob sie abhängig sei von den Körpern, deren Veränderungen zu der Leistung der Arbeit benützt werden. Im Beginn seiner Abhandlung macht CARNOT eine Bemerkung, durch welche das Wesen des Vorganges, der in den Wärmemaschinen zu der Erzeugung der bewegenden Kraft dient, losgelöst von allen Besonderheiten der Einrichtung, in ein neues und überraschendes Licht gestellt wird.

Als das Wesentliche des Vorganges betrachtet er den Übergang von Wärme von dem heißen Kesselraum zu dem kühlen Kondensator. Ebenso wie bei einem Mühlrad der Sturz des Wassers von der Höhe der zuleitenden Rinne zu der Tiefe des Mühlgrabens eine Quelle bewegender Kraft ist, so wird bei jeder Wärmemaschine die bewegende Kraft erzeugt durch den Fall der Wärme von einem Körper mit höherer zu einem solchen mit tieferer Temperatur. Von diesem Gesichtspunkt aus kommt CARNOT zu einer Fragestellung von fundamentaler Bedeutung. Zu dem Transport der Wärme von der oberen Wärmequelle zu der unteren kann man alle möglichen Substanzen gebrauchen; ein permanentes Gas, einen Dampf, einen festen elastischen Körper. Ist nun der Wirkungsgrad einer Maschine abhängig von dem Körper, der zum Transport der Wärme dient, oder ist er für alle hierzu verwandten Körper der gleiche? CARNOT entschied die Frage in dem letzteren Sinne; seine ganze Betrachtung beruhte aber auf der Annahme eines besonderen Wärmestoffes und verlor ihre Beweiskraft mit dem Siege der mechanischen Wärmetheorie. Es ist das Verdienst von CLAUSIUS, die bleibende Bedeutung des CARNOTschen Satzes den neuen Anschauungen gegenüber erkannt, ihn zu einem Prinzip von ungemeiner Fruchtbarkeit und vielseitiger Anwendung entwickelt zu haben.

§ 602. Der umkehrbare Kreisprozeß. Der Beweis des CARNOTschen Satzes setzt voraus, daß die Kreisprozesse, denen wir die Arbeit erzeugenden Körper unterwerfen, umkehrbar seien; wir verstehen darunter folgendes. Es werde einmal der Prozeß in der durch die Reihenfolge der Buchstaben $ABCDA$ angegebenen Richtung vollzogen. Dabei erleidet der Körper in stetiger Folge mannigfache Änderungen seines Volumens, seines Druckes, seiner Temperatur, er nimmt in gewissen Phasen des Prozesses Wärme auf, giebt in anderen Wärme ab. Wenn wir nun in A angekommen sind, so lassen wir denselben Prozeß wieder rückwärts vor sich gehen, entsprechend der Reihenfolge $ADCBA$. Wir nennen den Prozeß umkehrbar, wenn bei dieser rückläufigen Operation in jeder Phase genau dieselbe Wärmemenge, die der Körper früher abgegeben hatte, wieder eintritt, dieselbe Wärmemenge, die er früher aufgenommen hatte, jetzt von ihm abgegeben wird. Es setzt dies voraus, daß bei dem direkten Prozeß keine Wärme verloren gegangen ist, die nachher durch den umgekehrten Prozess nicht wieder gewonnen wird, daß bei dem umgekehrten Prozeß keine Wärme dem Körper entzogen wird, die er nicht in der entsprechenden Phase des direkten aufgenommen

hatte. Die wirklichen Maschinen werden dieser Bedingung nicht entsprechen; unsere Betrachtung bezieht sich auf einen idealen Fall, dem wir uns durch geschickte Anordnungen mehr oder weniger nähern, den wir nie völlig erreichen werden. Die erste Bedingung, die wir erfüllen müssen, besteht in der Vermeidung jeder Berührung zwischen ungleich warmen Körpern. Würde die dem Kreisprozeß unterworfene Substanz bei der Bewegung auf der unteren Isotherme eine merklich höhere Temperatur haben, als die Wärmequelle, so würde sie Wärme abgeben, die bei der Umkehr des Prozesses nicht wieder in die Substanz zurückströmte; ebenso würde jede andere merkbare Temperaturdifferenz zwischen der arbeitenden Substanz und den Wärmequellen Wärmebewegungen veranlassen, die durch die Umkehr des Prozesses nicht rückgängig zu machen wären. Ähnlich verhält sich die Wärme, die bei der Bewegung des Kolbens durch Reibung zwischen ihm und der Cylinderwand erzeugt wird, sobald der Kolben eine merkliche Geschwindigkeit bekommt; dies wird immer der Fall sein, wenn der äußere auf dem Kolben lastende Druck plötzlich um einen endlichen Betrag vermindert oder vermehrt wird. Die bei dem direkten Prozeß gewonnene Arbeit ist dann nicht mehr gleich der bei der Umkehr aufzuwendenden, der Prozeß ist nicht mehr reversibel. Eine zweite Bedingung für die Umkehrbarkeit besteht also darin, daß man den äußeren Druck stets nur unendlich wenig von dem der arbeitenden Substanz abweichen läßt.

§ 603. Der Beweis des Carnotschen Satzes. Der Satz, daß der Wirkungsgrad einer Wärmemaschine, die mit einem Kreisprozeß zwischen einer oberen und einer unteren Wärmequelle arbeitet, von der speziellen Wahl der arbeitenden Substanz unabhängig ist, kann nicht aus irgend welchen allgemeinen Sätzen a priori erschlossen, sondern muß durch Thatsachen der Erfahrung begründet werden. Auf dem Wege eines direkten Experimentes ist dies nicht möglich, da die störenden Einflüsse der Reibung, der Wärmeverluste bei größeren Temperaturunterschieden sich nicht eliminieren, die in Frage kommenden Arbeiten und Wärmemengen sich nicht genau messen lassen. Man ist also auf eine indirekte Beweisführung angewiesen; man wird versuchsweise annehmen, daß es zwei Substanzen mit verschiedenem Wirkungsgrad gäbe, und wird zeigen, daß diese Annahme mit der Erfahrung in Widerspruch tritt. Die beiden Substanzen nennen wir A und B; der Wirkungsgrad von A sei gleich n_a. der von B gleich n_b, und zwar sei n_a größer als n_b. Wir konstruieren nun eine Wärmemaschine, die auf der Kombination der mit A und B auszuführenden umkehrbaren Kreisprozesse beruht. Wir bedürfen dazu einer oberen Wärmequelle mit der Temperatur T_1, einer unteren mit der Temperatur T_2, die durch ein großes, mit Wasser gefülltes Reservoir, einen See oder das Meer repräsentiert sein soll. Mit der Substanz A führen wir zuerst einen direkten Prozeß aus. Die Substanz nimmt an der oberen Quelle die Wärme W_1^a auf, giebt an der unteren W_2^a ab, erzeugt die mit der Wärmemenge $W_1^a - W_2^a$ äquivalente Arbeit; es ist

dann $\frac{W_1^a - W_2^a}{W_1^a} = n_a$ oder $W_1^a - W_2^a = n_a W_1^a$; die Substanz A selbst ist nach dem Prozesse in demselben Zustande wie vorher. Nun führen wir mit der Substanz B einen zweiten, aber inversen Prozeß aus; sie nimmt dann aus dem Seewasser eine Wärmemenge W_2^b auf, giebt an die obere Wärmequelle die größere Wärmemenge W_1^b ab; dies wird möglich dadurch, daß wir auf die Substanz eine Arbeit ausüben, die mit der Wärmemenge $W_1^b - W_2^b$ äquivalent ist; es gilt dann, ebenso wie bei dem direkten Prozeß, die Gleichung $W_1^b - W_2^b = n_b W_1^b$.

Die speziellere Einrichtung können wir nun auf zwei verschiedene Arten ausführen und erhalten so zwei verschiedene Beweise des Carnotschen Satzes.

I. Wir treffen die Einrichtung so, daß die von der Substanz A der oberen Wärmequelle entnommene Wärmemenge W_1^a gleich der von B an sie abgegebenen W_1^b, daß also $W_1^a = W_1^b = W_1$ wird. Dann ist nach Ausführung der beiden Kreisprozesse die obere Wärmequelle ebenso unverändert geblieben, wie die Substanzen A und B; es ist aber Arbeit geleistet vom Betrage:

$$\mathfrak{A}\,(n_a - n_b)\,W_1\,,$$

und es ist der unteren Wärmequelle entnommen die entsprechende Wärmemenge:

$$W_2^b - W_2^a = W_1 - W_2^a - (W_1 - W_2^b) = (n_a - n_b)\,W_1.$$

Es ist also Wärme verwandelt in Arbeit; aber diese Wärme ist, ohne daß irgend eine sonstige Veränderung eingetreten wäre, der unteren Wärmequelle, dem Seewasser, entnommen. Die Erfahrung zeigt, daß die Konstruktion einer in dieser Weise mit Kreisprozessen arbeitenden Maschine, die den im Seewasser enthaltenen Wärmevorrat in Arbeit verwandelte, nicht möglich ist. Wir müssen also schließen, daß die von unserer Maschine gelieferte Arbeit gleich Null, daß $n_a = n_b$ ist, wie es der Carnotsche Satz verlangt.

II. Wir leiten den doppelten Kreisprozeß der Maschine so, daß im direkten ebensoviel Arbeit geleistet wird, wie im inversen konsumiert wird. Dann ist:

$$W_1^a - W_2^a = W_1^b - W_2^b.$$

Somit

$$n_a W_1^a = n_b W_1^b,$$

und da $n_a > n_b$ ist, umgekehrt

$$W_1^a < W_1^b.$$

Arbeit hat unsere Maschine keine verrichtet, wohl aber hat sie die Wärmemenge $W_1^b - W_1^a$ von der unteren Wärmequelle nach der oberen gebracht. Auch dieses müssen wir als etwas Unmögliches betrachten. Wärme strömt überall in der Richtung von dem wärmeren Körper zum kälteren. Wo wir immer einen umgekehrten Transport beobachten, wird gleichzeitig eine äußere Arbeit auf den die Wärme übertragenden Körper

ausgeübt. Als ein praktisches Beispiel hierfür kann die Eismaschine gelten. Im Prinzip beruht sie auf einem in inverser Richtung ausgeführten Kreisprozeß; die untere Wärmequelle besteht aus einem Wasserreservoir, das eine Temperatur von 0° C. hat, so daß jede Wärmeabgabe mit Eisbildung verbunden ist; die dem Kreisprozeß unterworfene Substanz, verdampfendes und wieder kondensiertes Ammoniak, giebt dabei thatsächlich Wärme an die obere Quelle ab; es ist dies aber nur möglich, weil zu der Kondensation dem Druck entgegen eine Arbeit aufgewandt werden muß, die größer ist, wie die von dem verdampfenden Ammoniak geleistete. Jeder Wärmetransport von der unteren zu der oberen Quelle erfordert einen Aufwand von Arbeit, und wo dieser fehlt, wie bei der zuvor konstruierten, mit zwei Kreisprozessen arbeitenden Maschine, kann auch kein Wärmetransport stattfinden. Es muß somit

$$W_1^b - W_1^a = 0,$$

d. h. $n_a = n_b$ sein.

Wir sind somit zu dem Satz gelangt:

D e r W i r k u n g s g r a d e i n e s C a r n o t s c h e n K r e i s p r o z e s s e s, d e r s i c h z w i s c h e n z w e i g e g e b e n e n W ä r m e q u e l l e n a b s p i e l t, i s t v o n d e r s p e z i e l l e n N a t u r d e r a r b e i t e n d e n S u b s t a n z u n a b h ä n g i g.

Nun haben wir den Wirkungsgrad des Prozesses für Gase bereits kennen gelernt; es war:

$$\frac{W_1 - W_2}{W_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Dem Carnotschen Satze zufolge gilt dieses Resultat allgemein für jede beliebige Substanz, die wir einem Kreisprozesse zwischen zwei Wärmequellen mit den absoluten Temperaturen T_1 und T_2 unterwerfen.

Wir knüpfen hieran noch eine weitere Bemerkung. Wenn der Carnotsche Prozeß Arbeit erzeugen soll, so muß er so geleitet werden, daß gleichzeitig Wärme von der oberen Quelle zu der unteren übergeht. Dies ist aber die Richtung, in der sich Wärme von selber, ohne irgend einen äußeren Eingriff, bewegt; Arbeit wird also aus Wärme nur gewonnen, wenn man jene natürliche Bewegung benützt. Man kann diesen Gedanken verallgemeinern und sagen, daß es überhaupt nur sogenannte natürliche, von selber sich vollziehende Prozesse sind, aus denen wir Arbeit gewinnen, z. B. der Fall des Wassers, der eine Turbine, ein Wasserrad treibt, der Fall des Uhrgewichtes, die bei einer gewissen Temperatur von selber erfolgende Verbrennung der Kohle. Umgekehrt also würden die natürlichen Prozesse dadurch charakterisiert sein, daß sie Arbeit oder mit ihr äquivalente Wärme erzeugen. Jede Veränderung dieser Art tritt von selber ein, wenn dies nicht durch künstliche Gegenanstalten verhindert wird. Es scheint hierdurch eine gewisse Ergänzung für das Prinzip von der Erhaltung der Energie gegeben. Dieses behauptet nur, daß, wie auch immer der Zustand eines gegebenen Systemes sich ändert, die Summe von lebendiger Kraft, von Wärme und von Spann-

kraft dieselbe bleiben muß, solange äußere Einwirkungen nicht vorhanden sind. Das Prinzip sagt nichts aus über die Richtung, in der die natürlichen Veränderungen des Systemes sich vollziehen. Die vorhergehenden Bemerkungen enthalten eine Andeutung in dieser Richtung, die im folgenden noch etwas weiter ausgeführt werden soll.

§ 604. Die Entropie. Wir haben schon in § 599 die Gleichung

$$\frac{W_1}{T_1} = \frac{W_2}{T_2} \text{ oder } \frac{W_1}{T_1} - \frac{W_2}{T_2} = 0$$

durch eine einfache Umformung des Carnotschen Satzes gewonnen. Es läßt sich zeigen, daß diese Gleichung in viel allgemeinerem Sinne gültig ist. Wir unterwerfen eine beliebige Substanz einem Kreisprozeß, bei dem sie der Reihe nach mit den verschiedensten Wärmequellen in Berührung kommt; graphisch können wir einen solchen Prozeß in der einfachsten Weise darstellen, indem wir in der Ebene der Axen v und p eine ganz beliebige, in sich zurücklaufende Kurve ziehen. Die Temperatur der Substanz wird dabei eine stete Änderung erfahren; wir ändern den Prozeß ein klein wenig ab, indem wir an Stelle der ihn darstellenden Kurve eine Zickzacklinie setzen, die abwechselnd aus kleinen

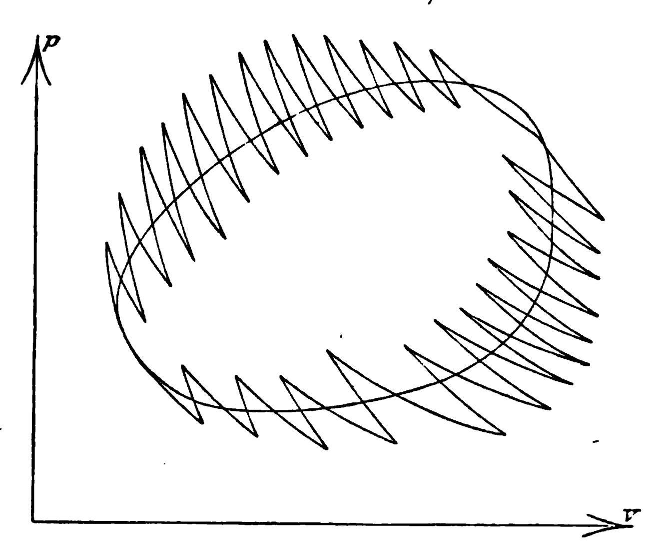


Fig. 584.

Stücken von Isothermen und von adiabatischen Linien zusammengesetzt ist. Eine solche ist in Figur 584 in schematischer Weise gezeichnet; in Wirklichkeit müssen wir uns die einzelnen Seiten der Zickzacklinie mikroskopisch klein denken, so daß diese der gegebenen Kurve aufs engste sich anschließt. Die aufeinanderfolgenden Isothermensegmente wollen wir durchnumerieren, so daß das erste die Nummer 1, das letzte die Nummer n erhält. Die Temperaturen der Isothermensegmente seien

der Reihe nach $T_1, T_2, T_3 \ldots T_n$, die bei ihrer Durchlaufung aufgenommenen kleinen Wärmemengen $dW_1, dW_2, dW_3 \ldots dW_n$.

Dem Fall, daß Wärme nicht aufgenommen, sondern abgegeben wird, tragen wir dadurch Rechnung, daß wir das betreffende dW mit einem negativen Zeichen versehen. Unter diesen Umständen gilt, was wir nur in historischer Weise mitteilen, für jede beliebige Substanz die Gleichung:

$$\frac{dW_1}{T_1} + \frac{dW_2}{T_2} + \frac{dW_3}{T_3} + \ldots + \frac{dW_n}{T_n} = 0,$$

vorausgesetzt, daß der Prozeß ein umkehrbarer ist. In Worten läßt sich ihr Inhalt so ausdrücken. Bei einem umkehrbaren Kreisprozeß ist die Summe der aufgenommenen Wärmemengen, jede dividiert durch die absolute Temperatur, bei der sie aufgenommen wurde, gleich der Summe der abgegebenen, wiederum jede dividiert durch die absolute Temperatur bei der sie abgegeben wurde. Man erkennt so unmittelbar die Übereinstimmung des Satzes mit dem spezielleren, der den Schluß von § 599 bildet.

Man kann die Gleichung, in welcher der Satz enthalten ist, durch die folgende Annahme befriedigen. Bei einer Zustandsänderung, die bei konstanter Temperatur, also längs einer Isotherme erfolgt, sei die zugeführte Wärme gleich der absoluten Temperatur multipliziert mit dem Zuwachs, den eine nur von Druck und Volumen, allgemeiner nur von den Zustandsgrößen des Körpers, abhängende Funktion H dabei erleidet; dieselbe Bestimmung gelte aber auch für jede andere Zustandsänderung, wenn nur die Differenz zwischen der Anfangs- und der Endtemperatur so klein ist, daß sie dem absoluten Betrage der Temperaturen gegenüber vernachlässigt werden kann. Aus der letzteren Annahme folgt dann sofort, daß jene Funktion H konstant bleibt, sobald keine Wärme zugeführt wird, sobald der Zustand des Körpers längs einer adiabatischen Kurve sich bewegt. Danach werden wir die verschiedenen adiabatischen Kurven von einander unterscheiden können durch die verschiedenen Werte, welche die Funktion H auf ihnen besitzt. Kehren wir nun zu dem Diagramm der Figur 584 zurück; der Wert von H auf der adiabatischen Kurve, welche die Isothermensegmente 1 und 2 verbindet, sei H_1; sein Wert auf der die Isothermensegmente 2 und 3 verbindenden Adiabate sei $H_2 \ldots$ endlich sei der Wert von H auf der letzten Adiabate, auf der die Endpunkte der Isothermensegmente n und 1 liegen, gleich H_n. Der gemachten Annahme zufolge ist dann:

$$\frac{dW_1}{T_1} = H_1 - H_n,$$

$$\frac{dW_2}{T_2} = H_2 - H_1,$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\frac{dW_{n-1}}{T_{n-1}} = H_{n-1} - H_{n-2} ,$$

$$\frac{dW_n}{T_n} = H_n - H_{n-1} .$$

Addieren wir alle diese Gleichungen, so kommen wir in der That, in Übereinstimmung mit dem allgemeinen Satze, zu der Gleichung:

$$\frac{dW_1}{T_1} + \frac{dW_2}{T_2} + \ldots + \frac{dW_n}{T_n} = 0 .$$

Lassen wir nun den Zustand des Körpers längs einer ungeschlossenen Linie *AB* (Fig. 585) in umkehrbarer Weise fortschreiten! T_1, T_2. T_3 ... seien die auf ihren einzelnen Segmenten herrschenden Temperaturen, dW_1, dW_2, dW_3 ... die auf ihnen dem Körper zugeführten Wärmemengen. H_A sei der Wert von H in dem Punkte A, H_B der in B, dann ergiebt sich auf Grund einer Rechnung, die der im vorhergehenden ausgeführten ganz analog ist:

$$H_B - H_A = \frac{dW_1}{T_1} + \frac{dW_2}{T_2} + \frac{dW_3}{T_3} + \ldots$$

Hier hängt H_B nur ab von Druck und Volumen in B, H_A nur von den entsprechenden Werten in A. Fällt der Punkt B mit A zusammen, so ist $H_B - H_A$ gleich Null, und wir haben wieder den für den vollen Kreisprozeß geltenden Satz. Die Funktion H wurde von Clausius als die **Entropie des Körpers** bezeichnet nach ἡ τροπή, die Verwandlung; sie stellt eine neue Eigenschaft des Körpers dar, die für sein thermodynamisches Verhalten ebenso wichtig ist, wie die Energie. Ihr absoluter Wert ist ebenso unbekannt, wie der der Energie. Wir können nur die Änderungen bestimmen, die sie einem willkürlich gewählten Normalzustand gegenüber erleidet. Es ist ja nach der obigen Gleichung:

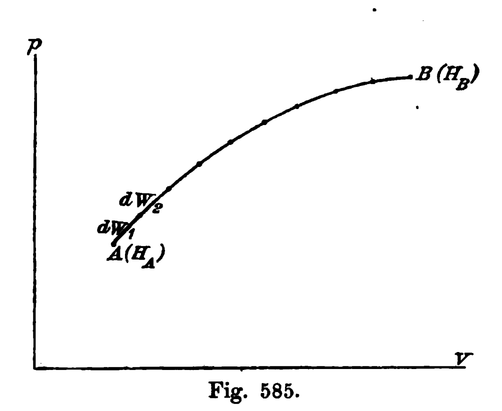


Fig. 585.

$$H_B = H_A + \frac{dW_1}{T_1} + \frac{dW_2}{T_2} + \frac{dW_3}{T_3} + \ldots$$

Setzen wir willkürlich den Anfangswert in dem Punkte A, d. h. für die ihm entsprechenden, willkürlich anzunehmenden Normalwerte von Druck und Volumen gleich Null, so ist die Entropie in irgend einem anderen Punkte B, also für irgendwelchen anderen Wert von Druck und Volumen, gleich der Summe der Wärmemengen, die wir dem Körper zuführen müssen, um seinen Zustand auf einem umkehrbaren Wege von A nach B zu führen, jede dieser Wärmemengen vorher dividiert durch die absolute Temperatur, bei der sie zugeführt wurde. Die Entropie

ist negativ zu rechnen, wenn bei dem Prozesse Wärme nicht aufgenommen, sondern abgegeben wird.

Die Entropie ist der Masse der Körper proportional; denn um etwa 2 g Wasser von dem Normalzustand A in den Zustand B überzuführen, muß man offenbar die doppelten Wärmemengen zuführen wie bei einem Gramm.

Der Zustand des Körpers erleide nun nur eine so kleine Veränderung, daß die Temperatur während derselben als konstant betrachtet werden kann; die entsprechende Vermehrung der Entropie sei dH, die zugeführte Wärme dW, die absolute Temperatur T; dann ist:

$$dW = TdH.$$

Bei einer größeren Zustandsänderung, wie sie durch eine längere Kurve AB (Fig. 585) dargestellt wird, kann diese Gleichung auf die aufeinanderfolgenden Segmente angewandt werden, und wir erhalten dann für die ganze dem Körper zugeführte Wärmemenge die Gleichung:

$$dW_1 + dW_2 + dW_3 + \ldots = T_1\, dH_1 + T_2 dH_2 + T_3 dH_3 + \ldots$$

Der Begriff der Entropie ist aus der Betrachtung umkehrbarer Vorgänge hervorgegangen, er ist zunächst auch nur bei solchen in bestimmter Weise definiert; seine Anwendung bei nicht umkehrbaren Prozessen ist eine hypothetische. Lassen wir sie zu, so können wir die Entropie benützen, um in dem am Schlusse von § 603 angedeuteten Sinne den Verlauf der natürlichen Prozesse zu bestimmen. Es soll dies im folgenden an einigen Beispielen erläutert werden.

Wir betrachten den Fall, daß zwei Körper $\mathfrak{K}_1$ und $\mathfrak{K}_2$ gegeben sind von den Temperaturen T_1 und T_2, wo $T_1 > T_2$. Durch Leitung gehe die Wärmemenge W von $\mathfrak{K}_1$ auf $\mathfrak{K}_2$ über. Dann steigt die Entropie der beiden Körper zusammengenommen um $\frac{W}{T_2} - \frac{W}{T_1}$, während die Energie konstant bleibt. Der Vorgang, der zu den in der Natur fortwährend von selbst sich abspielenden gehört, ist also mit einer Vermehrung der Entropie verbunden.

Wenn ein Gewicht von einer gewissen Höhe herabfällt, so wird durch seinen Stoß auf eine plastische Unterlage Wärme erzeugt; auch dieser Vorgang ist mit einer Vermehrung der Entropie verbunden, einmal durch die erzeugte Wärme selbst, sodann durch ihre Verbreitung in den kühleren Körpern, welche die zusammenstoßenden umgeben.

In ähnlicher Weise läßt sich der Fall einer chemischen Verbindung betrachten, die sich bei einer bestimmten Temperatur ohne unser Zuthun unter Wärmeentwickelung vollzieht. Die Energie bleibt dabei konstant; es verwandelt sich nur chemische Energie in Wärme. Dadurch aber wächst die Entropie ebenso, wie bei Temperaturzunahmen, die durch Wärmezufuhr von außen her verursacht werden.

Auf Grund solcher Beispiele, und auf Grund des erweiterten Entropiebegriffes kann man es als eine Thatsache der Erfahrung betrachten, daß bei natürlichen Prozessen die Entropie zunimmt, während der Gesamtwert der Energie unverändert bleibt.

§ 605. Die freie Energie. Außer der Energie und der Entropie hat man noch eine dritte thermodynamische Eigenschaft der Körper eingeführt, die freie Energie. Sie hat für Prozesse, die bei konstant gehaltener Temperatur sich abspielen, isotherme Prozesse, dieselbe Bedeutung, wie die Gesamtenergie U für adiabatische. Bei den letzteren muß die Abnahme von U gleich der von dem System geleisteten Arbeit sein. Ebenso ist bei isothermen Prozessen die geleistete Arbeit gleich der Abnahme der freien Energie. Die freie Energie stellt also den Teil der Gesamtenergie dar, der bei konstanter Temperatur in Arbeit verwandelt werden kann. Bezeichnen wir die freie Energie des Systems durch F, seine Entropie durch H, seine absolute Temperatur durch T, so besteht die, hier nur historisch anzuführende, Beziehung:

$$F = U - \mathfrak{A}\, T H.$$

Wenn die in der Natur von selbst sich abspielenden Prozesse in dem Sinne verlaufen, in dem sie Arbeit erzeugen, so sind sie bei gleichbleibender Temperatur mit einer Abnahme der freien Energie verbunden. Der umgekehrte Satz, daß alle natürlichen Prozesse so sich vollziehen, daß bei konstanter Temperatur die freie Energie abnimmt, bildet in ähnlichem Sinne eine Ergänzung des Energiegesetzes, wie der am Schluß des vorhergehenden Paragraphen besprochene.

Zwischen der Gesamtenergie und der freien Energie besteht, sofern lediglich Temperaturveränderungen in Betracht kommen, noch eine Beziehung, die wir anzuführen nicht unterlassen wollen:

$$U - F = -T\frac{dF}{dT}.$$

Diese Gleichung erinnert durch ihren Bau an die in § 568 für die elektromotorische Kraft E eines galvanischen Elementes aufgestellte

$$U - E = -T\frac{dE}{dT},$$

in der U das mechanische Äquivalent für die im Elemente durch den chemischen Prozeß entwickelte Wärme ist. Die Übereinstimmung ist keine zufällige; vielmehr kann die Gleichung von § 568 als ein spezieller Fall der allgemeineren Beziehung zwischen der freien Energie und der Gesamtenergie betrachtet werden.

Die elektromotorische Kraft spielt die Rolle der frei verwandelbaren Energie, die Energie des chemischen Prozeßes die der Gesamtenergie.

§ 606. Gleichgewicht thermodynamischer Systeme. Wenn in einem rein mechanischen System die Möglichkeit vorliegt, durch irgend eine Änderung der Konfiguration Arbeit zu leisten, so tritt die entsprechende Bewegung immer von selber ein, wenn nicht eine künstliche Hemmung geschaffen wird. Wir haben dies in § 603 an dem Beispiel des fallenden Wassers, des Uhrgewichtes erläutert. Umgekehrt ist ein mechanisches System im Gleichgewicht, wenn keine Änderung der Konfiguration

mehr möglich ist, bei der Arbeit geleistet wird; wir haben dies schon in § 46 an dem Beispiel eines Pendelgewichtes gesehen, das in dem Grunde eines Trichters gelegen ist. Wenn wir diesen Satz, der für mechanische Systeme unzweifelhaft gilt, erweitern auf Systeme, in denen irgendwelche Wärmewirkungen oder auch chemische Prozesse sich abspielen, so kommen wir zu den drei Sätzen:

Bei konstanter Energie ist ein thermodynamisches System im Gleichgewicht, wenn bei keiner möglichen Änderung seine Entropie zunimmt.

Bei konstanter Entropie ist Gleichgewicht vorhanden, wenn bei keiner möglichen Änderung die Energie abnimmt.

Bei konstanter Temperatur ist das System im Gleichgewicht, wenn bei keiner möglichen Änderung die freie Energie abnimmt.

§ 607. Irreversible Kreisprozesse. Der Carnotsche umkehrbare Kreisprozeß läßt die Entropie des aus den beiden Wärmequellen und der arbeitenden Substanz gebildeten Systems unverändert; seine Energie nimmt ab, da ein Teil der Wärme in Arbeit verwandelt wird. Bei dem Kreisprozeß, den die Substanz in irgend einer realen Maschine durchläuft, wie etwa das Wasser in einer Dampfmaschine, finden außerdem Energieverluste statt durch Reibung, durch Wärmeübergang zwischen Körpern von merklich verschiedener Temperatur, die durch eine Umkehr des Prozesses nicht wieder zu ersetzen sind, es wird, wie man sagt, Energie zerstreut. Der Nutzeffekt einer realen Maschine ist daher kleiner als der des idealen Carnotschen Prozesses. Ihre „effektive", mit dem Pronyschen Zaum zu bestimmende Leistung ist kleiner, als die „indizierte", wie sie aus der zwischen Kessel und Kondensator bestehenden Druckdifferenz, aus der Hubhöhe des Kolbens und aus der Tourenzahl der Maschine nach dem Indikatordiagramm berechnet werden kann.

Wir wollen nun untersuchen, welche Bedingungen sich für einen Kreisprozeß aus der bloßen Eigenschaft der Nichtumkehrbarkeit ergeben. Wir benützen dabei die Betrachtung, die wir in § 603 auf einen umkehrbaren Carnotschen Prozeß angewandt haben. Wir nehmen an, der nicht umkehrbare Prozeß könne sich nur in der Richtung von der oberen zu der unteren Wärmequelle vollziehen; die arbeitende Substanz bewege sich dabei, ähnlich wie in Figur 582, zuerst auf einer Isotherme AB; dann folge eine Ausdehnung ohne Wärmezufuhr, aber in nicht umkehrbarer Weise; nach Ablauf derselben werde der Zustand der Substanz durch einen Punkt C' repräsentiert, der aber verschieden ist von dem Punkt C der Figur 582; von C' bewege er sich, ähnlich wie in Figur 582, auf einer Isotherme weiter nach D, und kehre von da auf einer adiabatischen Kurve nach A zurück. Alle Änderungen, mit Ausnahme der zwischen B und C' eintretenden, seien reversibel. Die an der oberen Wärmequelle von der Substanz aufgenommene Wärmemenge sei W_1, die an der unteren abgegebene W_2. Wir kombinieren nun diesen Prozeß mit einem umkehrbaren, den wir in der inversen Richtung vor sich gehen

lassen. Die an der unteren Wärmequelle dabei aufgenommene Wärmemenge sei W_2', die an der oberen abgegebene W_1'. Wir leiten die beiden Prozesse so, daß $W_1 - W_2 = W_1' - W_2'$, daß also im ganzen keine Arbeit geleistet wird. Nach dem in § 603 eingeführten Prinzip kann dann keine Wärme von der unteren Wärmequelle zu der oberen übergehen, es muß also W_1 größer, mindestens gleich W_1' sein. Nehmen wir an, daß in Wirklichkeit $W_1 > W_1'$, so folgt weiter $\frac{W - W_2}{W_1} < \frac{W_1' - W_2'}{W_1'}$. Da aber der zweite Prozeß ein umkehrbarer ist, so gilt die Gleichung von § 603: $\frac{W_1' - W_2'}{W_1'} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$; für den nicht umkehrbaren Prozeß folgt hieraus:

$$\frac{W_1 - W_2}{W_1} < \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad \text{und daher} \quad \frac{W_2}{T_2} > \frac{W_1}{T_1}.$$

Gehen wir (Fig. 582) von A auf der Isotherme T_1 nach B, so wächst die Entropie der arbeitenden Substanz um $\frac{W_1}{T_1}$; gehen wir von D auf der Isotherme T_2 nach C', so wächst die Entropie um $\frac{W_2}{T_2}$. Nun liegen die Punkte A und D auf derselben adiabatischen Linie, nach § 604 entspricht ihnen also derselbe Wert der Entropie; die Ungleichung $\frac{W_2}{T_2} > \frac{W_1}{T_1}$ zeigt hiernach, daß die Entropie der arbeitenden Substanz in C' größer ist als in B. *Der nicht umkehrbare Teil des Prozesses ist mit einer Vermehrung der Entropie für die arbeitende Substanz verbunden.*

Betrachten wir den ganzen Kreisprozeß, so befindet sich die arbeitende Substanz am Schlusse wieder in demselben Zustand wie am Anfang, sie besitzt also auch wieder dieselbe Entropie; aber die Entropie der unteren Wärmequelle ist um $\frac{W_2}{T_2}$ gewachsen, während die der oberen um $\frac{W_1}{T_1}$ abgenommen hat. Die Entropie des von der arbeitenden Substanz zusammen mit den beiden Wärmequellen gebildeten Systems ist größer geworden. Gleichzeitig hat sich die Energie des Systems verringert, da ja ein Teil der Wärme in Arbeit verwandelt wurde. Diese Arbeit wird dadurch bedingt, daß der auf den Kolben des Cylinders wirkende Druck während der Volumenzunahme größer ist, als bei der Wiederabnahme; die Arbeitsleistung erscheint in der Form eines gehobenen Gewichtes, sie dient also zu der Herstellung von potentieller Energie. Wir können nun auch das gehobene Gewicht als einen integrierenden Bestandteil des ganzen Systems betrachten, das dann aus ihm, aus den beiden Wärmequellen und aus der arbeitenden Substanz besteht. Bei diesem vervollständigten System wird durch unseren nicht umkehrbaren Kreisprozeß nur eine Verwandlung der Energie, aber keine Veränderung ihres Betrages erzeugt. Nur die Entropie wird größer. Bei dieser Betrachtung, die auf alle an dem Prozeß beteiligte Körper Rücksicht nimmt, stellt sich der nicht umkehrbare Kreisprozeß vollständig unter das in § 604 angegebene Prinzip, daß bei konstanter Energie jeder natürliche Prozeß eine Vermehrung der Entropie bedingt.

VIERTES BUCH.

VERÄNDERUNGEN DES AGGREGATZUSTANDES.

I. Kapitel. Schmelzen.

§ 608. Schmelzpunkt. Wärme, die wir einem Körper zuführen ändert nicht bloß seine Temperatur, sein Volumen oder den Druck, den er auf seine Umgebung ausübt. Sie ruft unter Umständen viel tiefere Veränderungen hervor; sie bewirkt das Entstehen allotroper Modifikationen, Änderungen der chemischen Konstitution; vor allem aber vermag sie die Körper aus dem festen Zustand in den flüssigen, aus diesem in den gasförmigen überzuführen, sie bewirkt die Veränderungen des Aggregatzustandes.

Wir haben den Nullpunkt der Temperaturskala definiert als die Temperatur des schmelzenden Eises; daß diese in der That eine konstante ist, davon können wir uns jederzeit überzeugen, wenn wir ein Thermometer in schmelzendes Eis stecken. So lange das Eis schmilzt, zeigt das Thermometer einen vollkommen unveränderlichen Stand. Wenn wir ein mit Paraffin gefülltes Gefäß durch eine untergesetzte Flamme erwärmen, so beginnt das Paraffin bei 46° zu schmelzen; von jetzt ab bleibt das Thermometer unverändert stehen, trotz der Wärme, die dem Gefäße ohne Unterlaß von der heißen Flamme zuströmt. Erst wenn alles Paraffin geschmolzen ist, fängt die Temperatur wieder an zu steigen. Nehmen wir die Flamme weg, so beginnt die Erstarrung des Paraffins, sobald das Thermometer wieder auf 46° gesunken ist. Die Temperatur, über der ein Körper fest, unter der er flüssig ist, heißt sein Schmelzpunkt. Im folgenden sind die Schmelzpunkte einiger Stoffe zusammengestellt:

Iridium	1950°	Zink	418°
Platin	1775°	Blei	328°
Schmiedeeisen	1600°	Kadmium	321°
Palladium	1500°	Wismut	269°
Stahl	1400—1300°	Zinn	236°
Kupfer	1080°	Selen	217°
Gold	1070°	Schwefel	115°
Silber	968°	Jod	114°
Aluminium	625°	Natrium	95,6°
Antimon	425°	Roses Metall	95°

Woods Metall	68°	Stearinsäure	69,5°
Kalium	62,5°	Paraffin	46,3°
Phosphor	44°	Olivenöl	5°
Brom	−25°	Eis	0°
Quecksilber	−39°	Anilin	− 8°
		Terpentinöl	−27°
Naphtalin	80°	Kohlensäure	−57°

§ 609. Schmelzwärme. Während des Schmelzens wird dem schmelzenden Körper fortwährend Wärme zugeführt, ohne daß die Temperatur steigt; wir müssen annehmen, daß diese Wärme eben zu der Umwandlung des Aggregatzustandes gebraucht wird. Wenn wir umgekehrt einer bis auf die Schmelztemperatur abgekühlten Flüssigkeit Wärme entziehen, so sinkt ihre Temperatur durchaus nicht; wir sehen nur, daß ein Teil der Flüssigkeit in den festen Aggregatzustand übergeht. Dies dauert so lange, bis die ganze Flüssigkeit erstarrt ist; erst dann verursacht weitere Entziehung von Wärme ein Sinken der Temperatur. Wir schließen hieraus, daß eine Flüssigkeit, die erstarrt, diejenige Wärmemenge wieder an ihre Umgebung abgiebt, die sie früher beim Schmelzen aufgenommen hatte. Man bezeichnet deshalb diese letztere auch als die latente Wärme der Flüssigkeit; man sagt, daß beim Schmelzen eine bestimmte Wärmemenge gebunden, beim Erstarren dieselbe Wärmemenge frei wird.

Unter Schmelzwärme eines Körpers versteht man die Wärme, die nötig ist, um 1 g von demselben zu schmelzen. Mischt man 100 g Wasser von 80° C. mit 100 g Eis von 0°, so erhält man 200 g Wasser von 0° C. Daraus ergiebt sich, daß die Schmelzwärme des Wassers gleich 80 g-cal. ist.

Will man umgekehrt ein Gramm flüssiges Wasser von 0° C. in Eis verwandeln, so muß man ihm 80 g-cal. entziehen. Wenn also in 1 Minute 1 g-cal. infolge von Leitung und Strahlung abgegeben wird, so verfließt eine Zeit von 80 Minuten, ehe das Wasser vollständig gefroren ist, während die Abkühlung von 1° auf 0° schon in 1 Minute erfolgt.

Wir stellen in der folgenden Tabelle die Schmelzwärmen noch für einige andere Stoffe zusammen:

Zink	28,13	g-cal. pro Gramm,
Silber	21,07	„ „ „
Zinn	14,25	„ „ „
Wismut	12,64	„ „ „
Quecksilber	2,83	„ „ „
Phosphor	5,03	„ „ „
Schwefel	9,37	„ „ „

§ 610. Abhängigkeit des Schmelzpunktes vom Druck. Bei der Definition des Nullpunktes haben wir keine Angabe darüber gemacht, bei welchem Druck das Schmelzen stattfinden soll. Genau genommen, müßten wir hinzusetzen: bei dem Druck einer Atmosphäre; denn der Schmelzpunkt zeigt sich in allerdings nur geringem Grade abhängig vom

Druck. Er sinkt beim Wasser bei zunehmendem Druck, und zwar für jede Atmosphäre um 0,0075°. Bei einem Druck von 1000 Atmosphären würde der Schmelzpunkt auf — 7,5° erniedrigt sein, und umgekehrt: Wasser, welches bei — 7,5° noch flüssig ist, übt einen Druck von 1000 Atmosphären aus. Dadurch erklärt sich die Sprengwirkung von Wasser, das, in eisernen Bomben luftfrei verschlossen, in eine Kältemischung gebracht wird.

Legt man über einen Eisblock eine mit Gewichten stark belastete Drahtschlinge, so schmilzt das Eis unter dem Drahte; das entstehende Wasser entweicht neben dem Drahte nach oben; da aber das unter Druck geschmolzene Wasser unter Null Grad abgekühlt ist, so gefriert es über dem Drahte, wo es keinem besonderen Druck mehr ausgesetzt ist, und kittet die durch den Draht getrennten Teile des Eisblockes wieder zusammen. Man bezeichnet diese Erscheinung als Regelation; sie ist von großer Bedeutung für die Bewegung der Gletscher über eine unebene, durch Abstürze unterbrochene Thalsole und bewirkt, daß die entstehenden Trümmer sich immer wieder zu kompakten Massen vereinigen.

Die Erniedrigung des Schmelzpunktes durch Druck steht in Beziehung mit der Eigenschaft des Wassers, beim Gefrieren das Volumen zu vergrößern. Wir werden auf diesen Zusammenhang später zurückkommen.

II. Kapitel. Sieden und Verdunsten.

§ 611. Sieden. Siedepunkt. Wenn wir Wasser in einem Kochfläschchen erwärmen, so beginnt bei einer bestimmten Temperatur eine lebhafte Entwickelung von Dampfblasen in seinem Inneren, das Wasser wallt auf, es kocht oder siedet. Dabei geht es in einen luftförmigen Zustand über, es verwandelt sich in Wasserdampf. Verschließt man die Kochflasche durch einen von einer Glasröhre durchbohrten Kork, so tritt aus der Mündung ein Dampfstrahl aus, der zunächst unsichtbar ist, wie die Luft, in einiger Entfernung aber sichtbar wird, indem sich Wasserbläschen in ihm kondensieren. Diese Kondensation wird beeinflußt durch den in der Luft suspendierten Staub; sie wird außerdem durch chemische Prozesse im Strahle, durch die von elektrischen Funken ausgehenden Wellen beschleunigt.

So lange das Wasser siedet, bleibt der Stand des Thermometers unverändert; er hängt aber von dem Drucke ab, unter dem das Wasser steht. Wir haben von jener Konstanz in der Thermometrie Gebrauch gemacht bei der Definition der zweiten Fundamentaltemperatur; die konstante Siedetemperatur des Wassers bei dem Drucke von 76 cm Quecksilber von 0° C. haben wir als die Temperatur von 100° C. bezeichnet. Die Frage, wie die Siedetemperatur abhängig ist vom Druck, ist für die Kenntnis des ganzen Vorganges von fundamentaler Bedeutung. Ihre Beantwortung wird sich in einfacher Weise aus einer allgemeineren

Untersuchung ergeben, die wir in § 613 über die Eigenschaften der Dämpfe anstellen werden.

Die folgende Tabelle enthält eine Zusammenstellung der Siedepunkte einiger Substanzen bei Atmosphärendruck.

Chlor	− 33° C.	Schweflige Säure	− 10
Brom	+ 58	Äther	+ 34° C.
Jod	175	Chloroform	61,1
Phosphor	290	Methylalkohol	65
Quecksilber	358	Äthylalkohol	78,3
Schwefel	448	Amylalkohol	137
Zink	930	Terpentinöl	159
		Anilin	183
Kohlensäure	− 79	Naphtalin	214
Ammoniak	− 38,5	Stearinsäure	370

§ 612. Die Verdampfungswärme. Ehe wir das am Schlusse des vorhergehenden Paragraphen angedeutete Problem weiter verfolgen, mögen noch die Verhältnisse der zum Verdampfen eines Körpers nötigen Wärme besprochen werden.

Wenn wir sehen, daß von dem Moment an, in dem das Sieden beginnt, das Thermometer auf demselben Punkte stehen bleibt, bis nach einiger Zeit alle Flüssigkeit in Dampf verwandelt ist, so müssen wir daraus schließen, daß die Überführung eines Körpers aus dem flüssigen in den luftförmigen Aggregatzustand eine gewisse Wärmezufuhr erfordert. Als Verdampfungswärme bezeichnen wir die Wärmemenge, durch welche 1 g Flüssigkeit in Dampf verwandelt wird. Eine ungefähre Messung der Verdampfungswärme des Wassers erhalten wir durch die folgende Beobachtung. Wir füllen ein Kochgefäß mit 200 g Wasser und regulieren die unter demselben befindliche Flamme so, daß zu der Erwärmung von 50° bis 100° Cels. eine Zeit von 5 Minuten erforderlich ist. Die in jeder Minute der Flamme zugeführte Wärmemenge ist dann gleich 2000 g-cal. Von dem Moment an, wo bei 100° Cels. das Sieden beginnt, bis zu dem, wo die Hälfte des Wassers verdampft ist, vergehen dann noch etwa 27 Minuten; um 100 g Wasser zu verdampfen, sind somit 54 000 g-cal. erforderlich, die Verdampfungswärme des Wassers beträgt 540 g-cal. pro Gramm.

Wenn Dampf sich kondensiert, so giebt er die bei der Verdampfung aufgenommene Wärme wieder an seine Umgebung ab. Man sagt daher, daß der Dampf eine gewisse gebundene oder latente Wärme enthalte, die bei der Kondensation frei wird. Die Beobachtung dieser freiwerdenden Wärme ist es, auf der die genaueren Messungen der Verdampfungswärme beruhen; man kondensiert den Dampf in einem Gefäße, das in einem Kalorimeter sich befindet, und bestimmt die abgegebene Wärmemenge aus der Temperaturerhöhung des Wassers.

Folgendes sind Verdampfungswärmen einiger Stoffe bei dem normalen Siedepunkte.

Brom	50 g-cal.	Äther	90 g-cal.
Chloroform	61 „	Amylalkohol	204 „
Terpentinöl	75 „	Äthylalkohol	208 „

§ 613. Dämpfe im luftleeren Raume. Wir gehen nun über zu einer allgemeinen Untersuchung über die Eigenschaften der Dämpfe; sie wird in einfachster Weise zu dem Gesetz der Siedetemperaturen führen und Aufklärung darüber geben, inwieweit die Eigenschaften der Dämpfe von denen eines vollkommenen Gases abweichen. Damit die Beobachtung von störenden Wirkungen anderer Körper frei ist, entwickeln wir die Dämpfe in dem Raume der Torricellischen Leere; wir füllen eine Torricellische Röhre beinahe bis oben mit Quecksilber, wie bei der Konstruktion eines Gefäßbarometers; über die Kuppe gießen wir ein wenig von der Flüssigkeit, deren Dampf untersucht werden soll, etwa Wasser, Alkohol oder Äther; verschließen dann die Röhre mit dem Finger und setzen sie umgekehrt in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäß. Die in der Torricellischen Röhre schwebend erhaltene Quecksilbersäule ist niedriger wie der Barometerstand; der in dem Torricellischen Raume enthaltene Dampf übt einen Druck aus, der eben durch jene relative Depression gemessen wird. Bei 20° Cels. finden wir bei Wasser eine Depression von 1,74 cm; bei Alkohol eine von 4,45 cm, bei Äther von 43,33 cm. Diese Verhältnisse sind durch Figur 586 dargestellt; die gestrichelte Horizontallinie entspricht dem Barometerstande. Das den Ätherdampf enthaltende Rohr eignet sich sehr gut zum Nachweis des Einflusses, den die Temperatur auf den Druck des Dampfes ausübt; übergießt man die Röhre mit etwas Äther, so kühlt sie sich ab, da der verdampfende Äther ihr Wärme entzieht; sofort sieht man das Quecksilber in der Röhre steigen, der Druck des Dampfes sinkt also mit der Temperatur. Zu einer etwas ausführlicheren Untersuchung benützen wir eine längere Torricellische Röhre, die über dem Quecksilber nur ganz wenig Wasser enthält und in einer weiteren mit Quecksilber gefüllten Röhre verschiebbar ist, so daß das Volumen des Torricellischen Raumes in möglichst weiten Grenzen verändert werden kann (Fig. 587). Dabei zeigt sich, wie wir schon jetzt hervorheben wollen, daß das Verhalten

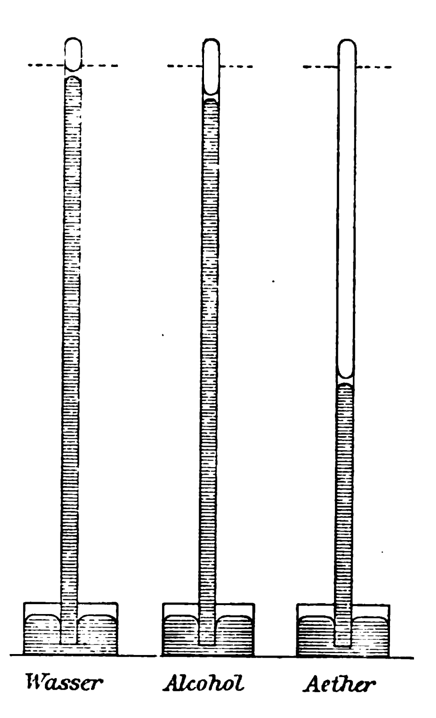


Fig. 586. Spannkraft von Dämpfen.

des Dampfes ein ganz anderes ist, wenn er noch mit Flüssigkeit in Berührung, als wenn alle Flüssigkeit verschwunden ist, und der TORRICELLIsche Raum nur Dampf enthält. Im ersten Falle bezeichnet man den Dampf als gesättigten, im zweiten als nicht gesättigten oder überhitzten. Das Resultat der Beobachtungen läßt sich dann in den beiden Sätzen aussprechen:

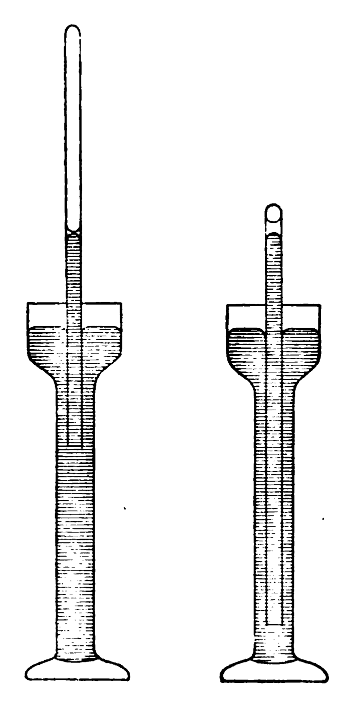


Fig. 587.

1. Der Druck des gesättigten Dampfes ist nur abhängig von der Temperatur.

2. Der überhitzte Dampf folgt im allgemeinen dem Gasgesetze.

Die Richtigkeit der Sätze ergiebt sich aus den folgenden Beobachtungen. Wir gehen aus von einem Zustand, bei dem noch ein wenig flüssiges Wasser in dem TORRICELLIschen Raume sich befindet. Wir schieben sodann die Röhre in die Höhe, so daß der TORRICELLIsche Raum sich vergrößert; es hat das, konstante Temperatur vorausgesetzt, nicht den geringsten Einfluß auf den Stand der Quecksilberkuppe, der Druck des Dampfes bleibt ungeändert. Nur bemerken wir bei hinreichender Vergrößerung des Raumes eine Abnahme in der Menge des flüssigen Wassers. Die Volumenvermehrung hat also nur die Folge, daß eine gewisse Menge Wasser aus dem flüssigen in den dampfförmigen Zustand übergeht. Da Druck und Temperatur gleich bleiben, so gilt dies auch von dem spezifischen Gewicht des Dampfes; der über der Flüssigkeit befindliche Raum füllt sich bei der Vergrößerung immer wieder so mit Dampfteilchen, daß die auf 1 ccm kommende Masse die gleiche bleibt. Dies geht so fort, bis endlich das letzte Flüssigkeitsteilchen in Dampf sich verwandelt hat. Von diesem Moment an wird das Verhalten ein völlig anderes; vergrößern wir das Volumen, so tritt eine Verminderung des Druckes ein; der Druck ist dem Volumen umgekehrt proportional; für den nichtgesättigten Dampf gilt also das Gesetz von BOYLE-MARIOTTE. Gehen wir von dem nicht gesättigten Zustand aus, so ist zunächst Verminderung des Volumens mit Vermehrung des Druckes verbunden. Gleichzeitig wächst damit das spezifische Gewicht des Dampfes, die Zahl der in 1 ccm enthaltenen Dampfteilchen. Dies dauert aber nur so lange, bis der Druck des gesättigten Dampfes wieder erreicht ist, bei einer Temperatur von 20° Cels. bis zu einem Druck von 1,74 cm. Von diesem Moment an ist eine Verringerung des Volumens auf den Druck von

keinem Einfluß, dagegen beobachtet man, daß ein Teil des Dampfes wieder in flüssiger Form sich niederschlägt. Der Druck des gesättigten Dampfes ist danach zugleich der Maximaldruck, den der Dampf auszuüben vermag; die dabei erreichte Dichte, die Zahl der in der Volumeneinheit enthaltenen Dampfteilchen ist bei gleichbleibender Temperatur einer weiteren Vermehrung nicht fähig, der Raum ist mit Dampf „gesättigt".

Der Maximaldruck oder Sättigungsdruck eines Dampfes hängt, wie wir schon gesehen haben, ab von der Temperatur. Wenn wir den TORRICELLIschen Raum erhitzen, so steigt der Druck, es geht gleichzeitig auch bei konstant erhaltenem Volumen ein Teil des flüssigen Wassers in den dampfförmigen Zustand über. Wir können die Erhitzung so weit treiben, daß schließlich alles flüssige Wasser verdampft. Von diesem Momente an verhält sich der Dampf ähnlich wie ein Gas. Während bis dahin der Druck des gesättigten Dampfes von einer Vergrößerung oder Verkleinerung des Volumens unabhängig nur durch die Temperatur bestimmt wurde, hängt von jetzt an der Druck sowohl von Temperatur wie von Volumen ab; bei konstantem Volumen wächst er für jeden Grad Celsius dem GAY-LUSSACschen Gesetz entsprechend um $\frac{1}{273}$. Man sieht, daß der Zustand des nichtgesättigten Dampfes auch auf dem Wege einer fortgesetzten Temperatursteigerung erreicht werden kann, und daher nennt man solchen Dampf auch „überhitzten".

§ 614. Die Spannkraft von Dämpfen; graphische Darstellung. Den Druck des gesättigten Dampfes bezeichnen wir kurz als seine Spannkraft; die Bestimmung seiner Abhängigkeit von der Temperatur ist eine wichtige Aufgabe der experimentellen Forschung, nicht bloß wegen der vielfachen praktischen Fragen, in denen ihre Kenntnis von fundamentaler Bedeutung ist, sondern ebenso wegen des hohen theoretischen Interesses, das sich an die Untersuchung der Zustandsänderungen knüpft. Die folgende Tabelle enthält Angaben über die Spannkräfte einiger Dämpfe.

Temperatur	Wasser	Alkohol	Äther	Quecksilber
− 20° C.	0,92 mm	3,34 mm	67,49 mm	—
0	4,52 „	12,83 „	183,34 „	0,015 mm
+ 20	17,39 „	44,48 „	433,26 „	0,021 „
40	54,94 „	133,64 „	909,59 „	0,033 „
60	148,68 „	350,26 „	1728,52 „	0,055 „
80	354,28 „	812,76 „	3024,41 „	0,102 „
100	760,00 „	1694,92 „	4950,81 „	0,21 „
120	1 491,3 „	3219,68 „	7702,20 „	0,78 „
140	2 717,6 „	—	—	1,93 „
160	4 651,6 „	—	—	4,38 „
180	7 546,4 „	—	—	9,23 „
200	11 689,0 „	—	—	18,25 „
300	—	—	—	242,15 „
400	—	—	—	1587,96 „
500	—	—	—	6520,25 „

Das Resultat der Beobachtungen wird man zweckmäßig durch eine Zeichnung darstellen, indem man auf dem Zeichenblatte zwei sich rechtwinklig kreuzende Linien zieht und auf der horizontalen von dem Kreuzungspunkte ab die Temperaturen, vertikal dazu die entsprechenden Drucke aufträgt. In dieser Weise repräsentiert die Figur 588 die Spannkräfte des Wasserdampfes. Die so gewonnene Zeichnung liefert nicht bloß für jede beliebige Temperatur die zugehörige Spannkraft und umgekehrt, sie kann auch zu der Darstellung von Zustandsänderungen des Dampfes in sehr

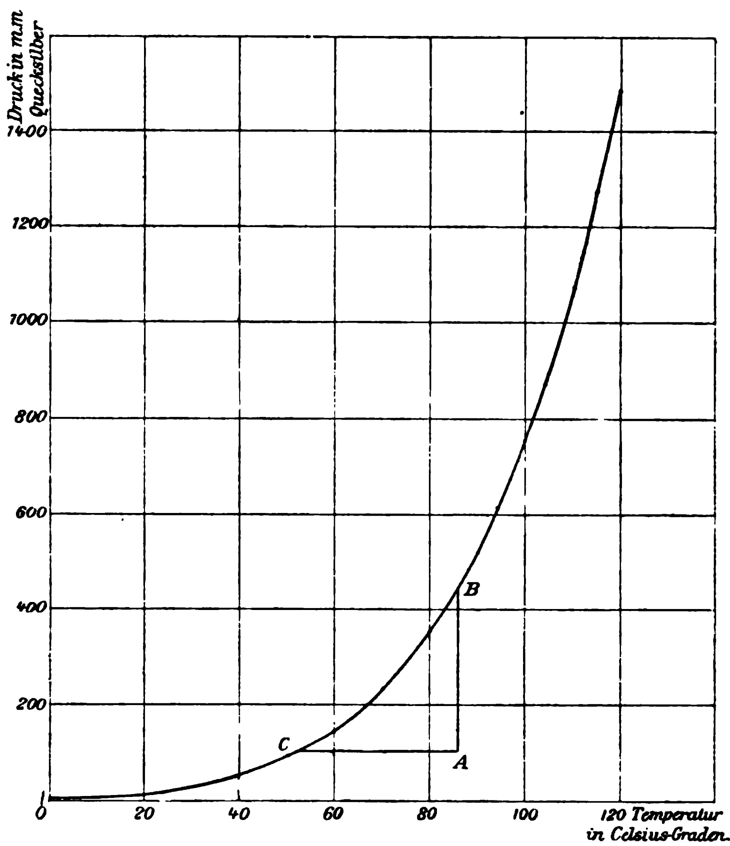


Fig. 588. Spannkraft des Wasserdampfes.

nützlicher Weise verwandt werden. Jeder Punkt *A* der Zeichenebene liefert ja, wenn wir durch ihn eine horizontale und eine vertikale Linie ziehen, in den auf den Axen der Temperatur und des Druckes entstehenden Abschnitten zwei zusammengehörende Werte von Druck und Temperatur. Wählen wir den Punkt *A* so, daß der Druck kleiner ist, als der Sättigungsdruck der betreffenden Temperatur, so liegt *A* unterhalb der Spannkraftskurve. Denken wir uns, wie in § 613, den Dampf bei konstanter Temperatur in dem Torricellischen Raum einer Baro-

meterröhre eingeschlossen, so bedingt Volumenverminderung Zunahme des Druckes; der Zustand des Dampfes schreitet längs einer durch *A* gehenden vertikalen Linie, einer Isotherme, fort; schneidet diese die Spannkraftskurve in *B*, so stellt die zu *B* gehörende Ordinate den Maximaldruck des Dampfes bei der gegebenen Temperatur dar; weitere Volumenverminderung ändert nun den Druck nicht mehr, der Zustand des Dampfes bleibt durch den Punkt *B* dargestellt, solange überhaupt noch Dampf vorhanden ist. Es zeigt sich, was für spätere Betrachtungen von großer Bedeutung ist, daß der dampfförmige Zustand des Wassers nur durch Punkte unterhalb der Spannkraftskurve dargestellt werden kann. Diese selbst repräsentiert die Zustände des gesättigten Dampfes, wir werden sie daher auch als Sättigungskurve bezeichnen.

§ 615. Dampfbildung im lufterfüllten Raum. Wir haben bei der vorhergehenden Untersuchung die Verdampfung im luftleeren Raume vor sich gehen lassen, um störende Wirkungen zu vermeiden. Von unmittelbarer praktischer Wichtigkeit sind aber gerade die Fälle, in denen die Verdampfung in Luft vor sich geht. Nach dieser Richtung bedürfen die gefundenen Gesetze einer Ergänzung. Diese wird gegeben durch den einfachen Satz: Das Gesetz der Maximalspannung und ihrer Abhängigkeit von der Temperatur ist im lufterfüllten Raum genau dasselbe, wie im luftleeren. Der einzige Unterschied ist der, daß in dem letzteren die Maximalspannung sofort sich einstellt, während im lufterfüllten Raume bis zu ihrer Erreichung eine längere Zeit vergeht.

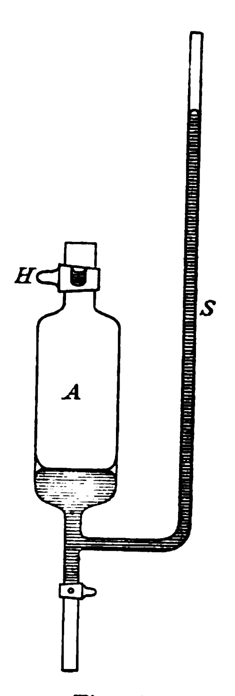


Fig. 589.

Die Dampfbildung im lufterfüllten Raume kann man mit dem durch Figur 589 dargestellten Apparat[1] beobachten. *A* ist der unten durch Quecksilber abgeschlossene Raum, in dem die Dampfbildung vor sich geht. Die zu untersuchende Flüssigkeit wird mit Hilfe des Hahnes *H* in den Raum *A* eingelassen. Zu diesem Zwecke ist der Hahn mit einer schüsselartigen Ausbohrung versehen, die mit der Flüssigkeit gefüllt wird. Beim Umdrehen fällt die letztere in den Raum *A*; die allmählich eintretende Druckvermehrung wird mit Hilfe des Steigrohres *S* beobachtet.

§ 616. Verdunsten. An der Oberfläche findet bei jeder Flüssigkeit Dampfbildung statt, in einem offenen Gefäße, an der freien Luft stehend, verschwindet die Flüssigkeit allmählich, sie verdunstet. Bei der Verdunstung wird, wie bei jeder Bildung von Dampf aus flüssiger Substanz, Wärme gebunden. Die

[1] Weinhold, Physikalische Demonstrationen. 1881. p. 419.

hierdurch erzeugte Verdunstungskälte macht sich in sehr anschaulicher Weise in dem sogenannten Kryophor bemerklich. Es ist dies ein Gefäß von der in Figur 590 gezeichneten Form, in dem etwas flüssiges Wasser und Wasserdampf, aber keine Luft enthalten ist; durch Neigen des Gefäßes wird zunächst alles flüssige Wasser in dem Teil A des Kryophors gesammelt; wenn man dann den Teil B mit einer Kältemischung umgiebt, so wird in ihm eine energische Kondensation von Wasserdampf stattfinden; der niedergeschlagene Dampf wird durch Verdunstung in dem Teil A ersetzt und die dazu nötige Wärme wird dem Wasser selbst entzogen, so daß dieses nach einiger Zeit gefriert.

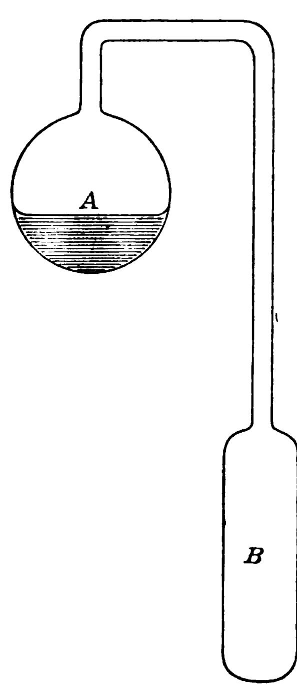
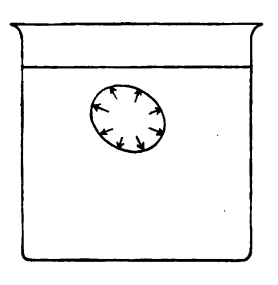


Fig. 590. Kryophor.

§ 617. Das Gesetz des Siedepunktes. Von dem Verdunsten unterscheidet sich das Sieden dadurch, daß der Dampf aus dem Innern der aufwallenden Flüssigkeit heraus sich entwickelt. Nun ist klar, daß eine von Dampf erfüllte Blase im Innern einer Flüssigkeit (Fig. 591) nur bestehen kann, wenn ihr Druck mindestens gleich dem auf der Oberfläche der Flüssigkeit lastenden ist. Der in der Blase enthaltene Dampf ist gesättigt, sein Druck gleich der Spannkraft des Wasserdampfes für die gegebene Temperatur; ebenso groß muß der Luftdruck sein, unter dem die Flüssigkeit siedet, und es ist also der Zusammenhang zwischen Luftdruck und Siedetemperatur derselbe, wie zwischen Spannkraft und Temperatur; die Zeichnung von § 614 ist ebenso zu der Bestimmung des Siedepunktes für einen gegebenen Luftdruck zu verwenden, wie zu der Bestimmung der Spannkraft bei gegebener Temperatur.


Fig. 591.

Die Abhängigkeit des Siedepunktes vom Druck kann man leicht zeigen, wenn man aus einer mit Wasser gefüllten Kochflasche die Luft auspumpt; sobald der Druck bis auf die Maximalspannung des Wasserdampfes gesunken ist, beginnt das Wasser zu sieden. Die Bestimmung des Siedepunktes kann eine barometrische Messung ersetzen und wird in diesem Sinne von den Geographen bei Höhenbestimmungen benützt.

§ 618. Der Taupunkt. Wir betrachten einen unbegrenzten Raum, der, wie etwa der freie Luftraum, von Wasserdampf in nichtgesättigtem

Zustande erfüllt ist. Wenn wir an irgend einer kleinen Stelle die Temperatur in lokaler Weise erniedrigen, so wird dadurch der Druck des Wasserdampfes im ganzen nicht verändert. Sein Zustand bewegt sich also von einem Punkte A der Figur 588 auf einer horizontalen Linie gegen die vertikale Axe hin; bei genügender Abkühlung erreicht die horizontale Linie die Sättigungskurve in dem Punkt C. Von diesem Momente an hat jede weitere Wärmeentziehung die Folge, daß sich Wasserdampf an dem abgekühlten Körper kondensiert, seine Oberfläche beschlägt sich mit Tau, in Temperaturen unter Null Grad mit Reif.

§ 619. Absolute und relative Feuchtigkeit. Die Atmosphäre der Erde ist der Schauplatz eines ununterbrochenen Kreislaufes von Wasserdampf, der von der Oberfläche des Meeres aufsteigt, sich in Wolken verdichtet und durch Niederschläge der Oberfläche der Erde wieder zugeführt wird. Der Zustand des Wasserdampfes in der Luft ist daher nicht ein Zustand des Gleichgewichtes, sondern der Bewegung, der Dampf ist im allgemeinen nicht gesättigt, und es entsteht daher die Aufgabe, den jeweiligen Druck, die Menge des in der Volumeneinheit enthaltenen Dampfes zu bestimmen. Unter absoluter Feuchtigkeit versteht man die Masse m des in 1 cbm enthaltenen Wasserdampfes. Wäre die Luft mit Wasserdampf gesättigt, so würde die größte mögliche Menge in 1 cbm sich befinden, wir bezeichnen sie durch M; den Quotienten $\frac{m}{M}$ nennt man dann die relative Feuchtigkeit. Ist p der Druck, den der Wasserdampf in der Luft wirklich besitzt, P der bei der vorhandenen Lufttemperatur mögliche Maximaldruck, so ist nach dem Gasgesetz, wenn wir das Volumen $v = 1000$ ccm setzen:

$$m = 1000 \frac{p}{RT}, \quad M = 1000 \frac{P}{RT}.$$

Somit:

$$\frac{m}{M} = \frac{p}{P}.$$

P ergiebt sich aus der Kurve der Spannkräfte von § 614; p, die thatsächlich vorhandene Spannung, durch die Bestimmung der Taupunktstemperatur nach § 618, denn es ist p offenbar identisch mit dem Sättigungsdruck für die Taupunktstemperatur. Ist p gefunden, so kann dann auch die absolute Feuchtigkeit m nach dem Gasgesetz berechnet werden. Die zur Bestimmung des Taupunktes dienenden Instrumente bezeichnet man als Hygrometer.

III. Kapitel. Die Umwandlung der Phasen und das thermodynamische Potential.

§ 620. Die Übergangskurven des Wassers. Wir kehren nun wieder zurück zu allgemeineren Betrachtungen, die sich an Figur 588 anschließen. Wir haben bemerkt, daß alle Punkte unterhalb der Spannkraftskurve Zustände nicht gesättigten Dampfes darstellen; wir haben

weiter den Zustand des Dampfes verfolgt, wenn das Volumen bei konstanter Temperatur verringert wird; er bewegt sich dann auf einer vertikalen Linie in der Richtung steigenden Druckes, bis der Maximaldruck in der Sättigungskurve erreicht wird. Der Druck bleibt jetzt konstant, bis aller Dampf kondensiert, also nur noch flüssiges Wasser vorhanden ist. Nun können wir eine weitere Steigerung des Druckes hervorbringen, das flüssige Wasser wird eine dementsprechende Kompression erleiden und der Punkt, durch welchen sein Zustand dargestellt wird, rückt in den Raum über der Sättigungskurve hinein; die Punkte dieses Raumes entsprechen verschiedenen Zuständen des Druckes und der Temperatur bei flüssigem Wasser.

Das flüssige Wasser geht nun bei bestimmten zusammengehörigen Werten des Druckes und der Temperatur über in Eis. Es liegt nahe, auch diese Werte in unserer Zeichnung darzustellen; bei normalem Druck liegt der Schmelzpunkt bei 0° Cels., für eine Druckzunahme von 76 cm Quecksilber sinkt die Temperatur des Schmelzpunktes um

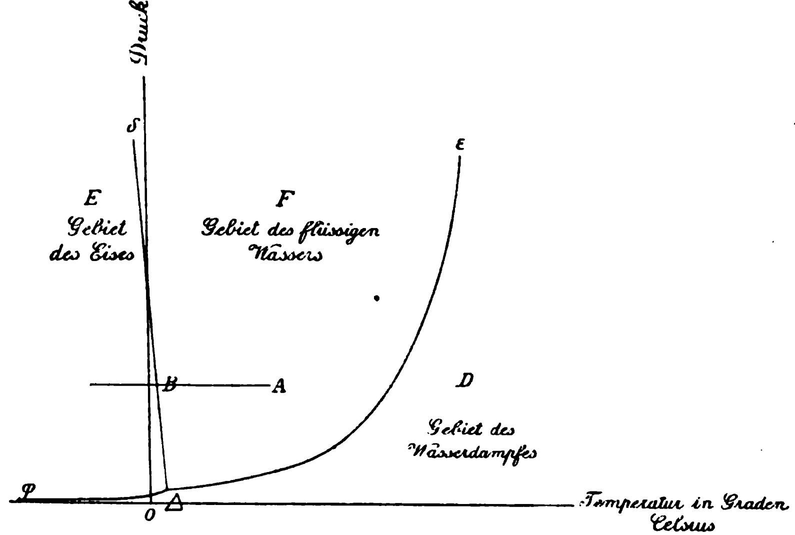


Fig. 592. Übergangskurven des Wassers.

0,0075° Cels. Die Kurve der zusammengehörigen Schmelztemperaturen und Schmelzdrucke ist somit eine gerade Linie, welche die vertikale Axe bei einem Druck von 76 cm durchschneidet, und gegen sie sehr wenig nach links geneigt ist (Fig. 592). Es sei A ein Punkt, der einen Zustand flüssigen Wassers darstellt; entziehen wir bei konstantem Druck Wärme, so sinkt die Temperatur, der Zustand verschiebt sich längs einer horizontalen Linie von rechts nach links. Wenn wir auf diese Weise bis zu dem Punkte B der zuvor konstruierten Schmelzkurve kommen, so hat weitere Ent-

ziehung von Wärme keine Temperaturerniedrigung, sondern Eisbildung zur Folge; der Zustand des Wassers bleibt in dem Punkte *B* stehen, bis alles in Eis verwandelt ist. Von da ab hat dann weitere Wärmeentziehung wieder Temperaturerniedrigung zur Folge, der Zustand des Eises bewegt sich nun auf der Horizontalen *AB* weiter nach links. Die Schmelzkurve bedingt somit eine weitere Einteilung unserer Zeichenebene; in dem zwischen ihr und der Spannkraftskurve liegenden Gebiete *F* können nur Zustände flüssigen Wassers liegen, in dem links von ihr liegenden *E* nur Zustände des Eises; während in dem Gebiete *D* unterhalb der Spannkraftskurve nur dampfförmige Zustände vorhanden sein können. Die Kurven, durch welche die verschiedenen Gebiete der Zeichenebene von einander getrennt sind, bezeichnen wir im folgenden als Übergangskurven. Auf diesen Kurven selbst sind je zwei von den verschiedenen Zuständen des Wassers miteinander im Gleichgewicht, d. h. sie bestehen nebeneinander, ohne daß der eine von selbst in den andern sich verwandelt, solange nicht etwa Wärme von außen zugeführt oder das Volumen des Ganzen geändert wird.

§ 621. Die Sublimation. Wir haben in der Tabelle von § 614 einen Druck des Wasserdampfes angegeben für eine Temperatur von -20^0 Cels.; dabei ist das Wasser fest, und es handelt sich also thatsächlich um den Dampfdruck des Eises. Daß diesem eine gewisse Spannkraft zukommt, ergiebt sich aus der Thatsache, daß das Eis an der Luft verdunstet; man bezeichnet diesen Übergang, wie überhaupt jede Verdampfung eines festen Körpers, als Sublimation. Aus dieser Bemerkung folgt nun, daß wir in unserer Zeichnung in Wirklichkeit mit drei Übergangskurven zu thun haben. 1. Der Grenzkurve ε zwischen den Gebieten *D* und *F* von Wasserdampf und von flüssigem Wasser; 2. der Grenzkurve δ zwischen den Gebieten *F* und *E* des flüssigen Wassers und des Eises; 3. der Grenzkurve φ zwischen den Gebieten *E* und *D*. Wir bezeichnen die drei Kurven als Verdampfungskurve, Schmelzkurve und Sublimationskurve.

Zur Beobachtung der Sublimation des Eises eignet sich sehr gut der durch Figur 593a und b dargestellte Apparat. Derselbe besteht aus einem Glasrohr, das, vollkommen luftleer, nur eine gewisse Menge Wasser und etwas Quecksilber enthält. Bei der in Figur 593a gezeichneten Stellung füllt das Quecksilber den untersten verengten Teil der Röhre aus; über ihm steht das Wasser. In diesem befindet sich ein zu einem Ringe gebogener Platindraht, der von einem durch das Quecksilber hindurchgehenden Platinstifte getragen wird. Man läßt

a *b*

Fig. 593.
Sublimation des Eises.

in dieser Stellung das Wasser frieren, kehrt die Röhre dann um und löst durch Erwärmen den gebildeten Eisblock von den Wänden des Glases; er wird dann gehalten von dem Platinringe. Dieser kann nicht über eine gewisse kleine Strecke herunterfallen, weil an dem anderen Ende des Platinstiftes eine Öse angebracht ist, die durch den engsten Teil der Röhre nicht hindurch kann. Sobald der Eisblock von der Wand sich löst, fließt das Quecksilber herunter, und der Eisblock hängt frei in der Röhre, wie Figur 593b zeigt. Nun stellt man den unteren Teil der Glasröhre in eine Kältemischung. Der gebildete Wasserdampf wird dann sofort wieder kondensiert, der Druck wird soweit erniedrigt, daß der Zustand des Dampfes dauernd auf der Kurve φ von Figur 592 bleibt, daß also kein Schmelzen, sondern Sublimation des vollkommen trockenen Eises eintritt.

Fig. 594.

Sublimation von Jod beobachtet man sehr schön in luftleeren Röhren von der Form der Figur 594, in welche ein paar Jodkrystalle eingeschlossen sind. Erhitzt man das untere Ende der Röhre, so bildet sich weiter oben ein Jodspiegel durch Sublimation. Wenn man die Röhre schüttelt, so hört man am Tone, daß die Jodkrystalle vollkommen fest bleiben. Schließt man dagegen Jod in eine ebensolche, aber mit Luft gefüllte Röhre ein, so füllt sich beim Erhitzen der Raum über den Krystallen mit violettem Joddampfe, und unter seinem Drucke schmilzt das Jod.

§ 622. Der dreifache Punkt des Wassers. Wenn wir in der Figur 592 die Schmelzkurve δ so weit verlängern, bis sie den von der Verdampfungs- und der Sublimationskurve gebildeten Zug $\varepsilon\varphi$ in dem Punkte Δ schneidet, so liegt dieser Punkt wegen der äußerst geringen, in der Figur sehr übertriebenen Neigung von δ so nahe an der vertikalen Axe, daß der Druck von dem Werte der Spannkraft für 0° C. nicht merklich abweicht; er ist daher sehr nahe gleich 4,52 mm, in Wahrheit gleich 4,57 mm. Die Temperatur entspricht somit nahezu der Erhöhung, die der Schmelzpunkt des Eises erfährt, wenn der Druck um 1 Atmosphäre reduziert wird; sie beträgt also 0,0075° C. Der Punkt Δ scheidet die Verdampfungskurve von der Sublimationskurve, und eine genauere Untersuchung zeigt, daß diese Kurven in Δ nicht stetig ineinander übergehen, daß vielmehr die Sublimationskurve gegen die Temperaturaxe stärker geneigt ist, als die Verdampfungskurve; der Zug $\varepsilon\varphi$ erleidet also in dem Punkt Δ eine Knickung. Der Punkt Δ ist dadurch ausgezeichnet, daß in ihm Wasserdampf, flüssiges Wasser und Eis im Gleichgewicht nebeneinander bestehen können, ohne daß ein Zustand von selber in den anderen übergeht. Dabei hängt das Verhältnis, nach dem eine gegebene Menge Wasser auf die drei Aggregatzustände sich verteilt, von dem gesamten disponiblen Raume ab. Man bezeichnet den Punkt Δ als den *dreifachen Punkt des Wassers*;

auf den drei von ihm ausgehenden Kurvenzweigen ε, δ, φ können immer nur zwei von den drei Zuständen im Gleichgewicht nebeneinander bestehen, d. h. so, daß kein freiwilliger Übergang des einen in den anderen stattfindet; in den zwischen den Kurven liegenden Gebieten D, F und E endlich kann das Wasser immer nur in einem einzigen Aggregatzustand sich befinden.

§ 623. Das thermodynamische Potential. Für die im vorhergehenden erläuterten Verhältnisse ergiebt sich eine einfache und übersichtliche Darstellung durch eine eigentümliche Anwendung des Energieprinzips. Bei einem thermisch-mechanischen System, das sich im Gleichgewicht befindet, das also keine kinetische Energie besitzt, gilt für die Vermehrung U der potentiellen und der Wärmeenergie nach § 101 die Gleichung $U = \mathfrak{A} W - L$; hier bezeichnet W die zugeführte Wärme, L die geleistete Arbeit. Umgekehrt kann man sagen: Ein thermisch-mechanisches System, dessen Zustandsänderungen umkehrbar sind, ist im Gleichgewicht, wenn für jede mögliche Veränderung $U = \mathfrak{A} W - L$ ist. Denn andernfalls würden immer Veränderungen zu finden sein, für die U kleiner als $\mathfrak{A} W - L$ wäre; der fehlende Zuwachs der inneren Energie müßte dann durch kinetische ersetzt werden, d. h. das System wäre nicht im Gleichgewicht.

Wir wenden diesen Satz auf eine gewisse Menge Wasser an, deren Zustand durch einen Punkt der Verdampfungskurve dargestellt ist, so daß Flüssigkeit und Dampf im Gleichgewicht neben einander bestehen. Die innere, potentielle und Wärmeenergie dieses Systems hängt nun nicht bloß von den äußeren Bedingungen ab, sondern auch von den jeweilig vorhandenen Mengen von Flüssigkeit und von Dampf. Auch der Zuwachs U der inneren Energie teilt sich in zwei Teile; der eine U_a hängt nur von den Änderungen der äußeren Zustandsgrößen ab, der andere U_i nur von den Änderungen der Dampf- und der Flüssigkeitsmenge. Nun möge eine Menge von m g flüssigen Wassers sich bilden, also m g Dampf verschwinden. Wir nehmen an, daß bei der Kondensation von m g Dampf von den molekularen Kräften eine Arbeit geleistet werde, die, mit m proportional, durch einen Ausdruck von der Form $m(u_2 - u_1)$ dargestellt werden könne. Dabei soll u_2 nur von dem Endzustand, d. h. von dem Zustand und den Eigenschaften des flüssigen Wassers, u_1 nur von dem Anfangszustand, d. h. von dem Zustand und den Eigenschaften des Wasserdampfes abhängen. Die Arbeit der inneren Kräfte stellt sich hiernach in derselben Form dar, wie die Arbeit elektrischer Kräfte, wenn ein negativ elektrisches Teilchen von einem Konduktor mit dem Potential u_1 auf einen Konduktor mit dem höheren Potential u_2 gebracht wird. Mit Beziehung auf diese Analogie bezeichnen wir u_2 als das thermodynamische Potential[1] des flüssigen Wassers, u_1 als das thermodynamische Potential des Wasserdampfes. Die mit der Konden-

[1] W. Gibbs, On the equilibrium of heterogeneous substances. Trans. Connecticut Akad. 1876. III, 1. p. 108—248. — Duhem, Le potentiel thermodynamique. Paris 1886.

sation verbundene innere Arbeit bedingt eine ihr gleiche Verkleinerung der inneren Energie; wir haben daher $U_i = -m(u_2 - u_1)$ zu setzen, und erhalten:

$$U_a = \mathfrak{A}W - L + m(u_2 - u_1).$$

Beschränken wir uns auf eine kleine Veränderung des Zustandes, während deren Temperatur und Druck als konstant betrachtet werden können, so ist die zugeführte Wärme bestimmt durch die Veränderung der Entropie, die geleistete Arbeit durch die Veränderung des Volumens; dementsprechend werden wir anzunehmen haben, daß auch U_a von den Änderungen der Entropie und des Volumens abhängt. Würde nun eine Zustandsänderung möglich sein ohne Wärmezufuhr, d. h. bei konstanter Entropie, und ohne Arbeitsleistung, d. h. bei konstantem Volumen, so würde auch U_a Null werden, und es müßte $u_1 = u_2$ sein. Gleichheit der thermodynamischen Potentiale, Verschwinden oder wechselseitige Kompensation der inneren Arbeiten wäre die Bedingung des Gleichgewichtes. Für die Versuche von § 613 sind nun allerdings die Bedingungen andere; Druck und Temperatur bleiben konstant, während Volumen und Entropie sich ändern. Wir gelangen aber zu Resultaten, welche die Thatsachen der Erfahrung vollkommen und übersichtlich wiedergeben, wenn wir annehmen, daß auch unter diesen Umständen das Prinzip in Geltung bleibt:

Flüssiges Wasser und Wasserdampf können nebeneinander im Gleichgewicht nur dann bestehen, wenn ihre thermodynamischen Potentiale gleich sind.

Wenn wir die Potentiale durch Funktionen des Drucks und der Temperatur darstellen, so liefert die Bedingung

$$u_1 = u_2$$

eine Gleichung zwischen Druck und Temperatur, da außer diesen Größen nur noch konstante Koëffizienten in den Werten der Potentiale vorkommen; die Gleichung giebt also in der That für jede Temperatur einen zugehörigen Druck, den Sättigungsdruck, und umgekehrt. Gehen wir über zu dem Gleichgewicht zwischen flüssigem Wasser und Eis, so wird dieses ebenso durch die Gleichheit der thermodynamischen Potentiale von Wasser und Eis bedingt sein; bezeichnen wir das Potential des letzteren durch u_3, so haben wir die Bedingung:

$$u_2 = u_3 ,$$

aus welcher wiederum eine Reihe zusammengehöriger Werte von p und T berechnet werden kann, entsprechend den Punkten der Schmelzkurve.

Die Sublimationskurve endlich wird gegeben durch die Bedingung

$$u_3 = u_1 .$$

In dem dreifachen Punkt des Wassers sind die drei Aggregatzustände im Gleichgewicht nebeneinander, es gelten somit die Gleichungen:

$$u_1 = u_2 , \quad u_2 = u_3 , \quad u_3 = u_1 .$$

Die erste Gleichung sagt aus, daß der dreifache Punkt der Verdampfungskurve, die zweite, daß er der Schmelzkurve angehört; er wird danach

durch den Schnitt dieser beiden Kurven bestimmt sein. Sind aber die beiden ersten Gleichungen erfüllt, so ist auch die dritte Gleichung befriedigt; die Sublimationskurve geht also durch den Schnitt der beiden anderen hindurch, und die drei Grenzkurven schneiden sich in der That in einem und demselben Punkt.

§ 624. Gleichgewicht heterogener Systeme. Phasenregel. Die im vorhergehenden Paragraphen entwickelten Prinzipien sind einer viel allgemeineren Anwendung fähig. Sie gelten z. B. für die wechselseitige Umwandlung allotroper Modifikationen eines Körpers; so ist rhombischer Schwefel mit monoklinem im Gleichgewicht, sie bestehen nebeneinander, ohne daß der eine von selbst, d. h. ohne eine Wärmezufuhr oder eine willkürlich erzeugte Veränderung des Volumens, in den anderen übergeht, wenn die thermodynamischen Potentiale gleich sind. Jene Prinzipien gelten insbesondere auch für die Zustandsänderungen eines Systems, dessen Teile mehr als eine chemische Komponente enthalten; ein Beispiel eines solchen ist das durch den Zusammentritt von Wasser und Schwefeldioxyd gebildete. Aus diesen beiden Stoffen können verschiedene Körper gebildet werden, die alle in sich physikalisch und chemisch vollkommen homogen sind:

1. Mischung von Wasserdampf mit gasförmiger schwefliger Säure;
2. eine Lösung von SO_2 in Wasser, und
3. eine von Wasser in flüssiger SO_2;
4. ein festes Hydrat, $SO_2 + 7H_2O$;
5. Eis.

Man bezeichnet diese möglichen Bestandteile des Systems als seine Phasen. Eine Erweiterung der im vorhergehenden Paragraphen angestellten Betrachtung führt zu dem Satz: Zwei Phasen, von denen jede sowohl SO_2 als H_2O, und zwar in variabeln Verhältnissen, enthalten möge, sind im Gleichgewicht, wenn die thermodynamischen Potentiale von SO_2 einerseits, von H_2O andererseits in beiden Phasen gleich sind. Wir bezeichnen die beiden Phasen durch die Zahlen i und k, die beiden Komponenten SO_2 und H_2O durch die Buchstaben a und b; ihre Potentiale in den betrachteten Phasen seien:

$$u_i^a \text{ und } u_k^a, \quad u_i^b \text{ und } u_k^b .$$

Die Bedingung für das Gleichgewicht ist dann:

$$u_i^a = u_k^a, \; u_i^b = u_k^b .$$

Die Potentiale hängen aber in diesem Fall nicht allein von Temperatur und Druck, sondern auch von der Zusammensetzung der Phasen ab, so daß also in den beiden vorhergehenden Gleichungen vier veränderliche Größen enthalten sind: Druck, Temperatur, Zusammensetzung der Phase i und Zusammensetzung der Phase k. Daraus ergiebt sich, daß die Phasen i und k bei beliebigen Werten des Druckes und der Temperatur im Gleichgewichte nebeneinander bestehen können; wenn man Druck und Temperatur willkürlich wählt, so dienen die Gleichungen zur Berechnung

des Verhältnisses, in dem die Komponenten a und b, d. h. SO_2 und H_2O, in den Phasen i und k miteinander gemischt sind. Suchen wir nun die Bedingungen dafür, daß drei Phasen, etwa 1, 2 und 3 im Gleichgewicht nebeneinander bestehen; sie sind entsprechend dem vorhergehenden:

$$u_1^a = u_2^a = u_3^a, \quad u_1^b = u_2^b = u_3^b.$$

Veränderlich sind in den Potentialen außer dem Druck und der Temperatur noch die drei Zahlen, durch welche die prozentische Zusammensetzung der Phasen ausgedrückt wird. Wir haben also vier Gleichungen mit fünf Unbekannten. Wenn wir eine einzige, etwa die Temperatur willkürlich wählen, so sind die übrigen alle bestimmt. Insbesondere also gehört zu jeder bestimmten Temperatur ein bestimmter Druck, und wir erhalten so eine Kurve in der Zeichenebene, durch welche diejenigen zusammengehörenden Werte von Druck und Temperatur dargestellt werden, bei denen die Phasen 1, 2 und 3 im Gleichgewicht nebeneinander bestehen können (*AE* Fig 595).

Etwas schwieriger wird die Sache, wenn wir das Gleichgewicht der Phasen 2, 3 und 4 untersuchen, weil hier die Phase 4 eine bestimmte Zusammensetzung $SO_2 + 7\,H_2O$ besitzt; sie stellt einen einheitlichen Körper dar, dessen physikalische Eigenschaften nur von Druck und Temperatur abhängen können, der also auch nur ein von diesen beiden Größen abhängendes Potential besitzt; wir bezeichnen dieses durch u_4. Betrachten wir zunächst das Gleichgewicht zwischen dem festen Hydrat, der Phase 4, und der Lösung von SO_2 in Wasser, der Phase 2. Wenn ein gewisser Theil des Hydrates schmilzt, so wird dadurch die Zusammensetzung der Lösung im allgemeinen verändert; damit werden aber auch die Potentiale der Komponenten SO_2 und H_2O in der Lösung andere, da sie ja von der prozentischen Zusammensetzung der letzteren abhängen. Wir vermeiden die hieraus erwachsende Schwierigkeit, indem wir nur eine so geringe Menge des Hydrates schmelzen lassen, daß die damit verbundene Veränderung der Lösung praktisch vernachlässigt werden kann. Bezeichnen wir das Molekulargewicht von SO_2 durch α, das von H_2O durch β, die als sehr klein angenommene Menge des schmelzenden $SO_2 + 7H_2O$ durch dm_4! Die Menge der gebildeten flüssigen SO_2 ist dann $\frac{\alpha}{\alpha + 7\beta} dm_4$, die Menge des gebildeten Wassers $\frac{7\beta}{\alpha + 7\beta} dm_4$. Sind die Potentiale der Komponenten SO_2 und H_2O in der Lösung 2 gleich u_2^a und u_2^b, so entspricht die Bildung jener flüssigen Mengen einer von den molekularen Kräften geleisteten Arbeit, die durch

$$\frac{\alpha}{\alpha + 7\beta} u_2^a\, dm_4 + \frac{7\beta}{\alpha + 7\beta} u_2^b\, dm_4$$

gegeben ist; umgekehrt erfordert das Verschwinden der Menge dm_4 von festem Hydrat einen Arbeitsaufwand, der gleich $u_4\, dm_4$ ist. Die Summe dieser inneren Arbeiten muß aber ebenso verschwinden, wie in dem Falle von § 623, und wir erhalten daher die Gleichung:

$$u_4\,\mathrm{dm}_4 - \frac{\alpha}{\alpha + 7\beta}\,u_2{}^a\,\mathrm{dm}_4 - \frac{7\beta}{\alpha + 7\beta}\,u_2{}^b\,\mathrm{dm}_4 = 0,$$

oder

$$(\alpha + 7\beta)\,u_4 = \alpha\,u_2{}^a + 7\beta\,u_2{}^b.$$

Sollen die drei Phasen 2, 3 und 4 miteinander im Gleichgewicht sein, so müssen ebenso, wie in dem vorhergehenden Falle, noch die Gleichungen erfüllt sein:

$$u_2{}^a = u_3{}^a \text{ und } u_2{}^b = u_3{}^b.$$

Wir erhalten somit drei Gleichungen mit vier Unbekannten: Temperatur, Druck, Mischungsverhältnis der Lösung 2 und Mischungsverhältnis der Lösung 3. Nehmen wir die Temperatur willkürlich an, so sind die übrigen Unbekannten bestimmt; wir erhalten also insbesondere wieder eine Reihe zusammengehörender Werte von Temperatur T und Druck p, eine Kurve in der Zeichenebene, deren Punkte den Werten von p und T entsprechen, bei denen die Phasen 2, 3 und 4 im Gleichgewicht nebeneinander bestehen können (*AX* Fig. 595). Ebenso ergiebt sich eine dritte Kurve für die Koëxistenz von 3, 4, 1, eine vierte für die von 1, 2, 4.

Wir können endlich fragen, ob nicht auch die vier Phasen 1, 2, 3 und 4 im Gleichgewicht nebeneinander bestehen können. Die Bedingungen dafür sind:

$$u_1{}^a = u_2{}^a = u_3{}^a,$$
$$u_1{}^b = u_2{}^b = u_3{}^b,$$
$$(\alpha + 7\beta)\,u_4 = \alpha\,u_2{}^a + 7\beta\,u_2{}^b.$$

Wir haben fünf Gleichungen und fünf Unbekannte, Druck und Temperatur und die prozentischen Zusammensetzungen der drei variabeln Phasen; alle Unbekannten sind danach bestimmt. Das Gleichgewicht der vier Phasen ist somit nur in einem einzigen Punkte der Zeichenebene (*A*, Fig. 595) möglich, und für die ihm entsprechenden Werte des Druckes und der Temperatur ist dann auch die Zusammensetzung der Phasen eine ganz bestimmte. Man bezeichnet diesen Punkt als einen vierfachen Punkt des Systems. In ihm sind auch die Bedingungen erfüllt, die für die Koëxistenz der Phasentripel 123, 234, 341 und 124 einzeln genommen gelten. Die Kurven, längs deren jene im Gleichgewicht sind, schneiden sich also im vierfachen Punkt. Lassen wir eine der Phasen 1, 2, 3, 4 weg und führen wir an ihrer Stelle die fünfte, das Eis ein, so ergeben sich ähnliche Systeme von Bedingungen; sie werden nur noch vereinfacht dadurch, daß die Zusammensetzung des Eises von vornherein bekannt ist. Man hat also eine Unbekannte, aber auch eine Gleichung weniger, da die SO_2 in dem Eise kein Potential besitzt, ein Potential $u_5{}^a$ also nicht existiert. Wir erhalten auf diese Weise noch eine Reihe anderer Grenzkurven und vierfacher Punkte, deren Untersuchung im einzelnen zu weit führen würde.

Die Resultate der experimentellen Untersuchung, die mit den aus dem Energieprinzip gezogenen Folgerungen durchaus übereinstimmen,

sind in Figur 595 graphisch dargestellt. Auf der horizontalen Axe ist die Temperatur in Graden Celsius, auf der vertikalen der **Druck** in Millimetern Quecksilber abgetragen. *A* und *B* sind die beiden **beobachteten** vierfachen Punkte. In *A* sind im Gleichgewicht **nebeneinander** die Phasen 1, 2, 3 und 4, der Dampf, die beiden Lösungen und das **Hydrat**. Von *A* gehen vier Übergangskurven aus; die Phasen, welche auf ihnen

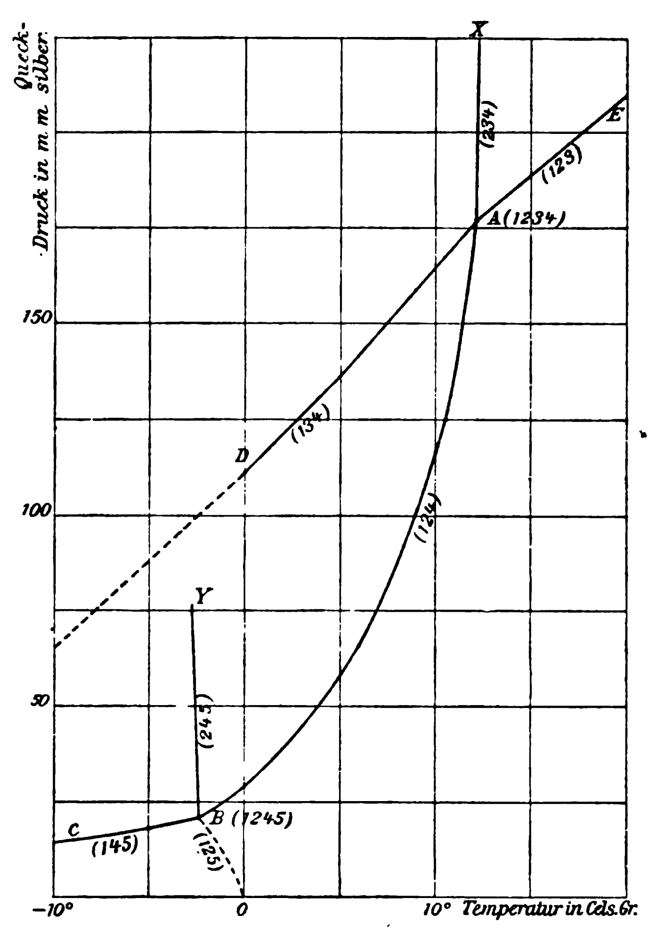


Fig. 595. Übergangskurven des von SO_2 und H_2O gebildeten Systems.

im Gleichgewicht stehen, sind in Klammern den Kurvenzügen beigeschrieben. *AX* kann man bezeichnen als die Schmelzkurve des Hydrats, *AE* als die gemeinsame Dampfspannungskurve der beiden Lösungen. *AB* ist die Dampfspannungskurve des Hydrats und der Lösung von schwefliger Säure in Wasser, *AD* die des Hydrats und der Lösung von Wasser in schwefliger Säure.

Wenn man die Temperatur des Raumes, in welchem die Phasen 1, 2, 4 im Gleichgewicht nebeneinander bestehen, stetig vermindert, so kommt man, auf der Kurve *AB* fortschreitend, zu dem Punkte *B*, in dem sich bei weiterer Entziehung von Wärme Eis abscheidet; es ist dies ein zweiter vierfacher Punkt, von dem dann noch drei weitere Gleichgewichtskurven entspringen. Die Phasen, welche sich auf ihnen im Gleichgewicht befinden, sind aus den beigeschriebenen Zahlen zu ersehen. Die Kurve *BC* kann man bezeichnen als die Dampfspannungskurve der beiden festen Phasen. Man sieht aus der Zeichnung, daß sie bei einer gewissen tieferen Temperatur von der Kurve *AD* geschnitten werden muß. Der Schnittpunkt repräsentiert dann einen dritten, noch nicht beobachteten, vierfachen Punkt mit dem Gleichgewicht der Phasen 1, 3, 4, 5. Von ihm entspringen noch zwei weitere Kurven, entsprechend den von *B* ausgehenden *BY* und *BO*. Man könnte nun weiter schließen, daß in dem so vervollständigten System noch zwei weitere vierfache Punkte existieren müssen; man hätte dann fünf vierfache Punkte und zehn sie verbindende Übergangskurven. Bei genauerer Überlegung aber zeigt sich, daß die beiden letzten vierfachen Punkte im Gebiete der später zu erwähnenden labilen Zustände liegen, also im allgemeinen nicht durch Beobachtung gefunden werden können. Nach der Zeichnung schneiden sich auch die Kurven *BY* und *AD*; in dem Schnittpunkt können entweder die 3 Phasen 1, 3, 4 oder die 3 Phasen 2, 4, 5 neben einander bestehen; was wirklich eintritt, hängt von dem Verhältnis der Gesamtmengen von SO_2 und H_2O ab.

Bei der bisherigen Betrachtung ist darauf keine Rücksicht genommen, daß die schweflige Säure auch in festem Zustande existiert. Wenn man dies berücksichtigt, so erhält man ein aus zwei chemischen Komponenten mit sechs verschiedenen Phasen bestehendes System. Die Zahl der dem rein geometrischen Zusammenhange nach möglichen vierfachen Punkte wird dadurch auf 15 erhöht, von denen je drei auf derselben Übergangskurve liegen müssen. Die Zahl der letzteren selbst steigt auf 20. Welche von den neu hinzukommenden der Beobachtung zugänglich sind, ist nicht bekannt.

Die vorhergehenden Betrachtungen lassen sich mit Leichtigkeit ausdehnen auf Systeme, die aus mehreren chemischen Komponenten bestehen. Es ergiebt sich allgemein der Satz: Die Maximalzahl der Phasen, die in einem Punkte koëxistieren können, ist um zwei größer, als die Zahl der chemischen Komponenten.

§ 625. Gleichgewicht im homogenen System. Dissoziation. Bei der Bestimmung von Dampfdichten war man schon frühe auf sogenannte abnorme Dampfdichten gestoßen, d. h. solche, welche von den aus dem Molekulargewicht folgenden so sehr abwichen, daß an eine Erklärung der Abweichung durch Beobachtungsfehler und dergleichen nicht zu denken war. Die Dichte des Salmiaks ist fast um die Hälfte kleiner als der aus der Formel NH_4Cl folgende Wert, die Dampfdichte der Essigsäure

bei niedrigen Temperaturen umgekehrt erheblich größer, als es der Formel CH_3COOH entspricht. Man erklärte im Anschluß an die AVOGADROsche Regel diese Abweichungen durch den Zerfall der Moleküle, beziehungsweise durch die Bildung von komplexen Molekülen aus einfachen. So zerfällt NH_4Cl in NH_3 und HCl; das Molekül J_2 des Joddampfes in höherer Temperatur in $J+J$; das Stickstofftetroxyd N_2O_4 in NO_2+NO_2. Dabei ist aber die Dissoziation keineswegs eine vollständige, sondern es handelt sich um einen Gleichgewichtszustand zwischen den verschiedenen Gattungen von Molekülen, der abhängig ist von Temperatur und Druck. Unter Dissoziationsgrad verstehen wir das Verhältnis zwischen der Zahl der dissoziierten Moleküle und der Gesamtzahl der komplexen Moleküle, die als ursprünglich gegeben betrachtet werden. Dieser Dissoziationsgrad ist bei gegebenen Verhältnissen des Druckes und der Temperatur ein ganz bestimmter, er ändert sich aber mit diesen. Die Gesetze der Dissoziation können gleichfalls aus der Theorie des thermodynamischen Potentials abgeleitet werden. Die im Innern eines Gases sich vollziehenden Dissoziationen und chemischen Kondensationen sind ebenso gut Quellen innerer Energieänderungen, wie etwa das Schmelzen von Eis oder das Verdampfen von Wasser; und diese inneren Energieänderungen müssen sich ebenso wechselseitig kompensieren wie in jenen Beispielen. Nehmen wir den Fall, daß ein Molekül eines Gases a mit einem Molekül des Gases b zusammentritt, um ein Molekül des Gases c zu bilden; u_a, u_b, u_c seien die Potentiale, dm_a und dm_b die Mengen von a und b, die sich bei einer Änderung der äußeren Verhältnisse, etwa bei einer Verringerung des Volumens, verbinden, um die Menge dm_c von c zu bilden.

Wir nehmen diese Mengen wieder so klein, daß die Potentiale der Gase durch den Umsatz selbst keine merkliche Änderung erleiden.

Es gilt dann, ebenso wie in einem ähnlichen Falle des vorhergehenden Paragraphen, die Gleichung:

$$u_a dm_a + u_b dm_b = u_c dm_c .$$

Die Mengen dm_a, dm_b und dm_c verhalten sich aber wie die Äquivalentgewichte α_a, α_b und $\alpha_c = \alpha_a + \alpha_b$; somit ist auch:

$$\alpha_a u_a + \alpha_b u_b = \alpha_c u_c .$$

Wie man die Funktion von Druck und Temperatur, durch welche das Potential eines Gases dargestellt ist, wirklich auffindet, kann hier nicht entwickelt werden; wir müssen uns begnügen mit der Angabe des Resultates.

Wir bezeichnen die Anzahl der g-Moleküle, die von den einzelnen Gasen in dem ganzen Gemisch vorhanden sind, durch n_a, n_b und n_c, die Gesamtzahl der vorhandenen g-Moleküle durch N, so daß

$$N = n_a + n_b + n_c$$

ist. Die Konstanten des Gasgesetzes für die verschiedenen Gase seien R_a, R_b und R_c, die spezifischen Wärmen bei konstantem Druck c_a, c_b, c_c

Dann sind die Werte der Potentiale bei der Temperatur T und dem Druck p durch die Formeln gegeben:

$$u_a = \left\{ \mathfrak{A} c_a + R_a \log \frac{p}{R_a} - \mathfrak{A} c_a \log T \right\} T + R_a T \log \frac{n_a}{N}.$$

$$u_b = \left\{ \mathfrak{A} c_b + R_b \log \frac{p}{R_b} - \mathfrak{A} c_b \log T \right\} T + R_b T \log \frac{n_b}{N}.$$

$$u_c = \left\{ \mathfrak{A} c_c + R_c \log \frac{p}{R_c} - \mathfrak{A} c_c \log T \right\} T + R_c T \log \frac{n_c}{N}.$$

$\mathfrak{A}$ bezeichnet, wie immer, das mechanische Äquivalent der Wärme. Die Logarithmen sind die natürlichen. Wenn man berücksichtigt, daß nach § 581 $\alpha_a R_a = \alpha_b R_b = \alpha_c R_c = 83016000 \, \mathrm{cm}^2 \mathrm{sec}^{-2}$, so kann man die Bedingung für das Gleichgewicht der inneren Energie auf die Form bringen:

$$\frac{n_a}{N} \cdot \frac{n_b}{N} \cdot \frac{N}{n_c} = K,$$

wo die Größe K, die sogenannte Dissoziationskonstante, noch von Temperatur und Druck abhängig ist. Der wirkliche Wert derselben ist leicht zu ermitteln, wenn man die Rechnung vollständig im einzelnen durchführt, er hat für uns kein besonderes Interesse.

Wenn die Moleküle a und b lediglich durch Dissoziation von c sich gebildet haben, so sind sie notwendig in gleicher Zahl vorhanden, es ist $n_a = n_b = n$ und daher:

$$\frac{n^2}{N^2} \cdot \frac{N}{n_c} = K.$$

Die Verhältnisse $\frac{n_a}{N}$, $\frac{n_b}{N}$ und $\frac{n_c}{N}$ können wir als die Konzentrationen der durch Dissoziation entstandenen und der nicht dissoziierten Moleküle in dem ganzen Gemisch bezeichnen. Wir haben dann den Satz:

Das Produkt aus den Konzentrationen der durch Dissoziation gebildeten Moleküle steht zu der Konzentration der nicht dissoziierten in einem durch Temperatur und Druck bestimmten Verhältnis.

In ähnlicher Weise lassen sich die Gesetze komplizierterer Dissoziationserscheinungen ermitteln; insbesondere aber finden die vorhergehenden Betrachtungen Anwendung auf Dissoziationserscheinungen in verdünnten Lösungen. Zu diesen gehören auch die früher erwähnten elektrolytischen Dissoziationen, z. B. die Spaltung der Salzsäure nach der Formel:

$$\mathrm{HCl} = \overset{+}{\mathrm{H}} + \overset{-}{\mathrm{Cl}}.$$

Da der osmotische Druck eines in verdünnter Lösung enthaltenen Stoffes dem Gasgesetz folgt, so ist auch das Potential im wesentlichen durch denselben Ausdruck gegeben, wie das Potential einer gasförmigen Komponente in einem Gasgemisch; nur werden wir N einfach gleich der

Zahl der g-Moleküle des Lösungsmittels setzen können, da dieser Zahl gegenüber in verdünnten Lösungen die Zahlen der gelösten g-Moleküle verschwinden. Dementsprechend sind dann die Konzentrationen der verschiedenen Komponenten einfach durch die Verhältnisse gegeben, in denen die Zahlen der von ihnen gelösten g-Moleküle zu der Anzahl der g-Moleküle des Lösungsmittels stehen. Für die Dissoziation eines Elektrolyten in seine beiden Ionen gelten aber dann genau dieselben Gesetze, wie für die Dissoziation eines binären Gases in zwei einfache Komponenten.[1]

§ 626. Dissoziationswärme. Wir wenden uns zu der Betrachtung der mit den Dissoziationsvorgängen verbundenen Wärmewirkungen. Bleiben wir bei dem Beispiele eines Gases *c*, das sich in zwei einfache Komponenten *a* und *b* spaltet, so können wir uns das hiermit gegebene System in zwei extremen Zuständen vorstellen. Das eine Mal möge das ganze gegebene Volumen nur von den nicht dissoziierten Molekülen *c* erfüllt sein, das andere Mal mögen alle Moleküle *c* verschwunden und nur die durch Dissoziation entstandenen Moleküle *a* und *b* vorhanden sein. Wir wollen annehmen, das System sei aus dem ersten Zustand in den zweiten so übergeführt worden, daß Temperatur und Druck in beiden Zuständen gleich sind. Es wird dann zu der vollständigen Zerlegung der Moleküle *c* in *a* und *b* dem System eine gewisse Wärmemenge zugeführt werden müssen. Wir können diese als Dissoziationswärme bezeichnen und wollen sie im folgenden auf ein g-Molekül des nicht dissoziierten Gases beziehen. Wir verstehen also unter W_{12} die Wärmemenge, die notwendig ist, um ein g-Molekül des Gases *c* bei konstanter Temperatur und bei konstantem Drucke vollständig in die Komponenten *a* und *b* zu spalten. Diese Wärmemenge steht, wie zuerst auf theoretischem Wege gefunden wurde, in einer sehr merkwürdigen Beziehung zu der Dissoziationskonstanten K; es ist nämlich:

$$W_{12} = \frac{\mathfrak{R}\,T^2}{\mathfrak{A}}\,\frac{d \log K}{d\,T} = \frac{\mathfrak{R}\,T^2}{\mathfrak{A}\,K} \cdot \frac{d\,K}{d\,T}.$$

Hier bezeichnet $\mathfrak{R}$ die in § 581 besprochene Zahl 83 016 000, welche gleich dem Produkt aus der Gaskonstanten und aus dem Molekulargewicht ist. T ist die absolute Temperatur, $\mathfrak{A}$ das mechanische Äquivalent der Wärme. Man kann hiernach die Dissoziationswärme berechnen, sobald man die Abhängigkeit der Dissoziationskonstanten von der Temperatur durch Beobachtung ermittelt hat. So haben sich z. B. die folgenden, immer auf ein g-Molekül des nicht dissoziierten Gases bezogenen Dissoziationswärmen ergeben:

		W_{12}
92 g N_2O_4,	Stickstoffdioxyd:	12 500 g-cal.
253 g J_2,	Joddampf:	28 500 g-cal.

[1] Riecke, Das thermische Potential für verdünnte Lösungen. Gött. Nachr. 1890. Nr. 14. p. 437. Zeitschr. f. phys. Chemie 1891. Bd. VII. p. 97.

§ 627. Wärmetönung chemischer Prozesse. An das vorhergehende schließen wir noch einige allgemeinere Betrachtungen über Wärmevorgänge bei chemischen Prozessen. Wir denken uns die aufeinander reagierenden Stoffe in einem Gefäße, das gegen die Luft durch einen mit vollkommener Leichtigkeit beweglichen Stempel abgeschlossen ist. Ehe die Reaktion eintritt, besitzt das von den verschiedenen chemischen Komponenten gebildete System eine gewisse Energie U_1; wir wollen annehmen, daß die Reaktion so vor sich geht, daß Wärme entwickelt wird, und das Volumen des Systems sich vergrößert; die entwickelte Wärme leiten wir ab, indem wir das Reaktionsgefäß in ein großes Wasserbad setzen, so daß die Temperatur des Systems am Schlusse des Prozesses von der anfänglichen nicht merklich verschieden ist. Nach dem Ablauf der Reaktion hat das System eine andere Energie U_2, und diese muß kleiner sein als die anfängliche um das Äquivalent der abgegebenen Wärme und um die geleistete Arbeit; wir haben somit die Gleichung:

$$U_1 - U_2 = \mathfrak{A}\, W + L,$$

wenn wir unter W die entwickelte Wärme, unter L die gegen den Luftdruck geleistete Arbeit verstehen. Die Wärmemenge $\frac{U_1 - U_2}{\mathfrak{A}} = W + \frac{L}{\mathfrak{A}}$, welche der hierdurch gegebenen Abnahme der Energie äquivalent ist, bezeichnet man als die Wärmetönung der chemischen Reaktion. Wird bei dieser Wärme nicht entwickelt, sondern gebunden, so hat man W mit einem negativen Zeichen zu versehen; wird das Volumen kleiner, so leistet der Luftdruck eine Arbeit an dem System, und es ist dann L negativ zu nehmen.

Wir fügen noch einige Bemerkungen hinzu, die sich auf die Berechnung der Arbeit L beziehen. In der Regel ensteht sie dadurch, daß sich bei der Reaktion ein gasförmiges Produkt bildet. Bei der von uns angenommenen Anordnung des Versuches wird sein Druck während der ganzen Dauer des Versuches konstant bleiben; das Gas wird eben in dem Maße, in dem es sich entwickelt, den das Reaktionsgefäß gegen die Luft abschließenden Stempel vor sich herschieben. Ist das Reaktionsgefäß ein Cylinder von 1 qcm Querschnitt, und ist die bei der Reaktion eintretende Volumenvermehrung, das Volumen des neugebildeten Gases, gleich v, so wird der Stempel gegen den Luftdruck verschoben um die Strecke v; nun ist aber in diesem Falle die Fläche des Stempels gleich 1 qcm; der Druck p von einer Atmosphäre ist somit der ganze zu überwindende Druck und die geleistete Arbeit gleich pv. Messen wir p nach g-Gewichten pro Quadratcentimeter, v in Kubikcentimetern, so erhalten wir die Arbeit in der technischen Einheit des g-Gewicht-cm. Um die äquivalente Wärme in g-cal. zu erhalten, müssen wir dann noch durch die Zahl 42 000 dividieren.

Mißt man entsprechend § 581 das Volumen nach Litern, den Druck nach Atmosphären, so erhält man die Arbeit zunächst in einem von den

bisher benützten verschiedenen Maße ausgedrückt, dessen Einheit man als eine Liter-Atmosphäre bezeichnen kann. Es ist aber offenbar

$$1 \text{ Liter-Atmosphäre} = 1000 \times 1033 \text{ g-Gewicht-cm},$$

und somit eine Liter-Atmosphäre äquivalent mit $\frac{1000 \times 1033}{42\,800}$ oder 24,1 g-cal. Hat man also die Arbeit zunächst ausgedrückt in Liter-Atmosphären, so ergiebt sich die äquivalente Wärmemenge durch Multiplikation mit 24,1, genauer 24,17.

Am einfachsten kommt man übrigens zum Ziele, wenn man nach dem Gasgesetz (§ 581)

$$p\,v = \mathfrak{R}\,N\,T$$

setzt, wo $\mathfrak{R}$ die dort eingeführte Konstante, N die Anzahl der g-Moleküle und T die absolute Temperatur bezeichnet. Nun pflegt man die Wärmetönungen für den Umsatz von 1 g-Molekül zu berechnen; es wird dann auch die Menge des entwickelten Gases ein g-Molekül betragen; setzen wir dementsprechend in der obigen Formel $N = 1$ und $v = v_1$, so ergiebt sich für die geleistete Arbeit:

$$p\,v_1 = \mathfrak{R}\,T;$$

für Liter und Atmosphäre als Einheiten ist nach § 581:

$$p\,v_1 = 0{,}0819\ T.$$

Die hiermit äquivalente Wärmemenge beträgt:

$$24{,}17 \times 0{,}0819\,T \text{ oder } 1{,}98\ T \text{ g-cal.}$$

Welches also auch die Natur des entstehenden Gases sein mag, die bei Entwickelung eines g-Moleküles gegen den äußeren Druck geleistete Arbeit ist stets mit nahezu $2\ T$ g-cal. äquivalent; dabei ist T die absolute Temperatur, bei der die Reaktion vor sich geht. Mit Hilfe dieses Satzes ist es unter allen Umständen leicht, bei der Berechnung von Wärmetönungen den vorkommenden Arbeiten Rechnung zu tragen.

Bei der Ableitung des vorstehenden Satzes kann man natürlich ebenso gut die dem absoluten Maßsystem entsprechenden Gleichungen benützen. Man hat dann nach § 581:

$$\frac{v\,p}{N} = 83\,016\,000\ T$$

und

$$\frac{1}{\mathfrak{A}} \cdot \frac{v\,p}{N} = \frac{83\,016\,000}{41\,990\,000}\,T = 1{,}98\ T \text{ g-cal.}$$

Die im vorhergehenden enthaltenen allgemeinen Bemerkungen mögen nun noch an einigen speziellen Beispielen erläutert werden.

1. Lösen wir 65,1 g Zink (1 g-Atom) bei 20° in verdünnter Schwefelsäure, so wird eine Wärmemenge von 34 200 g-cal. entwickelt. Gleichzeitig werden 2 g Wasserstoff (1 g-Molekül) in Freiheit gesetzt. Die

hiermit verbundene Volumenvermehrung bedingt eine Arbeit gegen den Luftdruck, die nach dem vorhergehenden äquivalent ist mit 2 (273 + 20) oder 586 g-cal. Diese sind zu der kalorimetrisch gemessenen Wärmemenge von 34 200 g-cal. noch hinzuzufügen. Dann ergiebt sich für die Wärmetönung der Reaktion, d. h. für die ganze chemische Energie, welche durch die Auflösung von 65,1 g Zink in verdünnter Schwefelsäure in Wärme oder Arbeit verwandelt wird, der Wert von 34 786 g-cal.

Dagegen ergiebt sich auf einem Wege, dessen Verfolgung uns zu weit führen würde, für die Bildung von einem Äquivalent $ZnSO_4$ in wässeriger Lösung aus Zn, SO_3, O und Wasser die in § 568 benützte Zahl von 106 000 g-cal.

2. Wenn wir 1 g-Molekül Wasserstoff, d. h. 2 g, mit 1 g-Atom Sauerstoff, 16 g, zu flüssigem Wasser verbrennen, so werden 68 400 g-cal. entwickelt. Aber dabei verschwindet 1 g-Molekül Wasserstoff- und 1 g-Atom Sauerstoffgas, und wenn wir den Prozeß wieder in einem Cylinder mit beweglichem Stempel vor sich gehen lassen, so leistet der Luftdruck bei dem Niedergehen des Stempels eine Arbeit, die sich in Wärme verwandelt. Nicht die ganze beobachtete Wärmemenge ist also das Äquivalent für den durch die Verbrennung bedingten Verlust von chemischer Energie; ein Teil davon stammt aus der vom Luftdruck geleisteten Arbeit. Diese entspricht bei einer Versuchstemperatur von 20° für 1 g-Molekül Wasserstoff 586 g-cal, für $\frac{1}{2}$ g-Molekül Sauerstoff 293 g-cal. Zieht man die Summe mit 880 g-cal. ab, so bleibt als Äquivalent für die bei dem Prozesse verwandelte chemische Energie, d. h. für die Wärmetönung, eine Zahl von 67 520 g-cal.

3. Wenn wir 1 g-Atom Diamant, C (12 g), mit 1 g-Molekül Sauerstoff, O_2 (32 g) verbrennen, so erhalten wir 1 g-Molekül Kohlensäure CO_2. Dabei werden 94 300 g-cal. entwickelt, wenn der Prozeß so geleitet wird, daß das Volumen des ganzen Systems keine Änderung erleidet, also keine Arbeit geleistet wird. Bezeichnen wir die in g-cal. gemessene Energie von 1 g-Atom Diamant durch das Symbol (C), die Energie eines g-Moleküles Sauerstoff durch (O_2), die eines g-Moleküles Kohlensäure durch (CO_2), so haben wir die Gleichung:

$$(C) + (O_2) - (CO_2) = 94\,300 \text{ g-cal.}$$

Wir können nun das g-Atom Kohlenstoff zunächst nur mit 1 g-Atom Sauerstoff verbrennen; wenn der Prozeß wieder bei konstantem Volumen verläuft, so erhalten wir mit Benützung derselben Bezeichnungsweise die Gleichung:

$$(C) + (O) - (CO) = 26\,600 \text{ g-cal.}$$

Endlich können wir das entstandene g-Molekül Kohlenoxyd mit dem zweiten g-Atom Sauerstoff zu Kohlensäure verbrennen und erhalten dann, wenn das Volumen der so gebildeten Kohlensäure dasselbe ist, wie bei der ersten direkten Verbrennung:

$$(CO) + (O) - (CO_2) = 67\,700.$$

Die Summe der Wärmemengen, die bei den beiden letzten Prozessen gewonnen werden, ist gleich der durch direkte Verbrennung erzeugten. Dies ist eine notwendige Folge des Energieprinzips. Immer gehen wir doch aus von dem durch 1 g-Atom Kohlenstoff und 2 g-Atome Sauerstoff repräsentierten System, und immer wird dieses schließlich in 1 g-Molekül Kohlensäure verwandelt. Damit ist eine gewisse Abnahme der Energie verbunden; äußere Arbeiten kommen nicht in Betracht, die ganze Energieabnahme muß gleich der erzeugten Wärme sein. Wie aber die Umwandlung des Systems aus dem Anfangs- in den Endzustand herbeigeführt wird, ist gleichgültig, und es muß daher die auf dem direkten Wege erzeugte Wärme gleich der Summe der Wärmemengen sein, die auf irgend welchen Umwegen successive gewonnen werden, ein Satz, der, wie man leicht sieht, eine ganz allgemeine Bedeutung hat. Er kann in vielen Fällen benützt werden, Wärmetönungen von Reaktionen zu berechnen, die sich der direkten Beobachtung entziehen.

§ 628. Gefrierpunktserniedrigung, Siedepunktserhöhung. Wir wenden uns nun zurück zu Untersuchungen, die sich an die Entwickelungen von §§ 623 und 624 anschließen.

Auf empirischem Wege war von Raoult die merkwürdige Thatsache gefunden worden, daß der Gefrierpunkt eines Lösungsmittels um gleichviel erniedrigt wird, wenn gleiche Zahlen von Molekülen beliebiger Substanzen in demselben aufgelöst sind. Auch zu der genaueren Formulierung dieses Satzes liefert die Theorie des thermodynamischen Potentials das Mittel. Nehmen wir das Beispiel des Wassers, so war die Bedingung dafür, daß flüssiges Wasser und Eis im Gleichgewicht nebeneinander existieren, die Gleichheit ihrer Potentiale. Wenn nun in dem Wasser eine bestimmte Zahl fremder Moleküle gelöst ist, so erleidet sein Potential eine Änderung, die der Zahl der gelösten Moleküle proportional gesetzt werden kann. Eine entsprechende Änderung muß bei gegebenem Drucke in der Schmelztemperatur eintreten, und man gelangt so bei einer vollständigen Durchführung der Rechnung in der That zu dem Gesetze von Raoult. Die Theorie führt aber darüber hinaus zu einer vollständigen Kenntnis der Beziehung, in der die Schmelzpunkterniedrigung zu den sonstigen physikalischen Eigenschaften der Substanz steht. Bezeichnen wir durch n die Zahl der gelösten Moleküle, durch N die Zahl der Moleküle des Lösungsmittels, durch T_0 die absolute Temperatur seines normalen Schmelzpunktes, durch W seine Schmelzwärme und durch R die Konstante des Gasgesetzes für das Lösungsmittel, so ist die Gefrierpunkterniedrigung τ gegeben durch:

$$\tau = \frac{R T_0^2}{W} \frac{n}{N}.$$

Durchaus analog der Gefrierpunktserniedrigung ist der Einfluß, den die gelösten Moleküle auf den Dampfdruck des Lösungsmittels oder

auf seinen Siedepunkt haben. Die relative Erniedrigung der Dampfspannung ist gleich dem Verhältnis zwischen der Zahl der gelösten Moleküle und der Zahl der Moleküle des Lösungsmittels. Dem entspricht eine Erhöhung des Siedepunktes, die in derselben Weise berechnet werden kann, wie die Schmelzpunkterniedrigung. Es tritt nur an Stelle der Schmelzwärme die Verdampfungswärme, an Stelle der Schmelztemperatur die normale Siedetemperatur. Der Zusammenhang dieser Erscheinungen mit der Theorie des Potentials ist derselbe, wie bei der Erniedrigung des Schmelzpunktes.

Komplizierter, nicht durch so einfache Gesetze darzustellen, sind die Erscheinungen bei konzentrierteren Lösungen. Nehmen wir zwei Stoffe, wie Naphtalin und Diphenylamin, die im flüssigen Zustande in jedem Verhältnisse mischbar sind, so können wir ausgehen von reinem Naphtalin, dessen Gefrierpunkt bei 79,5^0 Cels. liegt; durch Zusatz von Diphenylamin wird der Gefrierpunkt erniedrigt; man kann andererseits ausgehen von reinem Diphenylamin, das einen Gefrierpunkt von 52,6^0 Cels. hat; setzt man wachsende Mengen von Naphtalin zu, so wird sein Gefrierpunkt gleichfalls erniedrigt werden. Man kann nun eine ganze Reihe verschiedener Gemische herstellen, die einen allmählichen Übergang von reinem Naphtalin zu reinem Diphenylamin vermitteln. Man findet dann, daß der Gefrierpunkt von 79,5^0 an allmählich sinkt, für eine bestimmte Mischung ein Minimum erreicht, und dann allmählich bis zu dem Gefrierpunkt des reinen Diphenylamin wieder ansteigt. Diese Verhältnisse werden durch Figur 596 anschaulich gemacht, in der auf der horizontalen Axe die prozentische Zusammensetzung, d. h. der Gehalt der Mischung an Naphtalin, auf der vertikalen die Gefriertemperatur abgetragen ist. Diejenige Mischung, die den niedrigsten Schmelzpunkt besitzt, nennt man das Kryohydrat. Sie zeichnet sich dadurch aus, daß sie bei konstant bleibender Temperatur schmilzt, wie ein homogener Körper. Will man daher eine Kältemischung von konstanter Temperatur erhalten, so muß man eine solche kryohydratische Mischung nehmen. Gemische von anderer Zusammensetzung gefrieren nicht bei konstanter Temperatur. Hat man eine flüssige Mischung der beiden Stoffe, so friert der im Überschuß vorhandene aus bei einer Temperatur, wie sie durch die prozentische Zusammensetzung des flüssigen Gemisches bestimmt ist. Eben durch das Ausfrieren wird aber die zurückbleibende Lösung reicher an dem zweiten Stoffe und der Gefrierpunkt des ersten noch weiter erniedrigt. Dies geht so lange fort, bis die Lösung die Zusammensetzung des Kryohydrats erreicht hat. Dann werden beide Stoffe zusammen fest, und die Temperatur hält sich konstant auf dem Gefrierpunkt des Kryohydrates. Umgekehrt beginnt das Schmelzen einer beliebigen festen Mischung der beiden Stoffe bei dem Schmelzpunkt des Kryohydrats; hat sich soviel flüssiges Kryohydrat gebildet, daß der eine Körper ganz verflüssigt ist, so kann man den weiteren Vorgang als eine Lösung des im Überschuß vorhandenen Körpers in dem Kryohydrat

betrachten. Währenddem steigt die Temperatur und erreicht schließlich die Gefriertemperatur, wie sie der prozentischen Zusammensetzung des flüssigen Gemisches entspricht.

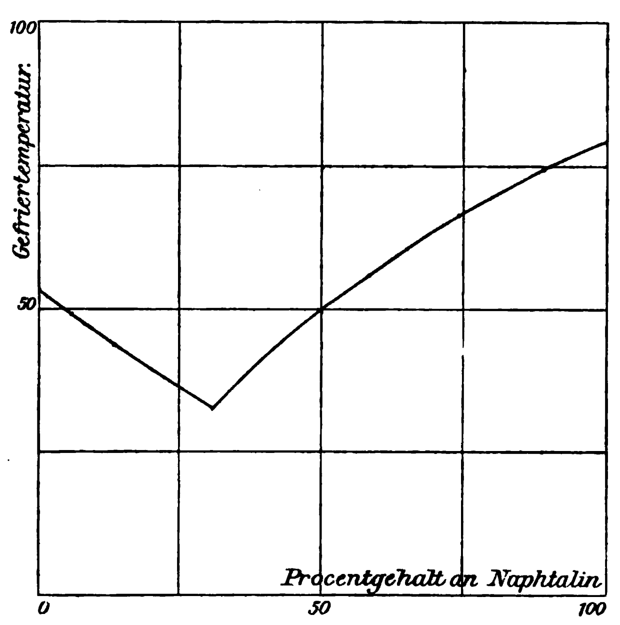


Fig. 596. Schmelzpunkte von Mischungen aus Diphenylamin und Naphtalin.

Körper, die beim Erhitzen weich werden, zeigen häufig keinen bestimmten Schmelzpunkt; es kann dies nach dem vorhergehenden daher rühren, daß dieselben nicht einheitliche Substanzen, sondern Gemische sind. Als kryohydratische Mischungen sind auch die bei konstanten Temperaturen leicht schmelzbaren Legierungen zu betrachten.

§ 629. Volumenverhältnisse bei Zustandsänderungen; Kurven konstanten Druckes. Kehren wir nun zurück zu den Veränderungen, welche der Aggregatzustand eines einfachen Körpers durch die Wärme erleidet. Um von den damit verbundenen Volumenänderungen ein anschauliches Bild zu bekommen, bedienen wir uns einer Zeichnung, bei der auf der horizontalen Axe die Volumina, auf der vertikalen die Temperaturen abgetragen werden. Wir halten uns im folgenden an das Beispiel des Wassers und setzen zunächst voraus, daß der Druck konstant gleich dem Atmosphärendruck sei. Zu der Konstruktion der Kurve, die das Volumen von 1 g Wasser in seinen verschiedenen Zuständen und Temperaturen darstellt, dienen die folgenden Angaben:

Volumen von 1 g Wasser bei Atmosphärendruck.

0° C.	Eis	1,0909 ccm,	8° C.	Wasser	1,0001 ccm,
0°	Wasser	1,0001 „	100°	„	1,0431 „
4°	„	1,0000 „	100°	Dampf	1650 „

Der Verlauf dieser Zahlen wird durch die Linie $fl\lambda d$ (Fig. 597) in schematischer Weise dargestellt; eine den wirklichen Verhältnissen entsprechende Zeichnung ist wegen der enormen Verschiedenheiten der Volumina nicht möglich. Die gerade Linie $d\,\delta$ stellt die Ausdehnung des nicht gesättigten Dampfes dar, sie entspricht einer Volumenzunahme von $\frac{1}{273}$ des Volumens bei 0° Cels. für je einen Grad und schneidet mit ihrer Verlängerung die Temperaturaxe im absoluten Nullpunkt. Die Linie $f\varphi$ stellt die Volumina des Eises in Temperaturen unter 0° Cels. dar. Die Linie λd entspricht der beim Sieden stattfindenden Volumenvermehrung, die in dem Maße

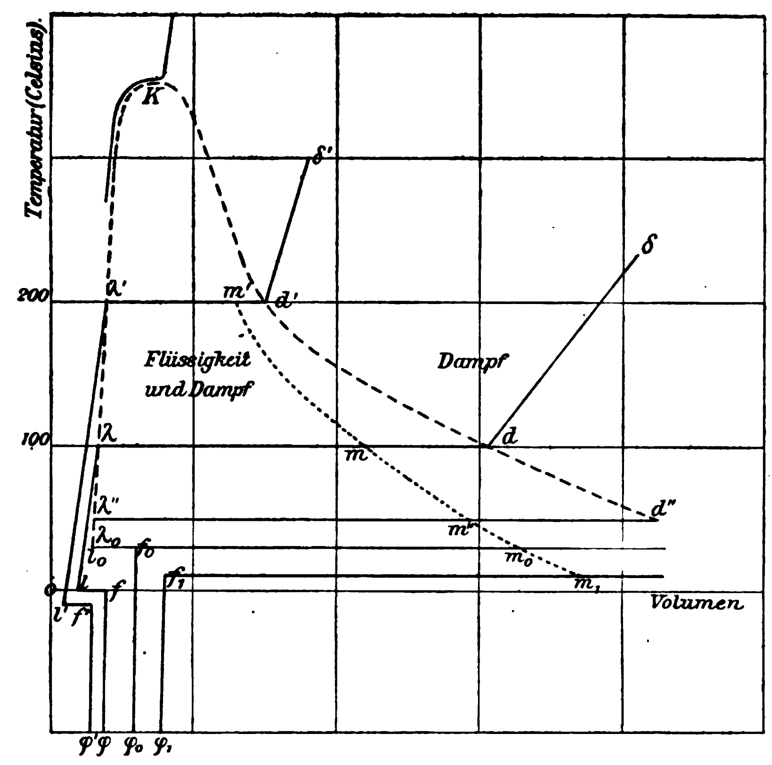


Fig. 597. Isobaren des Wassers.

fortschreitet, in dem das flüssige Wasser sich in Wasserdampf verwandelt. In dem einen Endpunkt bei λ ist noch alles flüssig, in dem anderen d alles in Dampf verwandelt. In einem beliebigen Zwischenpunkt m haben wir Wasser und Dampf im Gleichgewicht nebeneinander; in jedem Punkt m wird die Menge des noch vorhandenen Wassers und die des gebildeten Dampfes vollständig bestimmt sein. Gehen wir nun über zu einem höheren Druck, etwa einem von 11689 mm Quecksilber oder 15,4 Atmosphären, so erhalten wir wegen der Kompression des Wassers eine Kurve, die in dem der flüssigen Phase entsprechenden Teile links von $l\lambda$ liegt. Die Siedetemperatur liegt bei 200°, der bei konstanter Temperatur sich

vollziehende Übergang vom flüssigen zum dampfförmigen Zustand vollzieht sich auf der durch den Punkt 200 der vertikalen Axe gehenden Horizontalen. Die neue, für den Druck von 15,4 Atmosphären geltende Kurve kann die dem Druck einer Atmosphäre entsprechende nirgends durchschneiden; ihr Verlauf ist durch den Linienzug $\varphi' f' l' \lambda' d' \delta'$ in schematischer Weise gegeben. Die Strecke $f' l'$ stellt den Übergang vom festen zum flüssigen Zustand dar, und der Anblick der Figur zeigt daher unmittelbar, daß mit wachsendem Druck die Schmelztemperatur sinkt. Die von uns konstruierten Kurven $\varphi f l \lambda d \delta$ und $\varphi' f' l' \lambda' d' \delta'$ sind dadurch charakterisiert, daß für alle Punkte einer und derselben Kurve der Druck konstant bleibt, während er von einer zur anderen wechselt; die Kurven sind demnach zu bezeichnen als Kurven konstanten Druckes, als Isobaren.

Wenn man die Veränderung der Isobaren bei abnehmendem Druck verfolgt, so kommt man auf eine Kurve von eigentümlicher Gestalt, bei der die Punkte l und λ in einen einzigen Punkt $l_0 \lambda_0$, die beiden horizontalen, das Schmelzen und Verdampfen darstellenden Linien ebenso in eine einzige Linie $l_0 f_0 m_0$ zusammenfallen. Es entspricht diese ausgezeichnete Horizontallinie dem in § 622 besprochenen dreifachen Punkt; bei der Temperatur und dem Druck, welche der Linie $l_0 f_0 m_0$ entsprechen, kann das Eis gleichzeitig schmelzen und sublimieren, die drei Phasen des Wassers sind miteinander im Gleichgewicht. Wird der Druck noch kleiner, so erhält man Isobaren von der Form $\varphi_1 f_1 m_1$; das Eis schmilzt nicht mehr, sondern sublimiert.

Ganz in derselben Weise kann man bei anderen Stoffen die mit den Veränderungen des Aggregatzustandes verbundenen Volumenänderungen darstellen. Man kommt dann zu dem durch die Erfahrung bestätigten Schluß, daß bei allen Substanzen, die sich beim Schmelzen ausdehnen, der Schmelzpunkt mit dem Druck steigt, dagegen bei solchen, die sich, wie Wasser, beim Schmelzen zusammenziehen, mit wachsendem Druck sinkt.

Mit Bezug auf die in § 608 und 611 mitgeteilten Zahlen möge hinzugefügt werden, daß Kohlensäure noch bei Atmosphärendruck sublimiert und erst bei höherem Drucke schmilzt.

§ 630. Kurven konstanter Dampfmenge. Wir haben in unserer Zeichnung zwei Punkte d und d' bestimmt, die dem Volumen des gesättigten Dampfes entsprechen, nachdem eben alles Wasser in Dampf übergegangen ist. Die Menge des Dampfes ist für beide Punkte dieselbe, nämlich 1 g, das Volumen aber ein sehr verschiedenes; in d gleich 1650 ccm, in d' entsprechend einem Druck von 15,4 Atmosphären und einer Temperatur von 200° Cels. ein viel kleineres, nämlich nur gleich 126 ccm. Fügen wir noch die Linie $\lambda'' d''$ hinzu, längs welcher die Verdampfung bei einer Temperatur von 50° Cels. und einem Druck von 91,97 mm vor sich geht, so erhalten wir einen dritten Punkt d''; er entspricht gleichfalls einem Zustande, in welchem nur Wasserdampf vorhanden ist; aber das von dem letzteren eingenommene Volumen beträgt nun 12 049 ccm. Verbinden wir die Punkte $d'' d d'$ durch eine Kurve,

so ist diese bei niedriger Temperatur nur schwach gegen die Volumenaxe geneigt, steigt dann aber immer steiler empor. Sie scheidet in unserer Zeichnung zwei Gebiete von verschiedenem Charakter. Rechts von ihr entsprechen die einzelnen Punkte Zuständen überhitzten Dampfes; links von ihr liegen die Punkte, welche Gleichgewichtszustände zwischen der flüssigen und der dampfförmigen Phase darstellen. Die Kurve $d'' d d'$ ist aber außerdem als eine Kurve konstanter Dampfmenge zu bezeichnen, denn das Gewicht des Dampfes ist für alle ihre Punkte dasselbe, nämlich 1 g. In dieser Eigenschaft nun ist die Grenzkurve nur die letzte einer ganzen Schar von Kurven, die innerhalb des Übergangsgebietes verlaufen. Wenn wir auf den verschiedenen Verdampfungskurven $\lambda'' d''$, λd, $\lambda' d'$ die Punkte m'', m und m' so wählen, daß die Menge des gebildeten Dampfes in ihnen allen dieselbe ist, so erhalten wir eine Kurve konstanter Dampfmenge. Nach links hin ist eine letzte Kurve konstanter Dampfmenge gegeben durch die Kurve $\lambda_0 \lambda'' \lambda \lambda'$; denn in diesen Punkten beginnt eben erst die Verdampfung, die Dampfmenge ist Null. Die Kurve $\lambda_0 \lambda'' \lambda \lambda'$ scheidet das rechts von ihr liegende Übergangsgebiet von dem linksliegenden Gebiet, dessen Punkte nur Zustände flüssigen Wassers darstellen; in dem Übergangsgebiet selber können wir die Kurven verschiedener konstanter Dampfmengen ziehen und je weiter rechts eine solche Kurve liegt, einer um so größeren Dampfmenge entspricht sie.

§ 631. Nebelbildung. In der Ebene unserer Zeichnung (Fig. 598) nehmen wir in dem Übergangsgebiet irgend einen Punkt A; er stellt

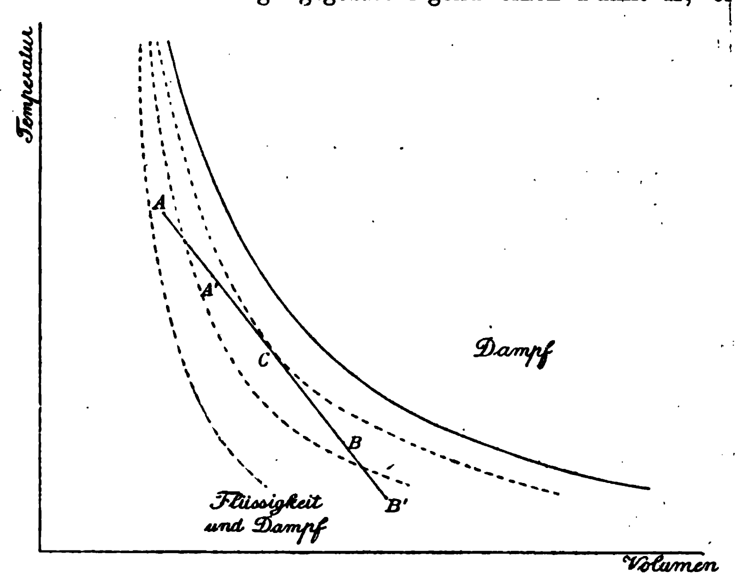
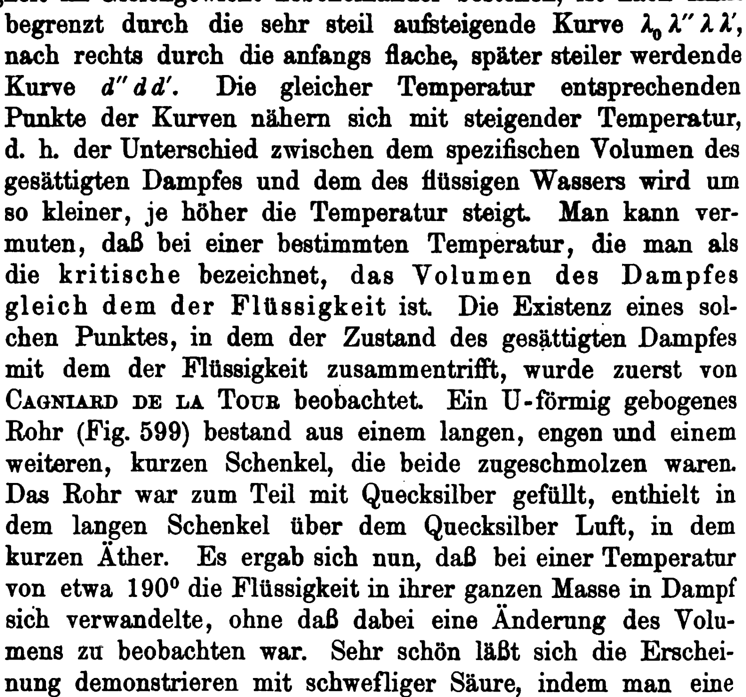


Fig. 598.

ein bestimmtes Volumen, eine bestimmte Temperatur dar. Das Volumen ist zu einem Teil durch flüssiges, zum anderen durch dampfförmiges

Wasser ausgefüllt. Jetzt wollen wir das Volumen plötzlich in adiabatischer Weise vergrößern; es fragt sich, ob dann Wasser verdampft oder ob umgekehrt Wasserdampf sich niederschlägt, ob Nebelbildung eintritt. Um die Frage zu entscheiden, ziehen wir durch den Punkt A eine adiabatische Kurve AB; sie ist in der Figur durch die ausgezogene, von A entspringende Linie dargestellt. Nun ergiebt die genauere Untersuchung folgendes. Es existiert eine bestimmte Kurve konstanter Dampfmenge, welche die adiabatische Kurve berührt, und zwar von der rechten Seite her. Der Berührungspunkt sei C; liegt nun der Punkt A, wie in der Zeichnung, oberhalb von C, so führt eine Bewegung von A nach A' im Sinne wachsenden Volumens von Kurven kleinerer Dampfmenge zu solchen von größerer, die Bewegung ist also mit Verdampfung verbunden. Liegt aber der Ausgangspunkt des Zustandes unterhalb von C, etwa bei B, so führt eine Bewegung von B nach B' zu Kurven von kleinerer Dampfmenge, die Volumenvergrößerung ist also mit Nebelbildung verbunden; man kann eine solche bei der Öffnung von gut verkorkten Flaschen häufig beobachten, wobei allerdings auch die adiabatische Ausdehnung der Luft eine Rolle spielt.

§ 632. Der kritische Punkt. Das Übergangsgebiet, in dem Dampf und Flüssigkeit im Gleichgewicht nebeneinander bestehen, ist nach links begrenzt durch die sehr steil aufsteigende Kurve $\lambda_0 \lambda'' \lambda \lambda'$, nach rechts durch die anfangs flache, später steiler werdende Kurve $d'' d d'$. Die gleicher Temperatur entsprechenden Punkte der Kurven nähern sich mit steigender Temperatur, d. h. der Unterschied zwischen dem spezifischen Volumen des gesättigten Dampfes und dem des flüssigen Wassers wird um so kleiner, je höher die Temperatur steigt. Man kann vermuten, daß bei einer bestimmten Temperatur, die man als die kritische bezeichnet, das Volumen des Dampfes gleich dem der Flüssigkeit ist. Die Existenz eines solchen Punktes, in dem der Zustand des gesättigten Dampfes mit dem der Flüssigkeit zusammentrifft, wurde zuerst von CAGNIARD DE LA TOUR beobachtet. Ein U-förmig gebogenes Rohr (Fig. 599) bestand aus einem langen, engen und einem weiteren, kurzen Schenkel, die beide zugeschmolzen waren. Das Rohr war zum Teil mit Quecksilber gefüllt, enthielt in dem langen Schenkel über dem Quecksilber Luft, in dem kurzen Äther. Es ergab sich nun, daß bei einer Temperatur von etwa 190° die Flüssigkeit in ihrer ganzen Masse in Dampf sich verwandelte, ohne daß dabei eine Änderung des Volumens zu beobachten war. Sehr schön läßt sich die Erscheinung demonstrieren mit schwefliger Säure, indem man eine starkwandige Glasröhre (Fig. 600) etwa zur Hälfte mit flüssiger Säure füllt, während der übrige Raum von ihrem Dampfe eingenommen ist. Das obere Ende der Röhre wird zugeschmolzen. Erhitzt man sie in einem



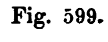


Fig. 599.

Paraffinbad auf 155°, so verschwindet plötzlich die Grenze zwischen Flüssigkeit und Dampf, und das Ganze hat sich mit homogener Substanz erfüllt.

Wenn man, nachdem die Temperatur über den kritischen Punkt gestiegen war, Wärme entzieht, so findet nicht eine allmählich fortschreitende Kondensation statt, sondern bei der kritischen Temperatur bildet sich plötzlich in der Mitte der Röhre eine schmale, durch zwei horizontale Flächen begrenzte Nebelschicht; während sie verschwindet, tritt in ihrer Mitte die Grenzfläche zwischen dem dampfförmigen und dem flüssigen Teil der schwefligen Säure hervor. Sie ist zunächst ganz eben, ein Zeichen, daß keine merkliche Kapillarspannung an der Grenze von Flüssigkeit und Dampf vorhanden ist. Zu Anfang zieht sie sich auffallend schnell gegen das untere Ende der Röhre hin zurück; dies zeigt, daß die Wärmeausdehnung der flüssigen schwefligen Säure in der Nähe des kritischen Punktes ungewöhnlich groß ist. Allmählich wird die Kontraktion schwächer und zugleich tritt die Krümmung des Oberflächenmeniskus mehr und mehr hervor.

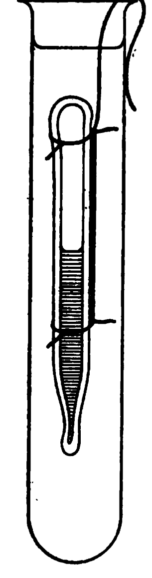


Fig. 600.

Nach diesen Beobachtungen hört bei der kritischen Temperatur der Unterschied zwischen Flüssigkeit und Dampf auf, über derselben existiert die Substanz nur noch in dem Zustande des Dampfes. Der kritische Punkt K (Fig. 597), in dem das Volumen des Dampfes gleich dem der Flüssigkeit ist, liegt auf einer Kurve konstanten Druckes; diese ist dadurch ausgezeichnet, daß ihre horizontale Strecke λd verschwindend klein ist. Den ihr angehörenden Druck, der zugleich der Druck des kritischen Punktes ist, nennen wir den kritischen Druck; das gemeinsame Volumen von Flüssigkeit und Dampf das kritische Volumen.

§ 633. Der kritische Punkt und die Zustandsgleichung von van der Waals. Die Abweichungen, welche die Gase in ihrem Verhalten bei Druck- und Temperaturänderungen von den Gesetzen von Boyle-Mariotte und Gay-Lussac zeigen, führen zu der von van der Waals aufgestellten Gleichung:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = mRT,$$

die wir schon im § 175 besprochen haben.

b ist der Grenzwert, dem das Volumen des Gases zustrebt, wenn die Temperatur bis zum absoluten Nullpunkt herabsinkt; $\frac{a}{v^2}$ ist der aus der wechselseitigen Anziehung der Gasmoleküle resultierende Druck, der seinem Wesen nach identisch ist mit dem in § 169 betrachteten Kapillardruck K. Solange das Volumen v groß ist, kann $\frac{a}{v^2}$ vernachlässigt werden; es ist dann bei konstantem Druck das um b verminderte Gas-

volumen der absoluten Temperatur proportional. Wir ziehen die horizontale Axe, auf der die Volumina abgetragen werden, durch den absoluten Nullpunkt der Temperatur, und bestimmen auf ihr einen Punkt B (Fig. 601), der von dem Kreuzungspunkt der Axen um die Strecke b abliegt; für größere Volumina, als in unserer Zeichnung dargestellt werden konnten, sind dann die Kurven konstanten Druckes durch gerade Linien repräsentiert, die gegen den Punkt B konvergieren, nicht mehr gegen den absoluten Nullpunkt selbst wie in Figur 597. Bei kleinerem Volumen

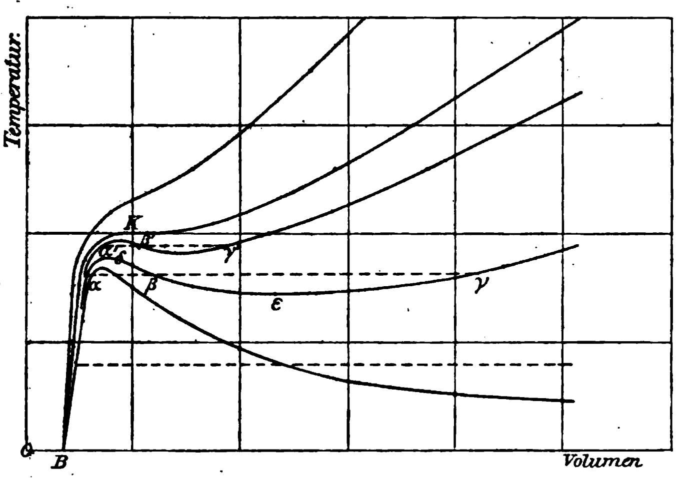


Fig. 601. Isobaren nach VAN DER WAALS.

weichen, wie die geometrische Konstruktion zeigt, die Kurven konstanten Druckes von den Geraden ab und es ergeben sich bei allmählich abnehmendem Druck die in Figur 601 gezeichneten Formen. Dabei fällt auf, daß unterhalb eines gewissen Druckes zu einer bestimmten Temperatur drei verschiedene Volumina gehören, entsprechend den drei Schnittpunkten $\alpha\beta\gamma$ einer horizontalen Isotherme mit der VAN DER WAALSschen Kurve. Die Vergleichung der Figuren 597 und 601 legt die Vermutung nahe, daß der Punkt α dem Zustand der flüssigen Substanz, dem Punkt λ von Figur 597, der Punkt γ dem des Dampfes, dem Punkt d der Figur 597, entspreche. In der Figur 597 gelangen wir von dem Zustand der Flüssigkeit zu dem des Dampfes durch die horizontale Linie λd; in ihren Punkten ist aber die Substanz nicht mehr homogen, sondern besteht aus zwei heterogenen Teilen, der flüssigen und der dampfförmigen Phase; im Gegensatz hierzu führt in der Figur 601 der stetige Zug der VAN DER WAALSschen Kurve von α nach γ. Wir können damit die Vorstellung verbinden, daß auf dem Wege $\alpha\delta\beta\varepsilon\gamma$ ein stetiger Übergang vom flüssigen in den dampfförmigen Zustand möglich sei. Allerdings werden wir sofort bemerken, daß die Realisierung gewisser Zustände der Übergangskurve von vornherein ausgeschlossen scheint. In dem Teil $\delta\varepsilon$, der den höchsten mit dem tief-

sten Punkt verbindet, wird durch Wärmezufuhr Abkühlung erzeugt. Es leuchtet ein, daß ein solcher Zustand eines Körpers nicht bestehen kann, da die Abkühlung vermehrte Wärmezufuhr und damit unaufhaltsam ein weiteres Fortschreiten des Prozesses zur Folge haben muß.

Wenn wir die Kurven konstanten Druckes bei allmählich wachsendem Drucke verfolgen, so sehen wir, daß die Schnittpunkte $\alpha\beta\gamma$ der Kurven mit einer horizontalen geraden Linie einander näher und näher rücken, bis wir endlich zu einer Kurve kommen, bei der die drei Punkte in einen einzigen, K, zusammenfallen, der dann einen Wendepunkt der Kurve mit horizontal liegender Tangente repräsentiert. Dieser Punkt K entspricht offenbar dem kritischen Punkte; die Volumina der flüssigen und dampfförmigen Phase sind gleich, und da der mittlere, unmöglichen Zuständen entsprechende Teil der Kurve weggefallen ist, so kann man hier den Zustand der Flüssigkeit in der That kontinuierlich in den des Gases überführen. Die Frage nach den kritischen Werten der Zustandsgrößen ist hiermit zu einer rein geometrischen geworden. Bezeichnen wir durch π_0, φ_0, ϑ_0 die Werte des kritischen Druckes, des kritischen Volumens und der kritischen Temperatur, so hat man die Bedingung dafür zu suchen, daß der Punkt φ_0, ϑ_0 ein Wendepunkt mit horizontaler Tangente für die Kurve mit dem konstanten Druck π_0 ist. Die Auflösung führt zu den folgenden Beziehungen zwischen den kritischen Zustandsgrößen und den Konstanten der van der Waalsschen Gleichung:

$$\varphi_0 = 3b, \qquad 3\pi_0\varphi_0^2 = a, \qquad \pi_0\varphi_0 = \tfrac{3}{8} mR\vartheta_0.$$

Es ergiebt sich also das wichtige Resultat, daß die Daten des kritischen Punktes aus den Abweichungen von dem Boyle-Gay-Lussacschen Gesetze berechnet werden können.

§ 634. Die Spannkraftskurve. Kehren wir zurück zu der Betrachtung der gewellten Kurve $\alpha\delta\beta\varepsilon\gamma$, durch welche unterhalb des kritischen Punktes der Übergang zwischen der flüssigen und der dampfförmigen Phase vermittelt wird. Der Siedepunkt ist dadurch bestimmt, daß bei den ihm entsprechenden Werten von Druck und Temperatur Flüssigkeit und Dampf im Gleichgewicht nebeneinander bestehen können. Dies aber ist nach der in § 623 entwickelten Theorie der Fall, wenn die thermodynamischen Potentiale der beiden Phasen gleich sind. Wenn also die horizontale Linie $\alpha\gamma$ dem Prozeß des Siedens entsprechen soll, so müssen die beiden Punkte α und γ, deren einer die flüssige, deren anderer die dampfförmige Phase darstellt, nicht bloß gleiche Temperatur, sondern auch gleiches Potential besitzen; hiermit ist die Möglichkeit gewonnen, aus den Konstanten der van der Waalsschen Gleichung auch die Siedetemperatur, die einer gegebenen Kurve konstanten Druckes zugehört, sowie die spezifischen Volumina der Flüssigkeit und des Dampfes bei der Siedetemperatur zu bestimmen. Die Beziehung zwischen Siedepunkt und Druck ist ja aber dieselbe, wie die zwischen Temperatur und

Sättigungsdruck; es ist also damit ein Weg gegeben, auf dem man zu einer theoretischen Bestimmung der Spannkraftskurve gelangen kann. In Figur 601 sind die horizontalen Isothermen so gezogen, daß sie den Siedetemperaturen der verschiedenen Drucke entsprechen.

Zugleich ergiebt sich, daß die in § 630 besprochenen Grenzkurven $\lambda_0 \lambda'' \lambda \lambda'$ und $d'' d d'$ in der That Zweige einer und derselben zusammenhängenden Kurve, $\alpha \alpha' K \gamma' \gamma$ (Fig. 601), sind.

§ 635. Die labilen Zustände. In der VAN DER WAALSschen Kurve würde der Teil $\alpha \delta$ einem Zustande der flüssigen Phase entsprechen, bei dem sie über den Siedepunkt erhitzt ist; nun ist in der That bei den Flüssigkeiten der Siedeverzug eine wohl bekannte Erscheinung; man kann eine Flüssigkeit weit über ihren Siedepunkt erhitzen, ohne daß sie siedet. Man bezeichnet eine solche Flüssigkeit als eine überhitzte. Die Möglichkeit ihrer Existenz ist aber an die Bedingung geknüpft, daß gleichzeitig kein Dampf anwesend ist; denn zwischen diesem und der Flüssigkeit kann Gleichgewicht eben nur bei der Siedetemperatur bestehen. Sobald also zu der überhitzten Flüssigkeit Dampf tritt, kann ihr Zustand nicht weiter beharren; ein Teil verwandelt sich in Dampf und gleichzeitig sinkt die Temperatur bis zum Siedepunkt. Analoges gilt von dem Teile $\gamma \varepsilon$ der Kurve; in ihm ist der Dampf unter die Sättigungstemperatur abgekühlt, man nennt den Dampf einen unterkühlten. Er ist seinerseits nur existenzfähig, solange keine Spur der flüssigen Phase zugegen ist. Sobald dies der Fall ist, kann wegen der Ungleichheit der thermodynamischen Potentiale Gleichgewicht nicht bestehen, ein Teil des Dampfes muß sich kondensieren, und die Temperatur gleichzeitig bis zum Siedepunkt steigen. Der Unterkühlung des Dampfes durchaus analog ist der Erstarrungsverzug, den man bei flüssigen Substanzen und den sogenannten übersättigten Lösungen häufig beobachtet.

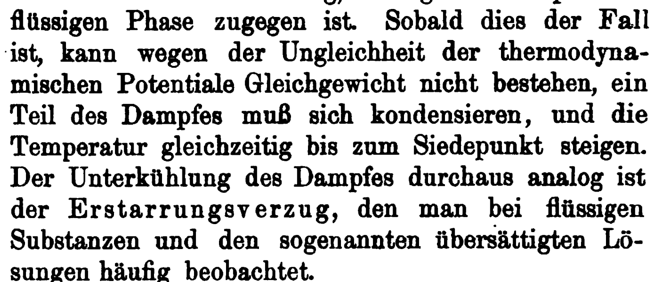




Fig. 602. Siedeverzug.

Zur Beobachtung des Siedeverzuges einer überhitzten Substanz benützt man zweckmäßig eine Seifenlösung, die man in dem durch Figur 602 dargestellten Gefäß langsam erhitzt. Erst wenn die Temperatur weit über den eigentlichen Siedepunkt gestiegen ist, tritt eine stoßweise Dampfbildung ein, bei der die Flüssigkeit explosionsartig in die Höhe geschleudert wird. Unterkühlten Dampf kann man bei jeder Kochflasche erzeugen, wenn man den Dampfstrahl durch eine engere Glasröhre austreten läßt. In dem Raume rs (Fig. 603) zwischen der Mündung des Rohres und der Stelle, wo der Strahl durch Kondensation sichtbar wird, befindet sich unterkühlter Dampf. Man schließt dies

daraus, daß durch verschiedene äußere Einwirkungen der Punkt *s*, an dem die Kondensation beginnt, gegen die Mündung der Röhre verschoben, der sichtbare Teil des Strahles verlängert werden kann. In diesem Sinne wirken unsichtbare Staubteilchen, die in den Strahl gelangen, Flammen, die in der Nähe des Strahles entzündet werden, elektrische Entladungen.[1]

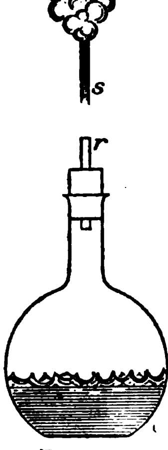


Fig. 603. Kondensationsverzug.

Flüssigkeiten, die, unter ihren Erstarrungspunkt abgekühlt, unterkühlt sind, krystallisieren sofort, wenn der kleinste Krystall ihrer festen Phase in die Flüssigkeit geworfen wird. Ebenso können äußere Erschütterungen ein plötzliches Erstarren bewirken.

Auch die Theorie der labilen Zustände läßt sich mit Hilfe des thermodynamischen Potentials in einfacher Weise entwickeln. Nehmen wir an, wir hätten bei derselben Temperatur und demselben Druck zwei verschiedene Phasen eines Körpers, z. B. flüssiges Wasser und Eis. Wenn der durch Temperatur und Druck dargestellte Punkt der Zeichenebene (vgl. Fig. 592 und 595) nicht einer Übergangskurve angehört, so ist immer eine der beiden Phasen labil, und zwar diejenige, deren Potential den größeren Wert hat. Die Umwandlung der Substanz erfolgt also immer von der Phase mit höherem Potential zu der mit niedrigerem, und dadurch ist wieder eine gewisse Analogie mit dem Verhalten der Elektrizität gegeben.

§ 636. Die reduzierte Zustandsgleichung. Die Zustandsgleichung von van der Waals kommt auf eine besonders einfache Form, wenn man Druck, Volumen und Temperatur in Teilen der kritischen Werte π_0, φ_0 und ϑ_0 mißt; die Größen, die sich in dieser Weise ergeben, nennt man die reduzierten Zustandsgrößen. Bezeichnen wir den reduzierten Druck durch π, das reduzierte Volumen durch φ, die reduzierte Temperatur durch ϑ, so ist:

$$\pi = \frac{p}{\pi_0}\,, \quad \varphi = \frac{v}{\varphi_0}\,, \quad \vartheta = \frac{T}{\vartheta_0}\,.$$

Die Konstanten der van der Waalsschen Formel können nach § 633 durch die kritischen Daten π_0, φ_0, ϑ_0 ausgedrückt werden; thut man dies, so ergiebt sich die Beziehung:

$$\left(\pi + \frac{3}{\varphi^2}\right)(\varphi - \tfrac{1}{3}) = \tfrac{8}{3}\,\vartheta,$$

in der nur noch die reduzierten Zustandsgrößen enthalten sind. Die individuellen Verschiedenheiten der Körper sind aus der Zustandsgleichung vollkommen verschwunden; sie bestimmen nur den Maßstab, nach dem

[1] Robert von Helmholtz, Versuche mit einem Dampfstrahl. Wied. Ann. 1887. Bd. 32. p. 1.

die Zustandsgrößen gemessen werden, und dieser ist für jeden Körper ein eigentümlicher, durch seine besondere Natur bestimmter. Wenn wir aber diesen Maßstab wählen, so sind die VAN DER WAALSschen Kurven für alle Stoffe identisch dieselben. In der That haben wir dieses System schon der Figur 601 zu Grunde gelegt; die in derselben gezeichneten Kurven konstanten Druckes entsprechen den Werten:

$$\pi = \tfrac{8}{5},\ 1,\ \tfrac{4}{5},\ \tfrac{2}{5},\ 0,$$

sie geben für jeden beliebigen Körper die Kurven, für welche der Druck gleich dem angegebenen Teile des kritischen Druckes ist. Es ergiebt sich weiter, daß auch die Siedetemperaturen und die spezifischen Volumina von Flüssigkeit und Dampf dieselben Werte für alle Substanzen besitzen müssen, wenn man die kritischen Daten als Maßeinheiten benützt. Diese Konsequenzen der VAN DER WAALSschen Theorie, ebenso wie die in § 633 und 634 entwickelten, werden durch die Erfahrung nur unvollkommen bestätigt; es bleibt zu untersuchen, welche Einflüsse in Rechnung zu ziehen sind, um die Abweichungen zwischen Theorie und Erfahrung zu beseitigen.[1]

§ 637. Die Kondensation der Gase. Wenn es für jeden Stoff eine kritische Temperatur giebt, oberhalb deren er im flüssigen Zustand nicht mehr existiert, so ist der Versuch, ein Gas zu kondensieren, natürlich von vornherein aussichtslos, so lange die Temperatur nicht unter den kritischen Punkt herabgedrückt ist. So konnten die von NATTERER in großem Maßstabe angestellten Versuche, die sogenannten permanenten Gase zu verflüssigen, keinen Erfolg haben, wenn es ihm auch gelang zu zeigen, daß die Gase bei hohen Drucken in ihrem Verhalten weit von dem BOYLE-MARIOTTEschen Gesetze abweichen. Da die kritischen Temperaturen von Sauerstoff und Stickstoff nach späteren Erfahrungen bei -119^{0} Cels. und -146^{0} Cels. liegen, so bedarf es außerordentlicher Hilfsmittel, um ihre Kondensation zu ermöglichen.

Die Gase selbst werden über Quecksilber in einem Glasgefäß abgesperrt, das oben in eine zweimal rechtwinklig umgebogene Kapillare übergeht (Fig. 604). Dieses Gefäß ist in einem mit Quecksilber gefüllten schmiedeeisernen Cylinder eingeschlossen, in dem die Kompression mit Hilfe einer Pumpe bewirkt wird. Das Gas kann auf diese Weise schließlich in dem vertikal nach unten gehenden Teil der umgebogenen Kapillare zusammengedrängt werden. Aber nun handelt es sich darum, die Röhre auf die kritische Temperatur des Gases abzukühlen. Zu diesem Zweck ist die Kapillare luftdicht in eine Glasglocke eingeführt, welche mit einer Luftpumpe in Verbindung gebracht werden kann. Die er-

[1] RIECKE, Der Satz vom thermodynamischen Potential beim Gleichgewichte eines heterogenen Systems mit Anwendung auf die Theorie von VAN DER WAALS und das Gesetz des Siedepunktes. WIED. Ann. 1894. Bd. 53. p. 379. — RIECKE, Über die Zustandsgleichung von CLAUSIUS. Ibid. 1895. Bd. 54. p. 739.

forderliche niedrige Temperatur wird dadurch erzeugt, daß man flüssiges Äthylen in der Glocke durch fortgesetztes Evakuieren bei sehr niedriger Temperatur sieden läßt. Das Äthylen wird in flüssigem Zustande in einer schmiedeeisernen, von einer Kältemischung umgebenen Flasche aufbewahrt, es tritt aus derselben in ein kupfernes Rohr; dieses liegt mit einem spiralförmig gewundenen Teile in einem Gemisch von fester Kohlensäure und Äther, so daß die Temperatur des in die Glasglocke einfließenden Äthylens etwa —100° C. beträgt. Wenn dieses unter einem Drucke von 25 mm Quecksilber verdampft, so beträgt die mit einem

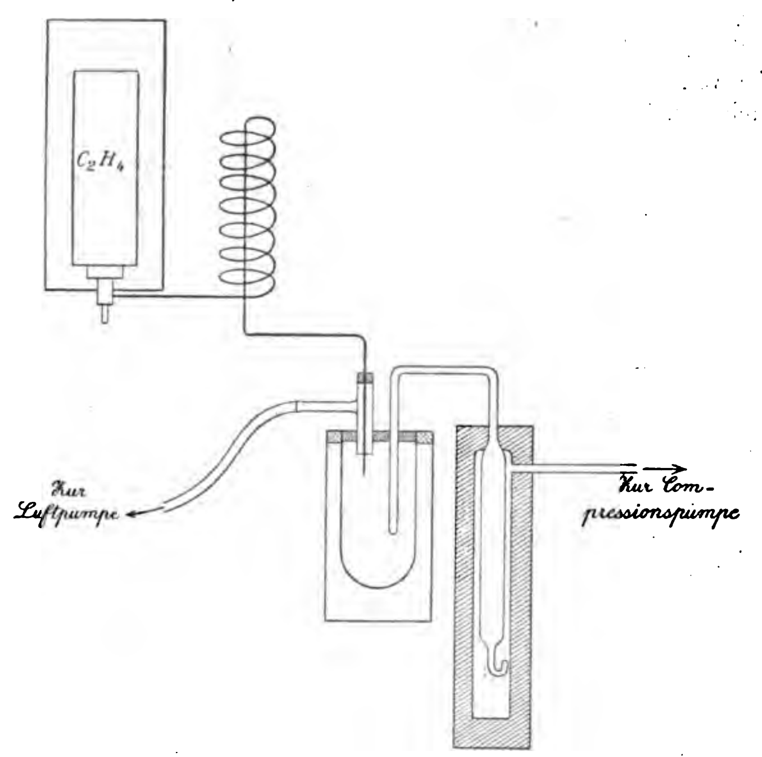


Fig. 604. Verflüssigung von O, N und CO.

Wasserstoffthermometer gemessene Temperatur in der Glasglocke — 136° C. Unter diesen Umständen wird der Sauerstoff unter einem Druck von 20 Atmosphären ohne weiteres flüssig. Bei Kohlenoxyd und Stickstoff liegt die kritische Temperatur tiefer; man erhält diese Gase wenigstens vorübergehend in flüssigem Zustand, wenn man sie auf etwa 150 Atmosphären komprimiert und dann sich expandieren läßt. Die durch die Ausdehnung erzeugte Abkühlung genügt, um einen Teil der Masse in flüssigen Zustand überzuführen, ein Prinzip, das auch zur Kondensation des Wasserstoffes mit Erfolg angewandt worden ist. Wenn man die

Wirkung der Pumpe so reguliert, daß das Äthylen bei einem Druck von 1 mm verdampft, so sinkt die Temperatur in der Glasglocke auf — 152° C., und jetzt gelingt es, Stickstoff, Kohlenoxyd, atmosphärische Luft direkt zu verflüssigen. Läßt man nun die Flüssigkeiten verdampfen, indem man gleichzeitig den über der Flüssigkeit befindlichen Raum evakuiert, so wird Kohlenoxyd bei — 199°, Stickstoff bei — 203° fest. Die Temperaturen sind auf thermoelektrischem Wege bestimmt. Das Wasserstoffthermometer, das bis zu — 193° C. mit den Angaben des Thermoelementes übereinstimmt, beginnt bei diesen Temperaturen abzuweichen, was darauf hindeutet, daß man sich der Verflüssigungstemperatur nähert.[1]

Die folgende Tabelle enthält einige Angaben über die Sättigungsdrucke von Sauerstoff, Stickstoff und Kohlenoxyd bei den niedrigsten beobachteten Temperaturen:

Temperatur	Sättigungsdruck in Millimetern		
	Sauerstoff	Stickstoff	Kohlenoxyd
– 130° C.	26 250	—	—
140	18 040	—	—
150	—	19 620	15 830
160	—	10 740	9 580
180	820	—	—
190	160	1 070	735
– 200	20	160	77

§ 638. Die Kältemaschine von Linde. Ein anderes und einfacheres Verfahren zur Erreichung von tiefen Temperaturen und zur Kondensation der Gase beruht auf einer in § 593 erwähnten Thatsache. Wenn ein Gas aus einem Raum mit höherem Druck durch ein Ventil einfach ausströmt, ohne äußere Arbeit zu leisten, so kühlt es sich ab; die an sich sehr kleine Abkühlung ist einerseits um so größer, je größer der Drucküberschuß des komprimierten Gases über den Druck des Raumes, nach dem die Ausströmung stattfindet; andererseits ist aber die Abkühlung dem Quadrat der absoluten Temperatur des komprimierten Gases umgekehrt proportional, so daß sie erheblich zunimmt, wenn man jene Temperatur erniedrigt. Wesentlich hierauf beruht die Wirksamkeit einer von Linde[2] konstruierten Maschine, bei der die kleinen, durch Ausströmung erzielten Temperaturerniedrigungen in höchst sinnreicher Weise summiert werden, so daß die Temperatur stetig bis zu den tiefsten erreichbaren Temperaturen sinkt. Durch einen Kompressor *K* (Fig. 605) wird das Gas in einem geschlossenen Röhrensystem in fortdauernder

[1] Wroblewski und Olszewski, Über die Verflüssigung des Sauerstoffes, Stickstoffes und Kohlenoxyds. Wied. Ann. 1883. Bd. 20. p. 243. — Wroblewski, Über den Gebrauch des siedenden Sauerstoffes, Stickstoffes, Kohlenoxyds, sowie der atmosphärischen Luft als Kältemittel. Wied. Ann. 1885. Bd. 25. p. 371.

[2] C. Linde, Erzielung niedrigster Temperaturen. Gasverflüssigung. Wied. Ann. 1896. Bd. 57. p. 328.

Zirkulation erhalten. Es wird angesaugt durch das Rohr A und auf einen Druck von vielleicht 50 Atmosphären komprimiert in der Röhre B; die durch die Kompression erzeugte Wärme wird dem Gas vollständig entzogen dadurch, daß die Röhre B durch einen Kühler hindurchgeführt ist. Das komprimierte Gas kommt also stets mit der Temperatur t des Kühlers in dem Apparate G an, der den wichtigsten Bestandteil der ganzen Maschine bildet und als **Gegenstromapparat** bezeichnet wird. Er besteht aus zwei einander umschließenden Röhren, von denen die innere eine unmittelbare Fortsetzung von B bildet; nach unten ist sie durch das Ventil V gegen das Sammelgefäß S abgeschlossen, nach dem bei der Öffnung von V die Ausströmung erfolgt. Von dem Sammelgefäß führt eine Verbindungsröhre nach dem weiteren umschließenden Rohre des Gegenstromapparates; dieses ist seinerseits wieder mit der Röhre A verbunden, so daß das vom Kompressor angesaugte Gas aus dem Sammelgefäß durch den äußeren Mantel des Gegenstromapparates hindurchstreicht. Um von der Wirkung der Maschine ein Bild zu gewinnen, ersetzen wir ihren kontinuierlichen Gang durch einen stoßweisen, wobei wir zunächst annehmen, daß überall die Temperatur t des Kühlers herrsche. Wir lassen nun eine gewisse Gasmenge m_1 aus dem Ventil V in den Sammelraum S ausströmen und durch den Mantel von G nach K zurückgehen. Die Temperatur sinke dabei auf $(t - \tau_1)$ Grade. Das so abgekühlte Gas wird einer zweiten Gasmenge m_2, die durch den Kühler hindurch in der inneren Röhre von G an Stelle der eben ausgeströmten Menge m_1 getreten ist, Wärme entziehen; die Temperatur von m_2 sinke dadurch auf $t - \varepsilon\tau_1$, wo ε jedenfalls ein echter Bruch sein muß. Lassen wir nun m_2 durch das Ventil V ausströmen, so wird seine Temperatur erniedrigt auf $t - \varepsilon\tau_1 - \tau_2$, wo nach dem zu Anfang erwähnten Satz $\tau_2 > \tau_1$. Dem abgekühlten Gase strömt beim Rückgang nach dem Kompressor Wärme zu aus einer dritten Gasmenge m_3, die von dem Kühler her in die innere Röhre von G getreten ist; die Temperatur von m_3 wird dadurch erniedrigt auf $t - \varepsilon^2\tau_1 - \varepsilon\tau_2$; strömt m_3 nach dem Sammelgefäß aus, so ergiebt sich eine weitere Temperaturabnahme τ_3, und die Temperatur des ausgeströmten Gases ist daher $t - \varepsilon^2\tau_1 - \varepsilon\tau_2 - \tau_3$,

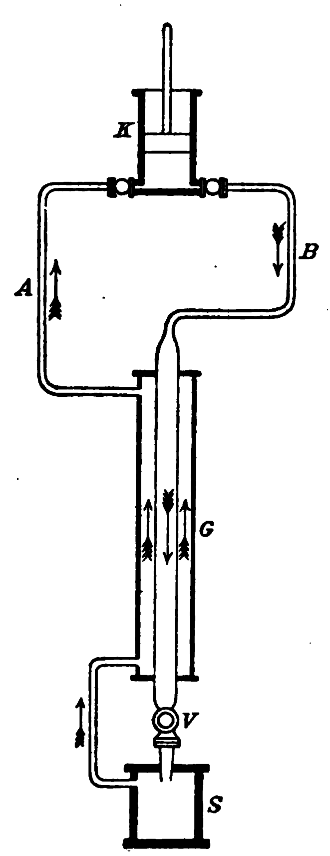


Fig. 605. Kältemaschine.

wo: $\tau_3 > \tau_2 > \tau_1$. Man sieht, wie bei der Fortsetzung des Verfahrens die Temperatur des ausströmenden Gases immer mehr sinkt. Schließlich wird auf diese Weise die kritische Temperatur erreicht und überschritten; die Kondensation des Gases in dem Sammelgefäß *G* beginnt, sobald die Temperatur gleich der Sättigungstemperatur für den in *G* herrschenden Druck ist. Bei einem kontinuierlich wirkenden Apparat erfolgt die Temperaturabnahme ganz stetig, und man kann damit verhältnismäßig leicht Temperaturen von $-200°$ Cels. erreichen und beliebige Mengen von Luft flüssig machen.

§ 639. Kritische Daten. In den folgenden Tabellen sind für eine Reihe von Stoffen die kritischen Daten zusammengestellt; zuerst für diejenigen Gase, die man früher als permanente zu bezeichnen pflegte: die Tabelle ist ergänzt durch die Werte von anderen wichtigen Konstanten, soweit sie bekannt sind. Argon ist das neue in der Atmosphäre entdeckte Gas; die Temperaturen sind nach Celsiusgraden gerechnet. Bei den übrigen Stoffen sind die kritischen Temperaturen und die Siedetemperaturen nach der absoluten Skala angegeben; die für die Siedetemperaturen geltenden Zahlen sind etwa gleich $^2/_3$ der absoluten kritischen Temperaturen.

	Kritische Temp. nach Celsius	Kritischer Druck in Atmosph.	Siedepunkt	Schmelzpunkt	Schmelzdruck in mm Quecksilber	Dichte der Flüssigkeit beim Siedepunkt
Wasserstoff	−220	20	—	—	—	—
Stickstoff	−146	35	−194,4	−214	60	0,885
Kohlenoxyd	−139,5	35,5	−190	−207	100	—
Argon	−121,0	50,6	−186,9	−189,6	—	1,5
Sauerstoff	−118,8	50,8	−182,7	—	—	1,124
Stickoxyd	− 93,5	71,2	−153,6	−167,0	138	—
Methan	− 81,8	54,9	−164,0	−185,8	80	0,415

	Absolute kritische Temperatur	Kritischer Druck in Atmosph.	Kritisches Volumen (Vol. von 1 g in ccm)	Absolute Siedetemperatur
Äthylen, C_2H_4	282	58	—	163
Kohlensäure, CO_2	304	73	—	194
Stickoxydul, N_2O	309	73	—	183
Chlorwasserstoff, HCl	324	86	—	238
Schwefelwasserstoff, H_2S	373	92	—	211
Ammoniak, NH_3	404	114	—	234
Chlor, Cl_2	419	84	—	239
Schweflige Säure, SO_2	428	79	—	263
Stickstoffdioxyd, NO_2	444	—	—	295
Äther, $C_4H_{10}O$	467	35,6	3,801	308
Methylalkohol, CH_3OH	513	78,6	3,697	334
Äthylalkohol, C_2H_5OH	516	68,0	3,636	351
Chloroform, $CHCl_3$	533	55	—	333
Propylalkohol, C_3H_7OH	537	50,2	3,634	370
Schwefelkohlenstoff, CS_2	545	75	—	319
Kohlenstofftetrachlorid, CCl_4	556	45,0	1,799	349

	Absolute kritische Temperatur	Kritischer Druck in Atmosph.	Kritisches Volumen (Vol. von 1 g in ccm)	Absolute Siede-temperatur
Fluorbenzol, C_6H_5F	559	44,6	2,822	358
Benzol, C_6H_6	561	47,9	3,293	353
Zinnchlorid, $SnCl_4$	592	36,9	1,347	387
Essigsäure, CH_3COOH	595	57,1	2,846	391
Chlorbenzol, C_6H_5Cl	633	44,6	2,731	406
Wasser, H_2O	638	200	—	373
Brombenzol, C_6H_5Br	670	44,6	2,059	427
Jodbenzol, C_6H_5J	721	44,6	1,713	458

FÜNFTES BUCH.

WÄRMELEITUNG UND WÄRMESTRAHLUNG.

I. Kapitel. Wärmeleitung.

§ 640. Mitteilung der Wärme. Bei den Untersuchungen der früheren Abschnitte haben wir mehrfach bemerkt, daß die Temperaturen verschiedener Körper sich auszugleichen suchen; bringen wir Körper von verschiedener Temperatur in einen und denselben Raum, so sinkt die Temperatur der heißen oder warmen, es steigt die der kalten oder kühlen Körper, bis sie in vollkommenem Gleichgewicht nebeneinander sich befinden, ihre Temperatur die gleiche geworden ist. Nach der von uns entwickelten Anschauung findet dabei ein Übergang von Wärme zwischen den Körpern statt, und es fragt sich, wie dieser bewerkstelligt wird. Wenn verschieden warme Körper sich unmittelbar berühren, so erfolgt die Mitteilung der Wärme durch Leitung, ebenso, wenn verschiedene Teile eines und desselben Körpers auf verschiedener Temperatur sich befinden. Wenn man eine Metallstange an ihrem einen Ende erhitzt, so fühlt man, daß bald auch die dem erhitzten Ende benachbarten Teile der Stange warm werden, und daß die Erwärmung weiter und weiter nach dem anderen Ende der Stange fortschreitet. Wenn wir einen heißen Körper in Wasser werfen, so wird er den ihn unmittelbar berührenden Teilchen Wärme mitteilen, diese werden infolge ihrer geringeren Dichtigkeit aufsteigen, und es entsteht so in dem Wasser eine Strömung, welche dem heißen Körper fortwährend kältere Teile des Wassers zu- und die erwärmten von ihm wegführt. Die hierdurch bedingte Verbreitung der Wärme nennt man eine konvektive. Konvektion der Wärme findet natürlich ebenso in anderen Flüssigkeiten und in Gasen statt. Man sieht aber leicht, daß diese beiden Arten der Wärmemitteilung nicht die einzigen sein können. Die Wärme, welche durch den leeren Raum hindurch von der Sonne uns zugesandt wird, muß auf eine andere Weise vermittelt sein. Wenn wir ein erhitztes Thermometer in den Rezipienten einer Luftpumpe bringen und rasch evakuieren, so sinkt das Quecksilber, auch wenn alle Luft aus dem Rezipienten entfernt wird. Die Mitteilung der Wärme erfolgt in diesen Fällen durch Strahlung.

§ 641. Wärmeleitung. Wir denken uns aus einem beliebigen Stoffe eine ausgedehnte Platte von d cm Dicke hergestellt; auf der einen Seite

werde sie auf konstanter Temperatur, etwa der des schmelzenden Eises erhalten; auf der anderen Seite befinde sich heißes Wasser. Es strömt dann Wärme hindurch, und die Temperatur des Wassers sinkt; es wird möglich sein, aus dem Sinken des Thermometers die Wärmememenge zu berechnen, welche während der Dauer des Versuches in jeder Sekunde durch die Platte hindurchgeht. Es ergiebt sich dann das folgende Gesetz: Die in einer Sekunde durch die Platte hindurchgehende Wärmemenge ist proportional ihrer Fläche, proportional mit der Temperaturdifferenz zu beiden Seiten der Platte und umgekehrt proportional der Dicke der Platte; bezeichnen wir jene Wärmemenge durch W, die Fläche der Platte durch q, ihre Dicke durch d, die Temperaturdifferenz durch ϑ, so können wir setzen:

$$W = kq\frac{\vartheta}{d}.$$

Hier ist k eine von der Natur der Platte abhängende Konstante, das Wärmeleitungsvermögen. Der Bruch $\frac{\vartheta}{d}$ giebt die Abnahme der Temperatur auf einer Strecke von 1 cm; man bezeichnet ihn als Temperaturgefälle. Wir können daher sagen:

Das Wärmeleitungsvermögen giebt diejenige Anzahl von Kalorien, die durch eine Fläche von 1 qcm bei einem Temperaturgefälle von 1° Cels. pro Centimeter in einer Sekunde hindurchfließen.

In den folgenden Tabellen sind die Wärmeleitungsvermögen einiger Stoffe, in g-cal. in der Sekunde, zusammengestellt.

Silber	1,096	Zinn	0,153
Kupfer	0,680	Eisen	0,152
Magnesium	0,376	Blei	0,078
Aluminium	0,343	Antimon	0,044
Zink	0,280	Quecksilber	0,016
Cadmium	0,220	Wismut	0,014

Das Leitungsvermögen der Metalle für Wärme ist nach dieser Zusammenstellung einigermaßen proportional dem für Elektrizität.

Kalkstein	0,005	Glas	0,0019
Schiefer	0,008	Quarz ⊥ zur Axe	0,0042
Kreide	0,002	Quarz ∥ zur Axe	0,0009

Wasser	0,00124	Äther	0,00040
Alkohol	0,00049	Chloroform	0,00037

Das Wärmeleitungsvermögen der Flüssigkeiten scheint der spezifischen Wärme der Volumeneinheit annähernd proportional zu sein.

Wasserstoff	0,000 332	Stickoxyd	0,000 046
Sauerstoff	0,000 056	Äthylen	0,000 041
Stickstoff	0,000 052	Kohlensäure	0,000 032
Kohlenoxyd	0,000 051		

Die kinetische Theorie der Gase führt zu der Folgerung, daß das Wärmeleitungsvermögen der Gase mit ihrer spezifischen Wärme und ihrer inneren Reibung durch die Gleichung $k = \frac{5}{2} c_v \varrho$ verbunden sei, in der c_v die spezifische Wärme bei konstantem Volumen und ϱ den Koëffizienten der inneren Reibung ($cm^{-1} \cdot g \cdot sec^{-1}$ nach § 175) bezeichnet. Die von uns mitgeteilten numerischen Werte würden indessen eher der Formel $k = \frac{5}{3} c_v \varrho$ sich anpassen.

§ 642. Temperaturleitungsvermögen. An den Begriff des Wärmeleitungsvermögens schließt sich noch ein anderer, für praktische Fragen nicht minder wichtiger, der Begriff des Temperaturleitungsvermögens. Wir betrachten wieder eine von zwei parallelen, etwa horizontalen Ebenen begrenzte Platte; die obere Grenzfläche werde rasch auf eine bestimmte höhere Temperatur gebracht, etwa durch Berührung mit einer erhitzten Flüssigkeit. Wir fragen nach der Art und Weise, in der die Temperatur der oberen Grenzfläche nach unten sich verbreitet. Vor allem werden wir bemerken, daß in diesem Falle das Temperaturgefälle in der Platte nicht gleichmäßig ist. Wir nehmen zwei den Grenzflächen parallele Ebenen im Innern der Platte, die um 1 cm von einander abstehen; an der oberen habe das Temperaturgefälle den Wert g_o, an der unteren den Wert g_u. Dann geht durch 1 qcm der oberen Ebene in 1 Sekunde die Wärmemenge $k g_o$ von oben nach unten hindurch, ebenso durch 1 qcm der unteren Grenzfläche die Wärmemenge $k g_u$. Hier bezeichnet k das Wärmeleitungsvermögen. Der Wärmeinhalt eines zwischen unseren Ebenen abgegrenzten Würfels von 1 cm Kantenlänge wird hiernach um $k(g_o - g_u)$ Wärmeeinheiten vermehrt; ist δ das spezifische Gewicht der Platte, c ihre spezifische Wärme, so steigt die Temperatur des Würfels in 1 Sekunde um

$$\tau = \frac{k}{\delta c}(g_o - g_u)$$

Grade. Bei gleichen Verhältnissen des Temperaturgefälles ist die Temperaturerhöhung dem Wärmeleitungsvermögen direkt, der Dichte und der spezifischen Wärme umgekehrt proportional. Den Koëffizienten $\frac{k}{\delta c}$, von dem hiernach der Betrag der Temperaturerhöhung abhängt, bezeichnet man als Temperaturleitungsvermögen.

Über die Unterschiede des Temperaturleitungsvermögens bei verschiedenen Substanzen kann man sich mit Hilfe des in Figur 606 skizzierten Doppelthermoskopes orientieren. A und B sind die gleich großen Thermometergefäße, die oben mit eben geschliffenen Flächen versehen sind. Sie stehen durch Gummischläuche in Verbindung mit den U-förmig gebogenen Röhren CE und DF. Diese sind bis zu genau derselben Höhe mit Flüssigkeit gefüllt, und dadurch ist die in A und B enthaltene Luft von der Atmosphäre abgesperrt. Auf die ebenen Flächen A und B werden die zu vergleichenden Platten α und β gelegt, auf diese zwei gleiche mit kochendem Wasser gefüllte Zinkbecher gestellt. Unter-

schiede des Temperaturleitungsvermögens geben sich durch das verschieden rasche Steigen der Flüssigkeit in den Kapillaren *E* und *F* zu erkennen.[1]

Im folgenden sind die Temperaturleitungsvermögen für einige Metalle zusammengestellt; die Reihenfolge ist dieselbe wie in § 641.

Ag	1,850	Sn	0,374
Cu	0,844	Fe	0,169
Mg	0,885	Pb	0,223
Al	0,628	Sb	0,129
Zn	0,412	Hg	0,036
Cd	0,476	Bi	0,046

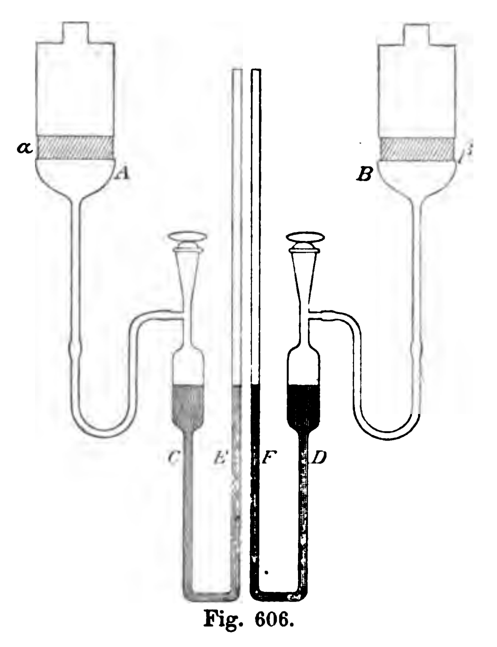


Fig. 606.

Die Bedeutung der Zahlen möge noch durch das folgende erläutert werden. In einem Würfel von 1 cm Kantenlänge nehme das Temperaturgefälle von der einen Grenzfläche zu der gegenüberliegenden um die Einheit ab; die in der Tabelle stehenden Temperaturleitungsfähigkeiten geben dann an, um wie viel Grade die mittlere Temperatur des Würfels in einer Sekunde steigt, je nach dem Metall, aus dem er hergestellt ist.

§ 643. Temperaturverteilung im Innern der Erde. Die interessanteste Anwendung, die man von den Gesetzen der Wärmeleitung machen kann, bezieht sich auf die Verteilung der Temperatur im Innern der Erde. Aus geologischen und physikalischen Gründen nehmen wir an, daß die Erde früher im ganzen eine Temperatur besaß, bei der die Gesteine, aus denen sich jetzt ihre Rinde zusammensetzt, geschmolzen waren; das würde eine Temperatur von vielleicht 4000° Cels. sein. Während nun das Innere der Erde noch diese Temperatur bewahrt, ist die Oberfläche abgekühlt, und es findet daher eine allmähliche Zunahme der Temperatur nach dem Innern statt. Es ist wahrscheinlich, daß bei dem gegenwärtigen Zustande der Erde die maximale Temperatur von 4000° in einer Tiefe von 160 km, entsprechend dem 40-sten Teile des Erdhalbmessers, erreicht wird. Während der ersten 30 km nimmt die Temperatur ziemlich gleichmäßig für jedes Meter um 0,036° Cels. zu, nachher wird die Zunahme rasch kleiner. Ein Bild von der Zunahme der Temperatur giebt Figur 607. Diese Temperaturverteilung ist verbunden

[1] Looser, Ein Differentialthermoskop. Zeitschr. für physik. u. chem. Unterricht. 1895. p. 291.

mit einem Wärmefluß von dem Innern der Erde nach ihrer Oberfläche und einer noch fortdauernden, wenn auch sehr langsamen Abkühlung infolge von Wärmestrahlung in den Weltraum.[1]

Fig. 607.

Die Temperatur der Erdoberfläche ist einem jährlichen periodischen Wechsel unterworfen. In unseren Breiten würde unter normalen Verhältnissen anzunehmen sein, daß die Oberflächenschichte des Bodens ihre tiefste Temperatur im Januar, ihre höchste im Juli erreicht, und daß die Temperaturen im April und Oktober dem Jahresmittel entsprechen. Infolge der Wärmeleitung des Bodens dringen diese Temperaturen in Form einer Welle mit rasch abnehmender Amplitude in die Erde ein. Wenn man für jede Tiefe unter der Oberfläche der Erde für eine bestimmte Epoche des Jahres die Abweichung der Temperatur vom Jahresmittel bestimmt, und diese Abweichung als Ordinate senkrecht zu dem Erdhalbmesser aufträgt, so bilden die Endpunkte dieser Senkrechten eine Wellenlinie, deren Gestalt in Figur 608 für Januar und April gezeichnet ist. Die Länge der halben Welle beträgt in felsigem Gestein etwa 8 m; wenn an der Oberfläche gerade die größte Kälte herrscht, so findet sich die Temperatur des Jahresmittels in einer Tiefe von 4 m, die größte Wärme wegen der Abnahme der Wellenamplitude in einer Tiefe von ca. 6 m; wenn aber an der Oberfläche die Temperatur des Jahresmittels herrscht, so ist das gleiche wieder in der Tiefe von 8 m der Fall. Der Umfang der jährlichen Temperaturschwankungen nimmt, wie sich aus der Zeichnung ergiebt, mit der Tiefe sehr rasch ab; in der Tiefe einer halben Wellenlänge beträgt die Differenz der extremen Temperaturen nur $\frac{1}{23}$ von dem entsprechenden Werte an der Erdoberfläche. Nach Beobachtungen in Edinburg[2] betragen die jährlichen Temperaturschwankungen in einer Tiefe von

[1] W. Thomson, On the Secular Cooling of the Earth. Mathem. and Physic. Papers. Vol. III. p. 295.

[2] William Thomson, On the reduction of Observations of underground Tem-

97 cm	4,55° C.
195 „	3,30 „
390 „	1,85 „
780 „	0,62 „

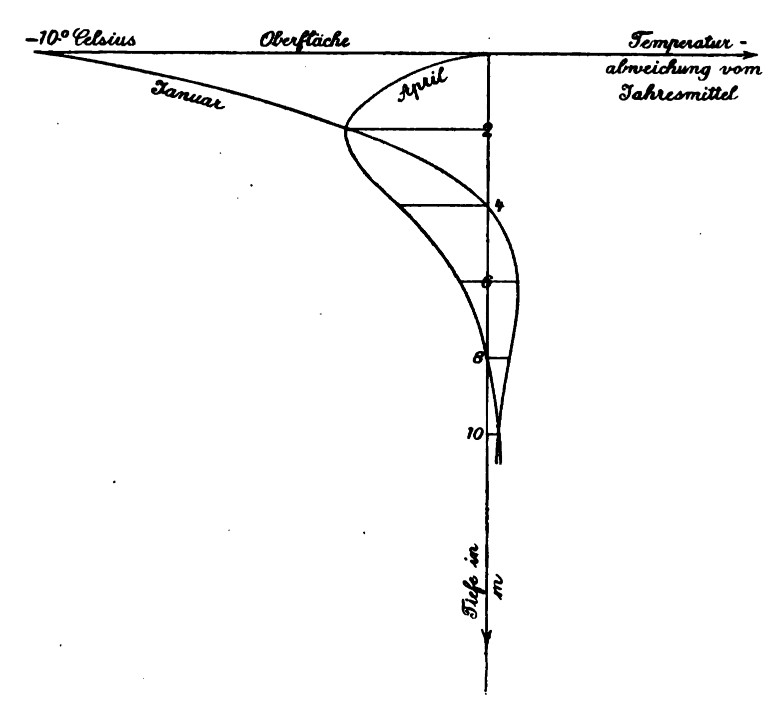


Fig. 608.

II. Kapitel. Wärmestrahlung.

§ 644. Wärmestrahlung. Thermosäule und Bolometer. Den Erscheinungen der strahlenden Wärme gegenüber sind wir zunächst in einer wenig günstigen Lage, wenn wir sie vergleichen mit denen der Lichtstrahlung. Der letzteren kommen wir mit einem Organe von ungemeiner Empfindlichkeit entgegen, das nicht bloß Eindrücke von der verschiedensten Stärke aufzunehmen vermag, sondern auch für die qualitativen Unterschiede der Strahlung ein sehr feines Unterscheidungsvermögen besitzt. Bei der Wärmestrahlung ist das Gefühl der Hautnerven ein so wenig sicheres, daß wir genötigt sind, auf die wissenschaftliche Verwertung unserer Empfindungen ganz zu verzichten und an Stelle des sinnlichen Organs ein Thermometer zu setzen. Auf diesem Wege gelang es zuerst

perature; with application to Professor Forbes' Edinburgh Observations, and the continued Calton Hill Series. Math. and Physic. Papers. Vol. III. p. 261.

Melloni, die vollkommene Übereinstimmung aufzudecken, die zwischen den Eigenschaften der Wärme- und der Lichtstrahlen besteht. Er benützte als Thermometer die sogenannte Thermosäule. Aus einer Reihe von Wismut- und Antimonstäbchen wird durch Verlöten der Enden eine Kette gebildet, in der die Stäbchen der beiden Metalle abwechselnd aufeinander folgen. Die Stäbchen sind, wie Figur 609 zeigt, miteinander abwechselnd so gelegt, daß die ungeraden Lötstellen nebeneinander vorn, die geraden hinten liegen. An den Enden *a* und *b* der Kette werden Kupferdrähte angeschraubt, welche die Thermosäule mit einem empfindlichen Galvanometer verbinden. Die vorderen ungeraden Lötstellen werden entweder übereinander in eine auf der Längsrichtung senkrechte Linie gelegt — lineare Thermosäule — oder über eine quadratische Fläche verteilt, so daß die ganze Säule die Form eines Würfels erhält. Bei dem Gebrauche werden die hinteren Lötstellen samt den Verbindungsstellen *a* und *b* auf der Temperatur des Zimmers erhalten, die vorderen Lötstellen der Wirkung der Wärmestrahlen ausgesetzt. Sei die hierdurch erzeugte Temperaturerhöhung gleich ϑ; jede vordere Lötstelle befindet sich dann in der Mitte zwischen zwei Löt- oder Verbindungsstellen, deren Temperatur um den Betrag ϑ niedriger ist. Jeder vorderen Lötstelle entspricht eine elektromotorische Kraft, die mit ϑ proportional ist. Die ganze elektromotorische Kraft der Säule ist proportional mit $n\vartheta$, wenn wir die Zahl der vorderen Lötstellen oder der einzelnen Stäbchenpaare mit n bezeichnen. Bei ungeändertem Widerstande ist der im Schließungskreis entstandene Strom der elektromotorischen Kraft proportional und giebt somit ein Maß für die durch die Wärmestrahlung erzeugte Temperaturerhöhung.

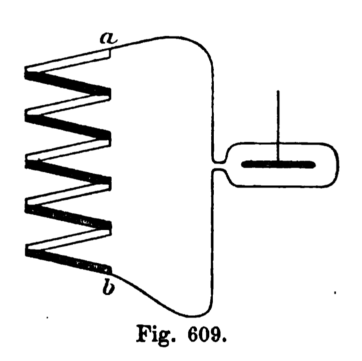


Fig. 609.

Ein anderes Mittel zur Untersuchung der Wärmestrahlung, das der Thermosäule in der Feinheit und Genauigkeit der Beobachtung überlegen ist, besteht in dem sogenannten Bolometer. Bei diesem wird die Änderung des galvanischen Widerstandes gemessen, die ein feiner Platindraht infolge der Erwärmung erleidet.

§ 645. Wärmestrahlen und Lichtstrahlen. Das Resultat der Untersuchungen über den Charakter der Wärmestrahlung können wir in dem einen Satz ausdrücken: Wärmestrahlen sind ihrer physischen Natur nach identisch mit Lichtstrahlen; der Unterschied ist ein subjektiver, dadurch bedingt, daß für Lichtstrahlen von größerer Wellenlänge die Empfindlichkeit des Auges ihre Grenze findet. Wärmestrahlen pflanzen sich ebenso wie Lichtstrahlen durch ein homogenes Mittel in geraden Linien fort, die strahlende Wärme wird von polierten Ober-

flächen ebenso reflektiert wie das Licht. Das Reflexionsvermögen für Wärmestrahlen ist bei verschiedenen Körpern sehr verschieden. Ruß reflektiert kaum, Steinsalz weniger als den zwölften Teil der auffallenden Strahlen; poliertes Silber reflektiert beinahe alle Strahlen. Parallele Wärmestrahlen werden durch einen Hohlspiegel und ebenso durch eine Sammellinse in einem Brennpunkt konzentriert, in dem sich ein Stückchen Zunder oder Holz entzünden kann; die Wärmestrahlen werden also durch eine Linse in derselben Weise gebrochen wie die Lichtstrahlen.

Körper, die den Wärmestrahlen den Durchgang gestatten, nennt man diatherman, solche, bei denen dies nicht der Fall ist, weil sie die Wärmestrahlen absorbieren, adiatherman. Die Durchlässigkeit für Wärme ist nicht gebunden an eine gleichzeitige Durchlässigkeit für Licht. Eine Lösung von Jod in Schwefelkohlenstoff läßt keine Lichtstrahlen durch, wohl aber die dunkeln Wärmestrahlen; eine Eisplatte dagegen so gut wie keine Wärmestrahlen. Steinsalz ist ebenso durchsichtig wie diatherman, es absorbiert ebensowenig die Wärme-, wie die Lichtstrahlen. Ein Körper wird von den durch ihn gehenden Strahlen um so weniger erwärmt, je weniger er absorbiert, je größer seine Durchlässigkeit ist. Adiathermane Körper, welche die auf sie fallenden Wärmestrahlen absorbieren, wie undurchsichtige Körper die Lichtstrahlen, verwandeln strahlende Wärme in solche, die wir nach der gewöhnlichen kalorimetrischen Methode messen können; überziehen wir die Oberfläche eines mit Wasser gefüllten Kalorimeters mit Ruß, der die Wärmestrahlen vollständig absorbiert, so können wir aus der Temperaturerhöhung den Betrag der Energie berechnen, die dem Kalorimeter durch die Wärmestrahlung zugeführt wird.

Lassen wir Wärmestrahlen durch ein Steinsalzprisma gehen, so erscheinen sie hinter demselben ebenso in ein Spektrum auseinandergezogen, wie die Lichtstrahlen; sie besitzen dieselben qualitativen Verschiedenheiten der Brechbarkeit oder der Farbe wie diese. Der Fresnelsche Interferenzversuch läßt sich mit Wärmestrahlen ebenso ausführen, wie mit Lichtstrahlen; Wärmestrahlen zeigen die Erscheinungen der Beugung, der Polarisation und der Doppelbrechung genau ebenso wie Lichtstrahlen Wenn durch diese vollkommene Übereinstimmung der Eigenschaften die Identität von Wärme- und Lichtstrahlen schon einen außerordentlichen Grad von Wahrscheinlichkeit gewinnt, so wird sie vollends zur Gewißheit durch die folgende Thatsache. Wärmewirkungen treten überall auf, wo Licht vorhanden ist; bei einem bestimmten Strahl ist die Wärmewirkung der Lichtintensität proportional. Man kann keinen Lichtstrahl aus dem Spektrum wegnehmen, ohne daß zugleich die Wärmewirkung an der betreffenden Stelle wegfällt, und daraus folgt, daß der Strahl nicht etwa aus einer Superposition von zwei verschiedenen Dingen, einem Wärmestrahl und einem Lichtstrahl, besteht, sondern daß diese identisch sind. Dieselbe Wellenbewegung des Äthers, oder dieselben elektrischen Wellen, die bei der richtigen Schwingungszahl die Empfin-

dung des Lichts erzeugen, erwärmen einen adiathermanen Körper, wenn sie in seinem Inneren absorbiert werden.

§ 646. Das Wärmespektrum der Sonne. Die Wärmewirkung der von der Sonne zu der Oberfläche der Erde gelangenden Strahlen läßt sich sehr schön bestimmen, wenn man mit Hilfe eines ROWLANDschen Beugungsgitters (1. Bd., S. 359) das Spektrum des Sonnenlichtes entwirft und den Platindraht eines Bolometers, der mit der Richtung der FRAUNHOFERschen Linien parallel gestellt ist, in dem Spektrum verschiebt. Eine anschauliche Darstellung der Resultate der Untersuchung ergiebt sich, wenn man senkrecht zu einer nach Wellenlängen fortschreitenden Skala die von der betreffenden Stelle des Spektrums erzeugte Wärmewirkung als Ordinate aufträgt.

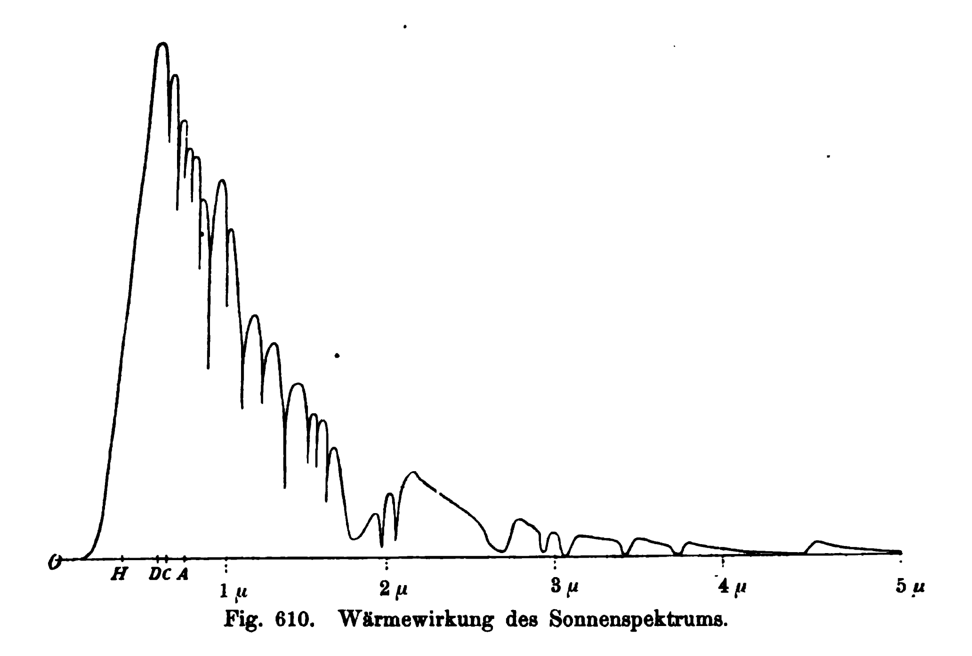


Fig. 610. Wärmewirkung des Sonnenspektrums.

Bis zu Wellenlängen von $5\,\mu = 0{,}005$ mm ergiebt sich aus den Messungen LANGLEYS das in Figur 610 dargestellte Bild. Man bemerkt die Depression der Wärmekurve, die den FRAUNHOFERschen Linien *C* und *A* entspricht; man sieht, wie schwach die Wärmewirkung in dem ultravioletten Teile des Spektrums bis zu Wellenlängen von etwa $0{,}3\,\mu$ ist, wie sie dann rasch zu einem Maximum aufsteigt, das etwa bei der Linie *C*, d. h. bei einer Wellenlänge von $0{,}65\,\mu$ erreicht wird. Die Wärmewirkungen erstrecken sich aber weit über die Grenze des sichtbaren Spektrums, über die Linie *A* mit einer Wellenlänge $0{,}76\,\mu$ hinaus. Das unsichtbare Wärmespektrum wird von Depressionen durchzogen, die das Vorhandensein von FRAUNHOFERschen Linien anzeigen. Es gelang, das Wärmespektrum bis auf die 20-fache

Ausdehnung des sichtbaren, bis zu einer Wellenlänge von $18\mu = 0{,}018$ mm zu verfolgen.

Den im ultravioletten liegenden Teil der Sonnenstrahlung verstand man schon lange durch seine Fluorescenz- und seine chemischen Wirkungen sichtbar zu machen. Im Jahre 1880 gelang es ABNEY, eine Modifikation des Bromsilbers zu entdecken, die durch die ultraroten Strahlen zersetzt wird, so daß man nun auch diesen Teil des Spektrums zu photographieren vermag (vergl. § 278).

Die Untersuchungen dieses Paragraphen legen noch die Frage nahe, wie sich die ultraroten Strahlen in Hinsicht ihrer prismatischen Dispersion verhalten. Eine allgemeine Vermutung hierüber kann man auf Grund der in § 301 gegebenen Dispersionsformel aufstellen. Wir wollen der Einfachheit halber annehmen, es handle sich um eine Substanz, die nur einen einzigen, noch dazu schwachen Absorptionsstreifen im sichtbaren oder im ultravioletten Teile des Spektrums besitzt; das ganze Ultrarote sei von Absorption vollkommen frei. Wir können dann die Brechungsverhältnisse im ultraroten nach der vereinfachten Formel

$$n^2 = \varepsilon_0 + \frac{\varepsilon_1 T^2}{T^2 - T_1^2}$$

berechnen. Hier bezeichnet T_1 die Oscillationsdauer, welcher das Maximum der Absorption in dem von uns vorausgesetzten Streifen entspricht. Wenn nun die Oscillationsdauer der zu betrachtenden Strahlen so groß wird, daß man T_1^2 gegen T^2 vernachlässigen kann, so ist:

$$n^2 = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 .$$

Das Brechungsverhältnis nähert sich mit wachsender Oscillationsdauer und Wellenlänge einem konstanten Minimalwerte. In der That wird diese Vermutung durch die Verhältnisse der Dispersion in Quarz, Kalkspat, Steinsalz anscheinend bestätigt. Am weitesten in den ultraroten Teil des Spektrums hinein sind die Dispersionsverhältnisse des Flußspates untersucht.[1] Die folgende Tabelle giebt für denselben eine Zusammenstellung von Wellenlängen λ und Brechungsverhältnissen n; die ersteren sind in Tausendstel Millimetern (μ) ausgedrückt.

λ	n	λ	n
0,8840	1,42 982	5,3036	1,39 529
2,0626	1,42 359	6,4825	1,37 819
3,2413	1,41 612	7,6612	1,35 680
4,1252	1,40 855	9,4291	1,31 612

§ 647. Die Solarkonstante. Von der Frage nach der Verteilung der Wärme im Sonnenspektrum wenden wir uns nun zu der Betrachtung der gesamten Energie, die der Erde durch die Strahlung der Sonne zufließt. An der Grenze der Erdatmosphäre denken wir uns einen Körper aufgestellt, dessen Oberfläche die Sonnen-

[1] PASCHEN, Über die Wellenlängenskala des ultraroten Flußspatspektrums. WIED. Ann. 1895. Bd. 56. p. 762.

strahlen vollständig absorbiert. Man erhält eine Oberfläche, welche dieser Bedingung sehr nahe entspricht, wenn man den Körper mit Ruß überzieht; einen die Strahlen vollständig absorbierenden Körper nennt man daher einen vollkommen schwarzen. Die in Grammkalorien ausgedrückte Energie, die einem solchen Körper in einer Minute durch 1 qcm seiner Oberfläche zugeführt wird, wenn diese senkrecht von den Sonnenstrahlen getroffen wird, nennt man die Solarkonstante; sie beträgt etwa 3 g-cal. In der Atmosphäre wird ein großer Teil der eingestrahlten Wärme absorbiert; nur etwa $\frac{2}{3}$ davon erreicht die Oberfläche der Erde, wenn die Sonne im Zenith des Beobachtungsortes steht.

§ 648. Der Druck der Sonnenstrahlen. Die Anschauungen der MAXWELLschen Lichttheorie gelten für das ganze Bereich der Sonnenstrahlung; längs jedem Strahl schreiten elektrische und magnetische Wellen fort, so daß die elektrischen und magnetischen Polarisationen zu dem Strahl und zueinander senkrecht stehen. Diese Polarisationen werden erzeugt durch wechselnde magnetische und elektrische Kräfte, die mit den entsprechenden Verschiebungen gleich gerichtet sind. Wir sind nun bei der folgenden Rechnung gezwungen, die in Wirklichkeit auf einem Strahle bestehenden Verhältnisse durch einfachere zu ersetzen. In Wirklichkeit wechseln auf dem Strahl die Polarisationen und ebenso die sie erzeugenden Kräfte, so daß sie innerhalb einer einzelnen Welle zwischen zwei Werten von gleicher Größe aber entgegengesetzter Richtung schwanken. Der Unterschied der Richtung kommt im folgenden nicht in Betracht, da es sich um die Arbeit handelt, die bei der Erregung der elektrischen und magnetischen Momente aufgewandt wird; für diese aber ist es gleichgültig, welche Richtung das erzeugte Moment besitzt. Die Unbequemlichkeit aber, die mit der Betrachtung von Momenten und Kräften von wechselnder Größe verbunden ist, umgehen wir, indem wir an Stelle der wechselnden Größen konstant bleibende Mittelwerte setzen. Diese mittleren elektrischen und magnetischen Momente seien berechnet für die Volumeneinheit gleich $\mathfrak{J}$ und gleich $\mathfrak{M}$, die entsprechenden mittleren Kräfte $\mathfrak{F}$ und $\mathfrak{H}$, dann sind nach § 452 die zu der Herstellung der Momente erforderlichen Arbeiten gleich

$$\tfrac{1}{2}\mathfrak{J}\mathfrak{F} \text{ und } \tfrac{1}{2}\mathfrak{M}\mathfrak{H}.$$

Nun ist

$$\mathfrak{J} = \varepsilon\mathfrak{F} \text{ und } \mathfrak{M} = \varkappa\mathfrak{H},$$

somit kann man jene Arbeiten in die Form bringen:

$$\tfrac{1}{2}\varepsilon\mathfrak{F}^2 \text{ und } \tfrac{1}{2}\varkappa\mathfrak{H}^2.$$

Die Summe dieser Arbeiten stellt die durch die elektrische und magnetische Polarisation in einem Kubikcentimeter aufgehäufte Energie dar. Wenn also in einem Cylinder von 1 qcm Querschnitt Lichtwellen in der Richtung seiner Axe fortschreiten, so ist die in einem bestimmten Zeitpunkt in einem Kubikcentimeter des Strahlencylinders enthaltene Energie der diëlektrischen und der magnetischen Verschiebungen gegeben durch:

$$U_1 = \tfrac{1}{2}\varepsilon\mathfrak{F}^2 + \tfrac{1}{2}\varkappa\mathfrak{H}^2.$$

Aber diese Energie kann nicht die ganze Energie der Welle sein; sie würde ja sonst im Weltraume, wo ε und $\varkappa$ Null sind, gar keine Energie besitzen. In der That kann man mit Hilfsmitteln, die den in § 517 benützten ähnlich sind, zeigen, daß dem Äther eine besondere Energie $U_2 = \frac{\mathfrak{F}^2}{8\pi} + \frac{\mathfrak{H}^2}{8\pi}$ zugeschrieben werden muß, die zu U_1 noch hinzukommt. Die gesamte Energie, die in 1 ccm des Strahlencylinders enthalten ist, hat somit den Wert:

$$U = \frac{4\pi\varepsilon + 1}{8\pi}\mathfrak{F}^2 + \frac{4\pi\varkappa + 1}{8\pi}\mathfrak{H}^2$$

oder

$$U = \frac{K}{8\pi}\mathfrak{F}^2 + \frac{\mu}{8\pi}\mathfrak{H}^2,$$

wo nun K die diëlektrische Konstante und μ die magnetische Permeabilität des Mediums bezeichnet, in dem die Wellen sich fortpflanzen.

Nun findet nach § 404 in einem diëlektrisch polarisierten Mittel ein Druck senkrecht zu der Richtung der Kraftlinien statt von der Größe $\frac{K}{8\pi}\mathfrak{F}^2 = p$; ebenso bei magnetischer Polarisation ein Druck von der Größe $\frac{\mu}{8\pi}\mathfrak{H}^2$. Ferner besteht nach § 539 zwischen der elektrischen und der magnetischen Schwingung einer stehenden Welle die Beziehung, daß die Schwingungsbäuche der einen mit den Knoten der anderen zusammenfallen. Wenn also die elektrische Kraft im Maximum ist, so ist die magnetische gleich Null und umgekehrt. Im einen Falle hat die Energie an der betreffenden Stelle der Welle nur die Form der elektrischen, im anderen nur die der magnetischen Energie. Sofern der ganze Betrag der Energie konstant bleiben soll, muß das Maximum der elektrischen Energie gleich dem der magnetischen sein. Eine Rechnung, die ähnlich ist der in § 194 berührten, zeigt, daß die Mittelwerte der Energieen halb so groß sind, wie die Maximalwerte; sind diese gleich, so ist dies auch bei den mittleren Werten der Fall, und wir erhalten somit die Gleichung:

$$\frac{K}{8\pi}\mathfrak{F}^2 = \frac{\mu}{8\pi}\mathfrak{H}^2 = p.$$

Aus der Art, wie stehende Schwingungen durch die Interferenz von fortschreitenden sich bilden, kann man schließen, daß die gefundene Gleichung auch bei fortschreitenden Wellen gilt; der magnetische Druck ist also auch bei solchen gleich dem elektrischen, und daraus folgt weiter, daß in einem Bündel von parallelen Lichtstrahlen parallel zu der Richtung der Fortpflanzung ein Druck $2p = \frac{K}{8\pi}\mathfrak{F}^2 + \frac{\mu}{8\pi}\mathfrak{H}^2$ vorhanden ist, gleich der in einem Kubikcentimeter des Bündels enthaltenen Lichtenergie U. Nun ist nach dem vorhergehenden Paragraphen die Energie, welche die Sonnenstrahlung an der Grenze der Atmosphäre einer Fläche von 1 qcm in einer Minute zuführt, äquivalent mit 3 g-cal. Dies entspricht einem Energiezuwachs von $\frac{3 \times 42000000}{60} = 2{,}1 \times 10^6$ Erg

in der Sekunde. In einer Sekunde wird aber von dem betrachteten Quadratcentimeter die ganze Bewegung absorbiert, die in einem Cylinder von 1 qcm Querschnitt und einer Länge von 3×10^{10} cm enthalten ist. Somit ist die in einem Kubikcentimeter des Strahlencylinders enthaltene Lichtenergie gleich

$$\frac{2,1 \times 10^6}{3 \times 10^{10}} = 0,7 \times 10^{-4} \text{ Erg.}$$

Ebenso groß ist nach der vorhergehenden Rechnung der in Dynen angegebene Druck, den die Strahlen der Sonne auf 1 qcm einer schwarzen Fläche ausüben, das an der Grenze der Atmosphäre senkrecht zu ihrer Richtung gestellt wird. In Grammgewichten ist der Druck gleich

$$\frac{0,7}{981} \times 10^{-4} = 0,7 \times 10^{-7},$$

der Beobachtung ist er daher kaum zugänglich.

Wir können das gefundene Resultat noch benützen, um die mittlere Intensität der elektrischen und der magnetischen Kraft in einem Sonnenstrahl für die Grenze der Atmosphäre zu bestimmen. Die Maßeinheiten dieser Kräfte sind dadurch definiert, daß im leeren Raum die Konstanten K und μ gleich Eins genommen sind. Um die Kräfte in den Einheiten des absoluten cm·g·sec-Systems zu erhalten, haben wir also in den vorhergehenden Ausdrücken $K = 1$ und $\mu = 1$ zu setzen; damit ergiebt sich:

$$\mathfrak{F}^2 = \mathfrak{H}^2 = 4\pi U = 4\pi \times 0,7 \times 10^{-4}$$

und

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{H} = 0,03 \text{ Dynen}$$

für die absolute Einheit der elektrischen beziehungsweise der magnetischen Menge. Die elektrische Kraft entspricht einer Potentialdifferenz von 9 Volt auf das Centimeter, die magnetische ist gleich dem siebenten Teil der horizontalen Intensität, die der Erdmagnetismus in Göttingen besitzt.

§ 649. Das Radiometer. Im Anschluß an das vorhergehende wollen wir die eigentümlichen, von Crookes entdeckten Bewegungen erwähnen, die, durch Umwandlung von strahlender Energie erzeugt, scheinbar ein sehr einfaches Hilfsmittel bieten, um strahlende Energie nach absolutem Maße zu messen. In einer evakuierten Glaskugel dreht sich auf einer Spitze ein Kreuz von Aluminium; an den Enden der vier horizontalen Arme trägt es vertikal stehende Aluminiumscheiben, die auf der einen Seite geschwärzt, auf der anderen blank sind. Alle geschwärzten Seiten wenden sich im Sinne der Drehung nach der einen, alle blanken nach der entgegengesetzten Richtung. Wenn auf dieses Radiometer Sonnen- oder Tageslicht fällt, so gerät es in Rotation, so, als ob die geschwärzten Seiten der Flügel von den Lichtstrahlen zurückgestoßen würden. In Wirklichkeit ist der Vorgang ohne Zweifel ein ziemlich verwickelter. Die beiden Seiten der Flügel besitzen verschiedene Temperatur; die kinetische Theorie der Gase läßt übersehen, daß die Temperaturverschiedenheiten, die danach auch in dem verdünnten Gas der Radiometerkugel vorhanden sein müssen, Spannungen erzeugen. Es scheint aber

nicht möglich, daß diese für sich allein die Bewegung der Flügel hervorbringen, vielmehr muß eine wesentliche Rolle der Umstand spielen, daß die Gasteilchen bei der hohen Verdünnung im Innern des Radiometers an der Oberfläche der Flügel gleiten. Außer den Strömungen der Wärme entstehen Strömungen der Gasmoleküle selbst, und das Problem, die Abhängigkeit der Drehung von der Intensität der Strahlung zu ermitteln, wird dadurch zu einem so komplizierten, daß seine Lösung bis jetzt nicht gelungen ist.[1]

§ 650. Prevosts Theorie des Wärmeaustausches. Für das weitere Studium der Wärmestrahlung ist eine eigentümliche Auffassung der Strahlungserscheinungen, welche zuerst von Prevost gegeben worden ist, von großer Bedeutung.

Wir denken uns einen luftleeren Raum, in dem verschiedene Körper sich befinden. Die Wände seien für strahlende Wärme undurchdringlich, sie bestehen etwa aus vollkommen poliertem Metall, das alle auffallenden Wärmestrahlen reflektiert. Zwischen den Körpern stellt sich nach kurzer Zeit durch Übergang von Wärme von den heißeren zu den kälteren Temperaturgleichheit her. Nun bringen wir in den Raum einen kalten Körper, der von den übrigen überall durch leere Zwischenräume getrennt ist. Seine Temperatur wird durch Strahlung von Seiten der warmen Körper erhöht, diese kühlen sich durch die Ausstrahlung ab, bis von neuem Temperaturgleichgewicht hergestellt ist. Nun ist aber nicht anzunehmen, daß der kalte Körper durch seine bloße Gegenwart durch den leeren Raum hindurch die warmen beeinflusse und so die Ursache einer vorher nicht vorhandenen Strahlung werde. Vielmehr werden wir annehmen, daß die warmen Körper immer Wellen strahlender Wärme aussenden, oder da ja die Begriffe von warm und kalt nur relative Bedeutung haben, daß jeder Körper ohne Aufhören solche Wellen in dem umgebenden Äther erzeugt, ganz unabhängig davon, ob irgend welche kälteren Körper in seiner Gegenwart sich befinden oder nicht. Das Wärmegleichgewicht zwischen den verschiedenen, räumlich getrennten Körpern beruht dann darauf, daß jeder in jedem Augenblick gerade soviel Wärme durch Strahlung verliert, als er andererseits durch Absorption der auf ihn fallenden Strahlen wieder gewinnt. Wenn zwei Körper von verschiedener Temperatur sich in demselben Raume befinden, so strahlt jeder unabhängig von dem anderen Wärme aus in einem seiner Temperatur entsprechenden Maße; der, dessen Temperatur höher ist, verliert mehr Wärme, als er durch die Absorption der von dem kälteren kommenden Strahlen gewinnt; der kältere gewinnt mehr, als er durch seine eigene Ausstrahlung verliert.

§ 651. Abhängigkeit der Strahlung von der Temperatur. Die quantitativen Beziehungen zwischen der Temperatur des strahlenden

[1] Maxwell, On Stresses in Rarified Gases arising from Inequalities of Temperature. Scientific Papers. Vol. II. p. 681.

Körpers und der ausgesandten Wärmemenge wurden zuerst von Dulong und Petit untersucht. Als ausstrahlenden Körper benützten sie die Kugel eines Thermometers, das auf 350° erwärmt in eine kupferne Kugel eingesetzt wurde, die von Wasser von konstanter Temperatur umgeben war. Die Kugel wurde nach dem Einsetzen des Thermometers rasch evakuiert, und dann das Sinken der Temperatur von Minute zu Minute verfolgt; dies geschah im Anfang schnell, je näher man der Endtemperatur kam, um so langsamer. Die Anzahl der Grade, um welche das Thermometer in einer Sekunde sinkt, wird als Abkühlungsgeschwindigkeit bezeichnet. Aus dieser kann man leicht die in einer Sekunde verlorene Wärmemenge W berechnen, wenn die Masse, m, und die spezifische Wärme, c, des Thermometers bekannt ist. Bezeichnen wir durch V die Abkühlungsgeschwindigkeit, so ist $W = mcV$. Aus den Beobachtungen von Dulong und Petit hat Stefan ein Gesetz abgeleitet. durch welches die Gesamtstrahlung in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur bestimmt werden soll. Ist die absolute Temperatur des Thermometers gleich T, die der kupfernen Hülle gleich T_1, so ist die in einer Sekunde von dem Thermometer verlorene Wärmemenge nach Stefan dargestellt durch:

$$W = A(T^4 - T_1^4).$$

In diesem Ausdrucke wird man eine gewisse Übereinstimmung mit den Anschauungen von Prevost finden; die Wärmemenge W besteht nach ihm aus zwei Teilen, einem positiven, der eine von der Thermometerkugel ausgestrahlte Wärmemenge anzeigt, einem negativen, der umgekehrt eine Absorption von eingestrahlter Wärme bedeutet. Der erstere hängt nur ab von der Temperatur des Thermometers, der letztere nur von der der Hülle; er stellt den Teil ihrer Strahlung dar, der von der Thermometerkugel absorbiert wird. Setzt man $T = 1$ und $T_1 = 0$, so wird W gleich A; es bedeutet also A die Wärmemenge, die in einer Sekunde von dem Thermometer durch Strahlung verloren wird, wenn seine Temperatur $-272°$ Cels., die Temperatur der Hülle $-273°$ Cels. beträgt. Die ausgestrahlte Wärmemenge ist jedenfalls der Oberfläche des Thermometers proportional; bezeichnen wir diese durch O, die von einem Quadratcentimeter unter den angegebenen Umständen in einer Sekunde ausgestrahlte Wärmemenge durch ε, so ist $A = \varepsilon O$,

$$W = \varepsilon O(T^4 - T_1^4).$$

ε, die Konstante des Strahlungsgesetzes, hängt dann nur noch von der Beschaffenheit der strahlenden Oberflächen ab.

Die Konstante ε repräsentiert nach dem vorhergehenden die Wärmemenge, die von einer Fläche von 1 qcm Inhalt und von der absoluten Temperatur 1 in einer Sekunde gegen eine Hülle von der absoluten Temperatur 0 ausgestrahlt wird.

Unsere Kenntnis der numerischen Werte der Strahlungskonstanten ist eine sehr beschränkte. Für Glas ist:

$$\varepsilon = 1{,}085 \times 10^{-12} \text{ g-cal.}$$

Hiernach ist die Wärmemenge, die 1 qcm einer Glasfläche von 100° Cels. gegen eine solche von 0° Cels. in einer Sekunde ausstrahlt, gegeben durch:

$$1{,}085 \times 10^{-12}(373^4 - 273^4) = 0{,}015 \text{ g-cal.}$$

1 qcm einer Platinoberfläche strahlt in einer Sekunde die folgenden Wärmemengen aus:

bei	400°	0,38 g-cal.
„	500°	0,73 „
„	1000°	4,7 „

Wenn in einer Gasflamme von 2 cm Durchmesser Natriumchlorid in solcher Menge zerstäubt wird, daß auf 1 ccm der Flamme $4{,}8 \times 10^{-7}$ g Na kommen, so strahlt 1 qcm der Oberfläche in einer Sekunde 0,003 g-cal. aus.[1]

§ 652. Das Newtonsche Abkühlungsgesetz. Wenn die Temperaturdifferenz zwischen dem erwärmten Körper und seiner Umgebung klein ist, so kann man für die Abkühlungsgeschwindigkeit aus dem Stefanschen Gesetz für die in einer Sekunde ausgestrahlte Wärmemenge die vereinfachte Formel ableiten:

$$W = m\,c\,V = 4\,\varepsilon\,O\,T_1^3\,\vartheta,$$

wo ϑ der Temperaturüberschuß des sich abkühlenden Körpers über die Temperatur T_1 der Umgebung ist. Die Abkühlungsgeschwindigkeit ist danach dem noch vorhandenen Temperaturüberschuß proportional. Das Produkt $m\,c\,V$ giebt, ebenso wie früher, die Wärmemenge, die von der Fläche O in einer Sekunde ausgestrahlt wird. Setzt man $4\,\varepsilon\,T_1^3 = h$, so ergiebt sich:

$$W = m\,c\,V = h\,O\,\vartheta,$$

und man bezeichnet dann h als den Koëffizienten der äußeren Wärmeleitung; er repräsentiert die von einem Quadratcentimeter der Oberfläche in einer Sekunde abgegebene Wärmemenge, wenn der Temperaturüberschuß über die Umgebung 1° Cels. beträgt. Im folgenden sind einige Werte des äußeren Wärmeleitungsvermögens zusammengestellt.

g-cal. pro qcm und sec, und bei 1° Temperaturüberschuß.

		poliert	geschwärzt
Eisen	bei 40°	$h = 0{,}00027$	$h = 0{,}00033$
Kupfer	bei 40°	$h = 0{,}00022$	$h = 0{,}00032$
Glas		$h = 0{,}0004$	

Eine Vergleichung dieser Werte mit dem früher für ε gegebenen ist nicht möglich, denn dieser bezog sich auf Abkühlung durch reine Strahlung im luftleeren Raum; das äußere Wärmeleitungsvermögen dagegen hängt ganz wesentlich von der konvektiven Fortführung der Wärme ab.

[1] E. Wiedemann, Zur Mechanik des Leuchtens. Wied. Ann. 1889. Bd. 37

Bei gleicher Oberfläche, gleicher Masse, gleichem Temperaturüberschuß ist die Abkühlungsgeschwindigkeit der spezifischen Wärme des erkaltenden Körpers umgekehrt proportional. Darauf beruht eine bequeme Methode, um die spezifischen Wärmen verschiedener Flüssigkeiten miteinander zu vergleichen.

§ 653. Der Kirchhoffsche Satz von dem Verhältnis des Emissions- und des Absorptionsvermögens. Die Betrachtung des Emissionsvermögens führt uns zu einer weiteren Übereinstimmung zwischen Licht- und Wärmestrahlung. Bei unserer Untersuchung der Spektralerscheinungen wurden wir zu dem Satze geführt, daß jeder leuchtende Körper die Strahlen, die er aussendet, auch besonders stark absorbiert. Bei der Identität des Lichtes und der strahlenden Wärme muß der Satz auch für die letztere gelten. In der That hat Kirchhoff gezeigt, daß er für Wärmestrahlen aus der Prevostschen Theorie des Wärmeaustausches abgeleitet werden kann.

Setzt man voraus, daß der Wärmeverlust, den ein Körper durch Ausstrahlung erleidet, äquivalent ist der lebendigen Kraft der ausgesandten Wellen, daß umgekehrt die lebendige Kraft der absorbierten Wellen im Innern des Körpers sich ganz in Wärme verwandelt, so ergiebt sich der Satz:

Das Verhältnis zwischen dem Emissionsvermögen und dem Absorptionsvermögen ist für alle Körper bei derselben Temperatur dasselbe.

Um von dem Inhalt des Satzes eine genaue Vorstellung zu bekommen, betrachten wir 1 qcm der Oberfläche eines beliebigen Körpers. Von demselben werden im allgemeinen Strahlen von sehr verschiedener Wellenlänge in den umgebenden Raum hinausgehen. Grenzen wir aus dem ganzen Komplex die Strahlen ab, deren Wellenlänge zwischen den sehr naheliegenden Grenzen λ und $\lambda + d\lambda$ eingeschlossen ist, so werden wir annehmen können, daß sie in einer Sekunde in den umgebenden Äther eine Energie von dem entsprechend kleinen Betrage

$$dS = E d\lambda$$

hinaustragen. Wir bezeichnen dann E als das Emissionsvermögen des Körpers für Strahlen von der Wellenlänge λ. Die ganze Ausstrahlung einer Natriumflamme ist nach § 651 $dS = 0{,}003$ g-cal. für das Quadratcentimeter der Oberfläche. Setzen wir die Breite $d\lambda$ der Na-Linien zusammengenommen gleich 0,3 $\mu\mu$, so wird ihr Emissionsvermögen:

$$E = \frac{0.003}{0{,}3} = 0{,}01,$$

wenn wir als Einheit der Energie die Grammkalorie, als Einheit der Wellenlänge ein Millionstel Millimeter benützen. Bei einem Körper mit ausgedehnterem Spektrum ist die gesamte in einer Sekunde durch Strahlung verlorene Energie bestimmt durch eine Summe von der Form:

$$S = \Sigma E d\lambda .$$

Wenn andererseits auf den Körper Strahlen, deren Wellenlängen zwischen λ und $\lambda + d\lambda$ liegen, auffallen, so wird er einen Teil derselben reflektieren; ein anderer Teil wird möglicherweise frei durch ihn hindurchstrahlen, ein dritter wird absorbiert. Das Verhältnis, in dem die Intensität dieses dritten Teiles zu der lebendigen Kraft der ganzen auffallenden Strahlung steht, bezeichnen wir als das Absorptionsvermögen des Körpers für Strahlen von der Wellenlänge λ. Haben nun Emissions- und Absorptionsvermögen zweier Körper von gleicher Temperatur die Werte E, A und E', A', so ist nach dem Satz von Kirchhoff:

$$\frac{E}{A} = \frac{E'}{A'}.$$

Wenn ein Körper alle auf ihn fallenden Strahlen vollkommen absorbiert, wie etwa der Ruß, so ist für ihn $A' = 1$; wir bezeichnen ihn als einen vollkommen schwarzen Körper. Ist das Emissionsvermögen eines solchen gleich e, so gilt für einen beliebigen anderen Körper:

$$E = Ae.$$

Das Absorptionsvermögen A ist seiner Definition zufolge ein echter Bruch; es ergiebt sich daraus, daß im allgemeinen kein Körper das Emissionsvermögen des vollkommen schwarzen Körpers erreicht. Der Ruß besitzt nicht bloß das größte Absorptions-, sondern auch das größte Strahlungsvermögen; ein Schluß der durch die Erfahrung wohl bestätigt wird. Die weitere Anwendung der Gleichung würde voraussetzen, daß wir das Emissionsvermögen des vollkommen schwarzen Körpers kennen. Es ist dies nicht der Fall; wir können sein Verhalten nur in allgemeinen Zügen charakterisieren; e ist eine Funktion der Temperatur und der Wellenlänge. Bei niedrigen Temperaturen sind die Werte von e für die kleineren Wellenlängen, wie sie dem sichtbaren Teil des Spektrums angehören, unmerklich klein; bei einer Temperatur von etwa 525° Cels. beginnen Strahlen des äußersten Rot aufzutreten, bei 1000° beginnt die Gelbglut, bei 1200° die Weißglut, und es ist dann der ganze sichtbare Teil des Spektrums entwickelt; bei einer Temperatur von 1600° haben wir intensive Weißglut; gleichzeitig hat sich die Intensität der schon früher vorhandenen Teile des Spektrums mehr und mehr verstärkt. Aus Beobachtungen von Paschen geht hervor, daß bei jeder Temperatur eine bestimmte Wellenlänge existiert, für welche die Emission ein Maximum besitzt; bei zunehmender Temperatur verschiebt sich dieses Maximum nach den Strahlen mit kleinerer Wellenlänge. Dabei gilt wenigstens mit großer Annäherung der Satz, daß die Wellenlänge, welche dem Maximum der Strahlung entspricht, der absoluten Temperatur umgekehrt proportional ist. Nun ist aber auch die Schwingungszahl einer Welle umgekehrt proportional ihrer Länge; man kommt somit zu dem Schluß, daß die Schwingungszahl der Ätherwellen, die hauptsächlich von einem Körper erregt werden, der absoluten Temperatur des letzteren proportional ist; gleiches wird daher auch für die erregen-

den Schwingungen der Körpermoleküle selbst anzunehmen sein.[1] Theoretische Überlegungen, die auch durch die Beobachtung bestätigt worden sind, haben gezeigt, daß e außerdem noch proportional der dielektrischen Konstanten des Raumes ist, in dem die Strahlung stattfindet.[2]

Aus dem KIRCHHOFFschen Satz folgt nun weiter, daß kein Körper, für den seine Voraussetzungen gelten, leuchtende Strahlen aussenden kann bei Temperaturen unter 525°; denn da für solche das Emissionsvermögen des schwarzen Körpers $e = 0$ ist, so gilt gleiches von dem Emissionsvermögen $E = A e$. In der That fand DRAPER, daß Kupfer, Blei, Platin, Kohle alle bei derselben Temperatur von 525° zu glühen beginnen.

Ist das Absorptionsvermögen eines Körpers Null, so gilt gleiches von seinem Emissionsvermögen. Steinsalz bis zu 100° erhitzt, strahlt sehr wenig Wärme aus, der stark absorbierende Alaun bei derselben Temperatur ungleich mehr. Ein Körper, der in der höchsten Temperatur vollkommen durchsichtig bleibt, kann nicht leuchten. Wenn wir ein Metall und ein Glasstück zusammen bis zur Rotglut erhitzen, so erscheint das letztere nur schwach glühend. Die polierte Oberfläche eines silbernen Gefäßes, welche von der auffallenden Wärme weitaus den größeren Teil reflektiert, nur sehr wenig absorbiert, strahlt auch wenig Wärme aus.

§ 654. Luminescenz. Bei der Ableitung des KIRCHHOFFschen Gesetzes sind gewisse Voraussetzungen gemacht, die augenscheinlich in ziemlich zahlreichen und verbreiteten Fällen nicht zutreffen. Fluorescierende, phosphorescierende Körper, die Leuchtkäfer senden Lichtstrahlen von zum Teil sehr kleiner Wellenlänge aus, obwohl ihre Temperatur eine ganz niedrige ist; die Lichtentwickelung verdünnter Gase beim Durchgange einer elektrischen Entladung ist im allgemeinen keineswegs mit einer entsprechenden Temperaturerhöhung verbunden. Man bezeichnet diese anscheinend abnormen Lichterscheinungen als Luminescenz. Bei ihnen gilt das KIRCHHOFFsche Gesetz nicht, und es frägt sich, wie sie zu deuten sind. Wir greifen zu diesem Zwecke zurück auf Vorstellungen, die wir bei Gelegenheit unserer Betrachtungen über spezifische Wärme angedeutet haben. Die von einem Körper absorbierte Energie der auffallenden Strahlen teilt sich in zwei Teile; der eine Θ vermehrt die lebendige Kraft der molekularen Bewegung, mit der auch das von dem Körper eingenommene Volumen zusammenhängt; er entspricht der Erhöhung der Temperatur; der andere L vermehrt die lebendige Kraft der innermolekularen Schwingungen, von denen wir uns die Wärme und Lichtstrahlung wenigstens bei gasförmigen Körpern ausgehend denken. Ist Wärmegleichgewicht vorhanden, so besteht zwischen Θ und

[1] PASCHEN, Über Gesetzmäßigkeiten in den Spektren fester Körper und über eine neue Bestimmung der Sonnentemperatur. Gött. Nachr. 1895. Math.-Phys. Kl Heft 3.

[2] CLAUSIUS, Mech. Wärmetheorie. I. Abt. 1864. p. 344. — v. QUINTUS ICILIUS, Abhängigkeit des Strahlungsvermögens der Körper von der Natur der umgebenden Mittel. POGG. Ann. 1866. Bd. 127. p. 30.

L ein ganz bestimmtes numerisches Verhältnis. Nun ist es möglich, daß dieses Verhältnis, ungeachtet fortwährend Strahlen ausgesandt und absorbiert werden, doch immer dasselbe bleibt; der Körper erleidet in diesem Falle durch die Strahlen, die er aussendet und absorbiert, keine Veränderung, sofern nur seine Temperatur dieselbe bleibt; das Gleichgewicht der Wärme wird durch die Strahlung nicht gestört, und der KIRCHHOFFsche Satz ist gültig. Nehmen wir im Gegensatz hierzu an, daß die absorbierten Strahlen eine einseitige Vermehrung der innermolekularen Energie erzeugen. Der Körper kann dann Licht aussenden, das in keinem Verhältnis steht zu dem gleichzeitig vorhandenen Energieanteil Θ; der KIRCHHOFFsche Satz gilt nicht. Ganz ähnliche Verhältnisse liegen vor, wenn durch eine direkte Wirkung elektrischer oder chemischer Kräfte die innere Energie L vermehrt wird, ohne eine entsprechende Vermehrung von Θ; die Körper leuchten, ohne daß ihre Temperatur erhöht, ihr Volumen vergrößert wird. Einen Widerspruch gegen den KIRCHHOFFschen Satz enthalten diese Thatsachen nicht; denn bei allen fehlt das Gleichgewicht der Wärme, das eine der Voraussetzungen jenes Satzes ist. Wohl aber erfährt seine Bedeutung eine Einschränkung, die um so einschneidender ist, je mehr man zu der Erkenntnis kommt, daß auch bei dem Leuchten der Gase Luminescenz infolge von chemischen und elektrischen Wirkungen eine große Rolle spielt.

§ 655. Über die Dimensionen der in der Wärmelehre auftretenden Größen. Wir beschließen die Wärmelehre mit einer Bemerkung, welche sich auf den Charakter der in ihr auftretenden konstanten Koëffizienten, auf ihre Dimensionen bezieht. In § 574 haben wir bemerkt, daß das Produkt aus einem Koëffizienten der Wärmeausdehnung und einer Temperatur eine reine Zahl ist, und daß man daher auch die beiden Faktoren des Produktes als reine Zahlen betrachten kann. Will man diese spezielle Annahme vermeiden, so ist die Temperatur als eine neue Größenart einzuführen, als deren Symbol der Buchstabe ϑ gewählt werden möge. Der Ausdehnungskoëffizient ist dann gleich einer reinen Zahl dividiert durch eine Temperatur, seine Dimension ist gegeben durch ϑ^{-1}. Entsprechend der Festsetzung von § 584 betrachten wir auch eine Wärmemenge als eine Größe von neuer Art, welche nicht aus den Maßen der Länge, Masse, Zeit und Temperatur abgeleitet werden kann. Wir bezeichnen sie durch das Symbol w. Für die spezifische Wärme ergiebt sich dann die Dimensionsgleichung:

$$[c] = w\,m^{-1}\,\vartheta^{-1}.$$

Das mechanische Äquivalent der Wärme ist gleich einer mechanischen Arbeit dividiert nach Kalorien gemessenen Wärmemenge. Wenn wir die 'olutem Maße, nach Dynen messen, so wird die Dimension n Aquivalents der Wärme:

[𝔄]

Nach dem Gesetz der Wärmeleitung ist die in Kalorien gemessene Wärmemenge, welche in der Zeit t durch eine Platte von der Fläche q hindurchgeht, gegeben durch:

$$W = k q \frac{\vartheta}{d} t;$$

hier ist ϑ die Temperaturdifferenz zu beiden Seiten der Platte, d ihre Dicke. Die Dimension des Wärmeleitungsvermögens ist daher:

$$[k] = w\, l^{-1}\, \vartheta^{-1}\, t^{-1}.$$

Dividieren wir den rechtsstehenden Ausdruck durch ein spezifisches Gewicht und eine spezifische Wärme, so ergiebt sich als Dimension des Temperaturleitungsvermögens das Produkt $l^2 t^{-1}$.

Nach dem Newtonschen Abkühlungsgesetz ist die Wärmemenge, die in der Zeit t durch die äußere Oberfläche eines Körpers verloren geht, gegeben durch:

$$W = h\, O\, \vartheta\, t,$$

wo O die Oberfläche, ϑ den Temperaturüberschuß des Körpers über die Umgebung bezeichnet. Für die Dimension des äußeren Wärmeleitungsvermögens ergiebt sich daher die Gleichung:

$$[h] = w\, l^{-2}\, \vartheta^{-1}\, t^{-1}.$$

Dagegen ist die Dimension der Strahlungskonstanten des Stefanschen Gesetzes gegeben durch:

$$[\varepsilon] = w\, l^{-2}\, \vartheta^{-4}\, t^{-1}.$$

Das Emissionsvermögen eines Körpers für Strahlen von der Wellenlänge λ ist nach § 653 gegeben durch eine Wärmemenge dividiert durch eine Länge; die entsprechende Dimensionsgleichung ist daher:

$$[E] = w\, l^{-1}.$$

Anmerkungen.

Mechanik.

I. Zu § 174. Absorption eines Gases in einer Flüssigkeit.

Es ist versäumt worden anzuführen, daß der von Bunsen gegebenen Definition des Absorptionskoëffizienten zufolge das unter dem Absorptionsdruck gemessene Volumen des gelösten Gases auf die Temperatur von 0° reduziert werden muß. In diesem Sinne sind die auf Seite 211 angeführten Bunsenschen Zahlen zu verstehen. Für Sauerstoff hat sich übrigens aus neueren Bestimmungen ein größerer Wert, 0,03415 bei 15°, ergeben. Herr Ostwald hat mich auf diese Lücke aufmerksam gemacht.

Optik.

II. Zu § 296. Interferenzerscheinungen im konvergenten polarisierten Licht.

Die hier mitgeteilten Figuren sind nicht, wie dies ursprünglich beabsichtigt war, der im Jahre 1891 erschienenen Physikalischen Krystallographie von Liebisch, sondern seinem in diesem Jahre erschienenen Grundriß der physikalischen Krystallographie entnommen. Dabei ist eine Verwechselung geschehen, infolge deren die Figuren 361 und 362 sich nicht ganz entsprechen. Beide beziehen sich auf eine Platte, die aus einem zweiaxigen Krystall senkrecht zu der optischen Mittellinie geschnitten ist. Bei Figur 361 fällt die Ebene der optischen Axen mit der Polarisationsebene des Polarisators oder des Analysators zusammen, bei Figur 362 bildet sie mit den Polarisationsebenen Winkel von 45°. Im ersten Falle tritt aber zunächst nicht die in Figur 361 gezeichnete Erscheinung auf, sondern die in der nebenstehenden, von Herrn Liebisch gütigst angefertigten Figur 611 dargestellte; die schwarzen Balken, welche das Gesichtsfeld durchziehen, entsprechen den Spuren der beiden Polarisationsebenen. Figur 361 entsteht aus 611, wenn zwischen die Platte und den Analysator eine Viertelundulationsglimmerplatte eingeschaltet wird, so daß die Ebene ihrer optischen Axen Winkel von 45° mit den Polarisationsebenen bildet.

Zweiaxige Krystalle zwischen gekreuzten Polarisatoren.



Fig. 611. Ebene der optischen Axen parallel zum Hauptschnitt des Analysators.

Elektrizität.

III. Zu § 362. Das elektrische Potential.

Die Betrachtungen dieses Paragraphen mögen weiter ausgeführt werden für den Fall einer Kugel, deren Oberfläche gleichmäßig mit Elektrizität geladen ist.

Wir können zunächst zeigen, daß eine solche Kugel auf ein in ihrem Inneren befindliches elektrisches Teilchen keine Kraft ausübt. In dem Punkte P im Inneren

(Fig. 612) befinde sich die Einheit der positiven Elektrizität, die Ladung der Kugel sei ebenfalls positiv. Wir benützen den durch P gehenden Kugeldurchmesser als Axe und ziehen mit Bezug auf sie ein Netz von Meridianen und Parallelkreisen auf der Oberfläche der Kugel. Es sei $ABCD$ ein sehr kleines Flächenstückchen auf der Vorderseite der Kugel, welches von zwei Meridianen und von zwei Parallelkreisen begrenzt ist. Ist σ die Dichtigkeit der Elektrizität an der Kugeloberfläche, so ist die Menge der in $ABCD$ vorhandenen Elektrizität gleich $\sigma \times ABCD$; bei hinreichender Kleinheit von $ABCD$ können wir uns diese Elektrizitätsmenge in dem Mittelpunkt M von $ABCD$ konzentriert denken, ohne einen merklichen Fehler zu begehen. Dann übt sie auf den in P befindlichen Einheitspol eine Abstoßung aus,

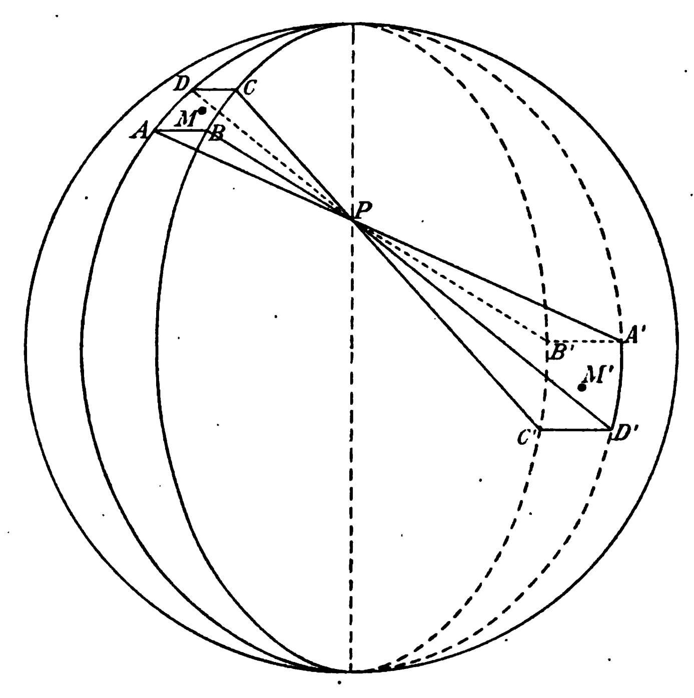


Fig 612.

deren Richtung durch MP, deren Größe durch $\frac{\sigma \times ABCD}{MP^2}$ gegeben ist. Ziehen wir nun die Strahlen AP, BP, CP und DP, so entsteht eine vierseitige Pyramide, welche verlängert auf der Hinterseite der Kugel das gleichfalls von zwei Meridianen und zwei Parallelkreisen begrenzte Flächenstück $A'B'C'D'$ ausschneidet. Ziehen wir außerdem die Linie MP, so trifft diese das Flächenstück $A'B'C'D'$ in M'. Unter denselben Voraussetzungen, wie bisher, übt die in $A'B'C'D'$ enthaltene Elektrizitätsmenge auf den Pol P eine Abstoßung in der Richtung $M'P$ von der Größe $\frac{\sigma \times A'B'C'D'}{M'P^2}$ aus. Nun sind aber die Vierecke $ABCD$ und $A'B'C'D'$ antiparallele Schnitte des durch P gehenden Kegels. Somit gilt die Proportion: $ABCD : AP^2 = A'B'C'D' : A'P^2$. Daraus folgt weiter, daß die oben bestimmten Abstoßungen einander gleich sind; da sie aber nach entgegengesetzten Richtungen wirken, so zerstören sie sich wechselseitig. Nun kann man die ganze Oberfläche der Kugel in Flächenstücke teilen, die sich paarweise so entsprechen, wie $ABCD$

und $A' B' C' D'$. Die von jedem solchen Paare herrührenden Abstoßungen heben sich auf, und somit reduziert sich auch die im ganzen von der elektrisierten Kugel in dem Punkte P ausgeübte Wirkung auf Null; der zu Anfang ausgesprochene Satz ist hiermit bewiesen.

Aus den Symmetrieverhältnissen folgt, daß das Potential der elektrischen Ladung an der Kugeloberfläche allenthalben denselben Wert hat, daß diese also eine Äquipotentialfläche ist. Denselben konstanten Wert hat aber das Potential auch im ganzen Inneren der Kugel, denn wir können einen Einheitspol von ihrer Oberfläche nach einem beliebigen Punkt im Inneren führen, ohne Arbeit zu leisten; das Potential behält also dabei denselben Wert, wie an der Oberfläche. Bezeichnen wir die ganze elektrische Ladung der Kugel mit e, ihren Halbmesser mit a, so hat das Potential im Mittelpunkt den Wert $\frac{e}{a}$, und dieser Wert muß nach dem vorhergehenden für alle Punkte des Inneren und der Oberfläche gelten.

Für äußere Punkte wirkt die gleichmäßig mit der Elektrizitätsmenge e geladene Kugelfläche gerade so, wie wenn die ganze Ladung in dem Mittelpunkt der Kugel konzentriert wäre. Bezeichnen wir die Entfernung eines beliebig außerhalb der Kugel gelegenen Punktes von ihrem Mittelpunkt mit r, so hat das Potential in jenem Punkte den Wert $\frac{e}{r}$.

Von der Richtigkeit dieses Satzes kann man sich durch die folgende Betrachtung überzeugen. An der Oberfläche der Kugel hat das Potential den Wert $\frac{e}{a}$; legen wir in den Mittelpunkt eine negative elektrische Masse, welche der Ladung der Kugel entgegengesetzt gleich ist, so hat ihr Potential an der Kugeloberfläche den Wert $-\frac{e}{a}$; die Summe der Potentiale ist an der Oberfläche gleich Null. Dasselbe gilt aber von einem Punkte, der in so großem Abstande von der Kugel gelegen ist, daß die Verschiedenheiten seiner Entfernungen von den einzelnen Punkten der Kugeloberfläche verschwinden. Ziehen wir nach einem solchen Punkte U einen Radius von dem Mittelpunkt der Kugel, der ihre Oberfläche in dem Punkte O schneidet. Die Summe unserer Potentiale ist dann in den beiden Endpunkten der Strecke OU gleich Null; sie muß aber auch auf der Strecke OU selbst allenthalben verschwinden. Denn wäre dies nicht der Fall, so müßte das Gesamtpotential etwa von O an bis zu einem gewissen Maximalwert ansteigen, um dann wieder zu dem Werte Null in dem Punkte U herabzusinken. Ein solches Verhalten wäre aber nur möglich, wenn entweder auf der Strecke OU selbst oder in ihrer Nähe elektrische Massen sich befänden, so daß jede der sie umgebenden Flächen konstanten Potentiales zweimal von der Linie OU geschnitten würde. Da nun außerhalb der Kugel keine elektrischen Massen vorhanden sein sollen, so ist diese letztere Möglichkeit ausgeschlossen; das Potential der Kugeloberfläche ist auf der ganzen Strecke OU, d. h. überhaupt in dem Raume außerhalb der Kugel, entgegengesetzt gleich dem Potential der in dem Mittelpunkt konzentrierten Elektrizitätsmenge $-e$. Damit ist aber zugleich bewiesen, daß das Potential der Kugel für alle äußeren Punkte identisch ist mit dem einer Elektrizitätsmenge $+e$, die in ihrem Mittelpunkt konzentriert wird.

Ein direkter Beweis des Satzes ist von Tumlirz gegeben worden. Wir denken uns nach ihm eine Elektrizitätsmenge e und einen positiven elektrischen Einheitspol in zwei verschiedenen räumlichen Anordnungen. Bei der ersten sei e in einem Punkte A konzentriert; der Einheitspol befinde sich in unendlicher Entfernung; bei der zweiten sei e auf einer Kugelfläche vom Halbmesser a, deren Mittelpunkt in A liege, gleichmäßig ausgebreitet; der Einheitspol sei gegen e herangerückt; er befinde sich außerhalb der Kugel a in einem Punkte B in der Entfernung b von A. Nun ist die Arbeit, welche wir leisten, um den ersten Zustand in den zweiten überzuführen, von der Art, wie dies geschieht, unabhängig. Wir schlagen zuerst den folgenden Weg ein; wir bringen die Elektrizitätsmenge e von A weg und breiten sie

auf der Oberfläche der Kugel a gleichmäßig aus. Dabei leisten die abstoßenden elektrischen Kräfte eine gewisse Arbeit, die wir durch w bezeichnen. Sodann führen wir den Einheitspol aus unendlicher Entfernung nach B, bei unverändert erhaltener Ladung der Kugel. Dabei leisten wir eine Arbeit, welche nichts anderes ist, als das Potential u der mit der Elektrizitätsmenge e geladenen Kugel a in dem Punkte B. Die ganze Arbeit, die wir gebraucht haben, um die veränderte Verteilung zu bewirken, ist $u - w$. Ein zweiter Weg, der zu demselben Endziel führt, ist nun der folgende. Wir bringen zuerst den Einheitspol nach dem Punkte B; dabei leisten wir eine Arbeit, welche nichts anderes ist, als das Potential u' der in A konzentrierten Elektrizitätsmenge e in B. Wir legen nun durch B eine Kugel, deren Mittelpunkt A, deren Halbmesser gleich b ist. Wenn wir die Elektrizitätsmenge des Einheitspoles auf dieser Kugel gleichmäßig ausbreiten, so bewegen wir die elektrischen Teilchen senkrecht zu den von A ausstrahlenden Kraftlinien, wir leisten keine Arbeit gegen die von e herrührenden elektrischen Kräfte. Dagegen leisten die Abstoßungen, welche von den auf der Kugel b sich ausbreitenden Teilchen wechselseitig ausgeübt werden, eine gewisse Arbeit. Der Erfolg des Prozesses ist, daß wir innerhalb der Kugel b einen Raum hergestellt haben, der von äußeren elektrischen Kräften frei ist. Wenn wir also jetzt die Elektrizitätsmenge e von A aus wieder auf der Kugel a gleichmäßig verteilen, so hat die dabei gewonnene Arbeit denselben Wert w, wie bei dem zuerst befolgten Verfahren. Nun ergiebt sich aus Symmetriegründen, daß die Kraftlinien einer gleichmäßig mit Elektrizität geladenen Kugel durch die von ihrem Mittelpunkt ausgehenden Radien Vektoren dargestellt sein müssen. Wenn wir also die auf der Kugel b verteilte Einheit der Elektrizität auf ihrer Oberfläche wieder nach B zurückführen, während die Ladung der Kugel a unveränderlich bleibt, so wird dabei keine Arbeit gegen die von jener Ladung herrührenden Kräfte geleistet; wir haben nur die wechselseitige Abstoßung der auf der Kugel b bewegten elektrischen Teilchen zu überwinden; dabei wird aber gerade die Arbeit wieder konsumiert, die wir bei dem entgegengesetzten Vorgange zuvor gewonnen hatten. Im ganzen ist also die Arbeit, die bei dem zweiten Verfahren zu der Änderung der elektrischen Verteilung erfordert wird, gleich $u' - w$. Da sie ebenso groß sein muß, wie bei dem ersten Verfahren, so muß $u' = u$ sein, das Potential der mit der Elektrizitätsmenge e geladenen Kugel gleich der in ihrem Mittelpunkt konzentrierten Elektrizitätsmenge e.

IV. Zu § 422. Theorie der Kondensatorversuche.

Die Werte, welche auf Seite 121 für die Potentiale der elektrischen Doppelschichten benützt sind, ergeben sich in folgender Weise. Es seien zwei konzentrische Kugeloberflächen gegeben von sehr nahe gleichen Radien α_1 und α_2, wobei $\alpha_1 < \alpha_2$. Auf der inneren Kugelfläche sei die Elektrizitätsmenge $-\varepsilon$, auf der äußeren die Menge $+\varepsilon$ gleichförmig verteilt. In dem Raume, der die beiden Kugeln umgiebt, ist das Gesamtpotential der beiden Belegungen gleich Null. Im Inneren der kleineren Kugel hat das Gesamtpotential den Wert:

$$\varepsilon\left(\frac{1}{\alpha_2} - \frac{1}{\alpha_1}\right) = -\frac{\varepsilon}{\alpha_1 \alpha_2}(\alpha_2 - \alpha_1).$$

Wenn aber die Differenz der Kugelradien $\alpha_2 - \alpha_1 = \gamma$ verschwindend klein ist im Vergleich zu α_1 und α_2 selbst, so können wir das Produkt $\alpha_1 \alpha_2$ ersetzen durch das Quadrat des Mittelwertes von α_1 und α_2; wir können dann auch die Dichtigkeiten der elektrischen Belegungen auf den beiden Kugelflächen als gleich betrachten. Bezeichnen wir jenen Mittelwert durch a, den gemeinsamen Wert der Dichtigkeit durch σ_a, so ist:

$$4\pi a^2 \sigma_a = \varepsilon,$$

somit

$$4\pi \sigma_a = \frac{\varepsilon}{a^2} = \frac{\varepsilon}{\alpha_1 \alpha_2},$$

und das Potential der durch die beiden elektrischen Kugelflächen repräsentierten Doppelschicht für Punkte im Innern gleich $4\pi\sigma_a\gamma$.

V. Zu § 457. Das Barlowsche Rad und Faradays rotierender Magnet.

Für die Untersuchung der Frage, ob ein geschlossener und in all seinen Teilen unbeweglicher Strom einen Magnet in kontinuierliche Rotation versetzen könne, bilden auch die in § 489 erwähnten Sätze ein wichtiges Hilfsmittel. Wir lassen einen Nordpol von der Stärke $\mathfrak{m}$ einen geschlossenen Strom von der Stärke i im Sinne der elektromagnetischen Kräfte umkreisen, so daß seine Bahn die Stromkurve einmal umschlingt; bei jedem Umlaufe wird dann von den elektromagnetischen Kräften eine Arbeit geleistet, die gleich $4\pi\mathfrak{m}i$ ist. Wenn aber gleichzeitig mit dem Nordpol und in derselben Weise wie dieser ein Südpol von der Stärke $-\mathfrak{m}$ um den Strom rotiert, so ist die von den elektromagnetischen Kräften an diesem geleistete Arbeit negativ, gleich $-4\pi\mathfrak{m}i$; die Bewegung des Südpoles konsumiert also gerade die Arbeit, welche durch die Bewegung des Nordpoles produziert wird. Daraus folgt, daß kontinuierliche Rotation eines Magneten um einen feststehenden geschlossenen Strom durch die elektromagnetischen Kräfte weder erzeugt noch unterhalten werden kann. Wäre aber eine Einrichtung des Versuches möglich, bei der der Nordpol des Magnets allein einen den Strom umschlingenden Kreis beschriebe, bei der der Südpol in einem außerhalb desselben liegenden Kreis rotierte, so würde man in der That die auf den Nordpol ausgeübte Arbeit gewinnen; denn die Rotation des Südpols würde in diesem Falle keine Arbeit konsumieren. Man wird sich indessen leicht davon überzeugen, daß diese unipolare Wirkung nur dadurch erreicht werden kann, daß man einen Teil der Stromleitung mit dem rotierenden Magnet selbst verbindet. Der Zusammenhang des Stromes muß dann ähnlich wie in den Beispielen des § 457 durch Gleitstellen vermittelt werden. Man kommt aber damit auf die Betrachtungen dieses Paragraphen zurück; denn der geschlossene Strom zerfällt nun wieder in zwei Teile, von denen nur der eine fest aufgestellt ist, während der andere, mit dem Magnet verbunden, mit diesem zusammen rotiert.

Eine entsprechende Betrachtungsweise läßt sich auf die magnetelektrischen Rotationserscheinungen von § 483 anwenden; sie wurde von Wilhelm Weber benützt, um eine Theorie des Induktionsversuches zu entwerfen, der das magnetelektrische Gegenstück zu dem Faradayschen Rotationsversuche bildet; von ihr ausgehend hat er auch diese Wirkung als eine unipolare bezeichnet.

VI. Zu § 509. Wechselwirkung von galvanischen Spiralen.

Der in diesem Paragraphen beschriebene Apparat Webers kann in einer solchen Form ausgeführt werden, daß er als ein Seitenstück zur Tangentenbussole erscheint. Man hängt in der Mitte des aus einer größeren Zahl von Windungen bestehenden Ringes einer Tangentenbussole an Stelle des Magnets eine galvanische Spirale an den Zuleitungsdrähten des Stromes bifilar auf, so daß die Axe der Spirale horizontal liegt und in der Ruhelage den Windungsflächen des Bussolenringes parallel ist. Wenn derselbe Strom Ring und Spirale durchläuft, so ist die elektrodynamische Wirkung dem Quadrat der Stromstärke proportional und unabhängig von seiner Richtung. Unser Apparat, das sogenannte Elektrodynamometer, bietet danach ein Mittel, um die Stärke von Wechselströmen, deren Periode gegen die Schwingungsdauer der Bifilarrolle klein ist, durch die konstante Ablenkung zu bestimmen, welche sie jener Rolle erteilen.

Leitet man durch das Dynamometer einen nur kurze Zeit dauernden Strom, so erfährt die Bifilarrolle einen Impuls, durch den sie, wie ein ballistisches Pendel, aus ihrer Ruhelage mit einer entsprechenden Winkelgeschwindigkeit herausgeworfen wird. Die Wirkung des Impulses ist proportional mit dem Produkte aus dem Quadrate der Stromstärke und aus der Dauer des Stromes. Leitet man dagegen den Strom durch eine Tangentenbussole, so ist der auf ihre Nadel ausgeübte Impuls und die

durch ihn erzeugte Winkelgeschwindigkeit proportional mit dem Produkte aus der einfachen Stromstärke und aus der Zeitdauer des Stromes. Gleichzeitige Beobachtung an beiden Instrumenten führt hiernach zur Bestimmung von Stromstärke und von Zeitdauer des Stromes.

VII. Zu § 522. Entladungserscheinungen in Gasen.

Die in diesem Paragraphen enthaltenen Angaben mögen im folgenden nach der quantitativen Seite hin etwas ergänzt werden.

1. Entladungspotential in verschiedenen Gasen. Die Potentialdifferenzen, die bei verschiedenen Gasen zum Eintritt einer Entladung notwendig sind, wurden von Röntgen[1] bestimmt. Als Elektrizitätsquelle diente eine Holtzsche Maschine; die Entladungen gingen zwischen einer Spitze und einer polierten Messingscheibe von 13 cm Durchmesser über; die Distanz zwischen Spitze und Scheibe betrug etwa 2 cm. Es zeigte sich, daß zu der erstmaligen Einleitung der Entladung eine größere Potentialdifferenz notwendig war, als nachher zu der Unterhaltung des Funkenstromes. War dieser in Gang gebracht, so konnte die Potentialdifferenz verkleinert werden, ohne daß er unterbrochen wurde. Den Gegenstand der Messungen bildete die Bestimmung der Potentialdifferenz, bei der die Entladung gerade aufhört. Diese Minimalpotentialdifferenzen, M.P., sind in der folgenden Tabelle für verschiedene Gase bei zwei verschiedenen Drucken zusammengestellt. Die Einheit, in der die Potentiale angegeben sind, ist eine willkürliche, aber mit 1 Volt nahe übereinstimmende.

	M.P. bei 205 mm	M.P. bei 110 mm
H	1170	1060
O	2160	1780
CO	2370	1890
CH_4	2500	2080
NO	2870	2290
CO_2	2960	2390

Die Minimalpotentialdifferenzen sind der molekularen Weglänge der Gase nahe umgekehrt proportional; bezeichnet man die letztere mit L, die minimale Potentialdifferenz mit u_m, so gilt also mit ziemlicher Annäherung die Beziehung:

$$u_m L = \text{Konst.}$$

Nun ist nach § 175:

$$L = \frac{2}{8{,}5} \times R \frac{v}{k},$$

wo unter R der Molekularhalbmesser, unter k der Raum der Moleküle nach vollständiger Kondensation des Gases, unter v der ursprüngliche Gasraum zu verstehen ist. Ferner ergiebt sich aus § 406, daß

$$\frac{k}{v} = \frac{K-1}{K+2}$$

ist, wo K die dielektrische Konstante des Gases bezeichnet. Somit kann man die obige Beziehung auch auf die Form bringen:

$$\frac{K+2}{K-1} R u_m = \text{Konst.}$$

2. Wärmeentwickelung in einer Geisslerschen Röhre. Auch bei der im folgenden zu besprechenden Untersuchung von E. Wiedemann[2] diente als Stromquelle eine Influenzmaschine. In der That sind die Verhältnisse der Erscheinung

[1] Röntgen, Über Entladungen der Elektrizität in Isolatoren. Gött. Nachr. 1878. p. 390.

[2] E. Wiedemann, Über das thermische und optische Verhalten von Gasen unter dem Einfluß elektrischer Entladungen. Wied. Ann. 1880. Bd. 10. p. 202.

dabei einfacher als bei Anwendung des Induktors, weil der Entladungsstrom von vornherein nur in einer bestimmten Richtung durch die Röhre gehen kann. Bei den Beobachtungen, auf welche sich die folgenden Angaben beziehen, war stets der negative Maschinenkonduktor und mit ihm die Kathode zur Erde abgeleitet. Wurde die Röhre während der Entladung in einem rotierenden Spiegel beobachtet, so zeigte sich, daß der ganze Vorgang aus einer Reihe einzelner Entladungen besteht, die in gleichen Zeitintervallen aufeinander folgen, und zwischen denen das Gas immer wieder in seinen ursprünglichen Zustand zurückkehrt. Bezeichnen wir die Potentialdifferenz, bei der die Entladung stattfindet, durch u, die Elektrizitätsmenge, die bei jeder einzelnen Entladung zum Ausgleich kommt, mit e, so ist die Energie, die dabei in Wärme sich verwandelt, gegeben durch $\frac{1}{2}eu$; ist die Anzahl der Entladungen in einer Sekunde gleich z, so wird in dieser Zeit die Energie $\frac{1}{2}zeu$ in Wärme verwandelt; verstehen wir also, wie immer, unter $\mathfrak{A}$ das mechanische Äquivalent der Wärme, so ist die in einer Sekunde in der Geisslerschen Röhre erzeugte Wärme:

$$W = \frac{zeu}{2\mathfrak{A}}.$$

Nun ist aber ze die ganze Menge der Elektrizität, die in einer Sekunde durch den Querschnitt des Schließungsbogens geht, also gleich der Stromstärke c nach elektrostatischem Maße, wenn e in diesem gemessen wurde. Die Wärmemenge, welche durch die Einheit des elektrostatisch gemessenen Stromes in einer Sekunde erzeugt wird, ist:

$$\frac{W}{ze} = \frac{W}{c} = \frac{u}{2\mathfrak{A}}.$$

Wird bei konstantem Druck die Tourenzahl der Maschine und damit die Stromstärke c geändert, so bleibt erfahrungsmäßig $\frac{W}{c}$ und damit u konstant. In der That muß das zur Einleitung der einzelnen Entladungen nötige Potential dasselbe sein, wenn diese immer in ganz derselben Weise periodisch sich wiederholen.

E. Wiedemann hat außerdem die Wärmemengen $\frac{W}{c}$ bei verschiedenem Druck aber konstanter Tourenzahl in einer mit Wasserstoff gefüllten Röhre gemessen. Aus den Resultaten seiner Beobachtungen ergiebt sich durch Interpolation die folgende Tabelle.

Druck in mm Quecksilber	600	400	200	100	30	sehr klein
z, Anzahl der Entladungen pro sec.	48	68	124	212	—	50
$\frac{W}{c}$	0,91	0,64	0,37	0,23	0,1	0,85
$\frac{W}{c} \cdot z$	43,6	43,5	42	49	—	42,5

Die Wärmemenge W ist dabei in einer willkürlichen Einheit ausgedrückt. Man sieht, daß das Produkt $\frac{W}{c} \cdot z$, d. h. $\frac{W}{e}$ bei den verschiedenen Drucken nahezu konstant bleibt; die Wärmemenge $\frac{W}{c}$, welche bei verschiedenem Druck von der Stromeinheit in der Sekunde erzeugt wird, ist der Anzahl der Entladungen in der Sekunde umgekehrt proportional, und dasselbe gilt dann auch von dem Entladungspotential $u = 2\mathfrak{A} \cdot \frac{W}{c}$.

In der Figur 613 sind die Werte von z und von $\frac{W}{c}$ als Funktionen des Druckes graphisch dargestellt. Mit abnehmendem Druck sinkt die Wärmemenge $\frac{W}{c}$

und das bei konstantem Strom damit proportionale Entladungspotential. Bei einem Druck von etwa 6 mm erreichen beide ein Minimum, um dann sehr rasch wieder anzusteigen. Den umgekehrten Gang zeigt die Anzahl der in einer Sekunde erfolgenden Entladungen bei konstant gehaltener Tourenzahl der Maschine. Dieses

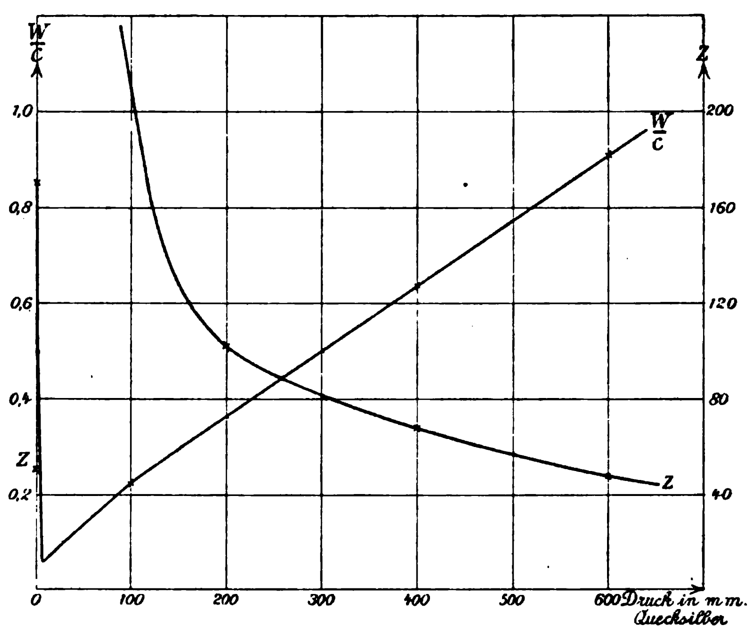


Fig. 613. Wärmeentwickelung und Entladungszahl bei einer Geisslerschen Röhre.

Verhalten wird leicht verständlich, wenn man bedenkt, daß unter jener Voraussetzung die Stromstärke $c = z e$ dieselbe bleibt; nun ist aber $e = Cu$, wenn wir mit C die Kapazität der Konduktoren bezeichnen; somit ist auch: $c = Czu$; daher zu konstant, und u umgekehrt proportional mit z, immer unter der Voraussetzung konstanter Drehungsgeschwindigkeit der Maschine.

Aus der Beziehung

$$u = 2\mathfrak{A} \frac{W}{c}$$

folgt, daß man das Potential u berechnen kann, wenn W in g-cal. und c in absolutem Maße gemessen werden. E. Wiedemann hat eine solche Bestimmung für den kapillaren Teil einer Geisslerschen Röhre bei zwei verschiedenen Verdünnungen ausgeführt. Die Stromstärke, auf welche die gemessenen Wärmemengen reduziert wurden, betrug 0,00 067 Ampère. Die Resultate der Beobachtungen sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Druck in mm	W in g-cal. pro Sek.	$\frac{W}{i}$, g-cal. pro Sek. und elektromagn. Strommaß	u in Volt
15,5	0,293	4370	3670
5,5	0,135	2020	1690

Die Länge des bei der Messung benützten Teiles der Kapillare betrug 9,4 cm, somit ergiebt sich bei den beiden angewandten Verdünnungen ein Abfall des Potentials auf das Centimeter von 390, beziehungsweise von 180 Volt.

3. Abfall des Potentiales längs einer Geisslerschen Röhre von der Anode zur Kathode. Der gesamte Verlauf des Potentials von der Anode zur Kathode hin läßt sich, wenigstens mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit, aus Beobachtungen von Hittorf und von Warburg ableiten.[1] Hittorf benützte als Elektrizitätsquelle eine Batterie von 2000 Chromsäureelementen, Warburg eine Akkumulatorenbatterie von 1000 Elementen.

Hittorf bestimmte bei seinen Versuchen die Potentialdifferenz der Elektroden, den Verlauf des Potentials in dem positiven Lichte bis zu einer gewissen Entfernung von der Anode und endlich die Potentialdifferenz zwischen zwei Stellen des dunkeln Zwischenraumes; die seinen Zahlen zu Grunde liegende Einheit ist eine willkürliche, das in seinen Röhren eingeschlossene Gas war Stickstoff. Bei Drucken von 0,2 bis 0,6 mm Quecksilber ergaben sich die folgenden Verhältnisse. Der Potentialabfall von der Anode in das positive Licht hinein ist von der Stärke des durch die Röhre gehenden Stromes unabhängig; das Gefälle des Potentials ist an der Anode am größten, nimmt dann ab und scheint in einiger Entfernung von der Anode konstant zu werden. Im dunkeln Zwischenraum findet nur eine sehr kleine, unter Umständen nicht mehr meßbare Änderung des Potentials statt. Die Verhältnisse an der Kathode hängen ganz wesentlich davon ab, ob das negative Glimmlicht die ganze Oberfläche der Kathode bedeckt oder nicht. In beiden Fällen ist der Einfluß einer Vermehrung der Stromstärke ein sehr verschiedener. Im ersten Falle verdickt sich das Glimmlicht mit wachsender Stromstärke mehr und mehr, die Potentialdifferenz der Elektroden wächst; im zweiten Falle breitet sich das Glimmlicht bei gleichbleibender Dicke nur weiter über die Kathode aus, und die Potentialdifferenz der Elektroden bleibt konstant. Wir wollen die zweite Art der Entladung, bei welcher die Kathode dem Glimmlicht eine unbegrenzte Ausdehnung gestattet, als die normale Entladung bezeichnen. Man kann dann aus den Beobachtungen von Hittorf den Satz entnehmen: Bei der normalen Entladung in Stickstoff von 0,2—0,6 mm Druck ist die Potentialdifferenz der Elektroden und der ganze Verlauf des Potentials zwischen den Elektroden von der Stromstärke unabhängig.

Dieser Satz wird, wenigstens für den Raum von der äußeren Grenze des Glimmlichtes bis zu der Kathode, bestätigt und erweitert durch die Messungen von Warburg. Er hat für den Fall der normalen Entladung die Potentialdifferenz zwischen der äußeren Grenze des Glimmlichtes und der Kathode absolut gemessen. Er fand, daß dieses normale Kathodengefälle unabhängig ist von der Stromstärke, von dem Druck des Gases, von der Dicke der drahtförmigen Kathode und von den Dimensionen der Geisslerschen Röhre; dagegen erwies sich das normale Kathodengefälle in erheblichem Maße als abhängig von der chemischen Reinheit des Gases und dem Metall der Kathode. In der folgenden Tabelle sind einige der von Warburg erhaltenen Werte des normalen Kathodengefälles zusammengestellt.

Normales Kathodengefälle in Volt.

	Platinelektroden	Magnesiumelektroden
Sauerstofffreier Stickstoff	232	207
Sauerstofffreier Wasserstoff	300	168

In sauerstoffhaltigem Stickstoff dagegen stieg das normale Kathodengefälle bis auf 410 Volt.

[1] Hittorf, Über die Elektrizitätsleitung der Gase. Wied. Ann. 1883. Bd. 20. p. 705. — Warburg, Über das Kathodengefälle bei der Glimmentladung. Wied. Ann. 1887. Bd. 31. p. 545; — Über eine Methode, Natriummetall in Geisslersche Röhren einzuführen und über das Kathodengefälle bei der Glimmentladung. Ibid. 1880. Bd. 40. p. 1; — Über die elektrische Kraft an den Elektroden und die Elektrisierung des Gases bei der Glimmentladung. Ibid. 1892. Bd. 45. p. 1.

WARBURG hat außerdem das Potentialgefälle unmittelbar an der Oberfläche der Kathode aus der Kraft bestimmt, mit der die Kathode gegen die Anode hin gezogen wird. Zu diesem Zweck wurde die Kathode, eine Aluminiumscheibe von 2 cm Durchmesser, unter dem Rezipienten einer Luftpumpe in horizontaler Stellung an den einen Arm einer Hebelwage gehängt, die Anode vertikal unter ihr fest aufgestellt. Durch besondere Vorrichtungen wurde bewirkt, daß die Kraftlinien von der unteren Fläche der Kathode senkrecht nach der Anode hinübergingen. Betrug unter diesen Umständen die ganze auf die Kathode ausgeübte Anziehung A g-Gew., ihre Fläche s qcm, so war der auf die Flächeneinheit entfallende Zug in Dynen gleich $\frac{g\,A}{s}$. Bezeichnen wir andererseits die Stärke der elektrischen Kraft an der Oberfläche der Kathode durch $\mathfrak{F}$, so ist der auf das Quadratcentimeter der Oberfläche wirkende elektrostatische Zug nach § 368 gleich $\frac{\mathfrak{F}^2}{8\pi}$. Wir erhalten daher:

$$\mathfrak{F} = \sqrt{\frac{8\pi g A}{s}}.$$

Dabei ist $\mathfrak{F}$ nach elektrostatischem Maße gemessen; es ist $\mathfrak{F}$ die mechanische Kraft, welche auf einen Einheitspol an der Oberfläche der Kathode ausgeübt wird, unter der Annahme, daß durch seine Einführung das elektrische Feld keine Veränderung erleidet. $\mathfrak{F}$ ist zugleich der Abfall des Potentials auf der Länge von 1 cm, wenn das Potential gleichfalls in absolutem elektrostatischem Maße gemessen wird. Bezeichnen wir also das Potential durch u, den Zuwachs, den es auf einer kleinen Strecke dn normal zu der Kathode erfährt, durch du, so ist das Potentialgefälle:

$$\frac{du}{dn} = \mathfrak{F} = \sqrt{\frac{8\pi g A}{s}}.$$

Um das Potentialgefälle in Volt zu erhalten, müssen wir mit 300 multiplizieren. Endlich ergiebt sich noch nach § 368 für die elektrische Dichtigkeit an der Oberfläche der Kathode der Wert:

$$\sigma = \frac{\mathfrak{F}}{4\pi}.$$

WARBURG hat die Anziehungen A bei verschiedenen Stromstärken gemessen; er hat außerdem das Kathodengefälle, die Potentialdifferenz zwischen der Kathode und der äußeren Grenze des Glimmlichtes bestimmt. Es mögen im folgenden die Ergebnisse einiger Beobachtungen mitgeteilt werden; sie beziehen sich auf schwach feuchten Stickstoff bei einem Druck von 0,6 mm. Die Elektroden bestanden aus Aluminium.

Stromstärke in Milliontel Ampère	$A \times 10^6$ in g-Gew.	$\frac{du}{dn}$ in Volt	σ $cm^{-\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$	Kathodengefälle, Volt × cm^{-1}
200	160	338	0,090	243
560	438	560	0,148	252
690	401	536	0,142	234
1520	879	793	0,210	262

Die Entladungen waren bei diesen Versuchen nicht normal; doch dürfte die Abweichung von dem Normalfall bei den kleineren Stromstärken keine allzugroße gewesen sein. Der Wert des normalen Kathodengefälles kann etwa zu 200 angenommen werden.

Man kann nun die Angaben von WARBURG benützen, um die Messungen von HITTORF auf absolutes Maß zu reduzieren. Die Resultate der Rechnung werden durch Figur 614 anschaulich gemacht. Die horizontale Axe repräsentiert die Länge der Röhre in Millimetern von der Anode an gerechnet; a ist die Anode, c die Kathode. Die Potentialdifferenzen gegen die Anode sind angegeben in Volt. HITTORF

hat in einer willkürlichen Einheit die Potentialdifferenzen der Elektroden, die Potentialdifferenzen der Stellen *b*, *d*, *e* gegenüber der Anode, endlich die Potentialdifferenz zwischen den Stellen *f* und *g* gemessen. Bei normaler Entladung sind die Kurven unabhängig von der Stromstärke; ihre Änderung mit abnehmendem Druck ergiebt sich aus der Figur. Bei der Beobachtung mit Stickstoff von 0,6 mm Druck betrug die Stromstärke 244—1282 Milliontel Ampère, bei Stickstoff von 0,2 mm Druck war die Stromstärke 203—418 Milliontel Ampère.

Aus dem Verlauf des Potentiales im Inneren der Geisslerschen Röhre kann man einen Schluß ziehen auf die Verteilung der freien Elektrizität. Es ergiebt sich,

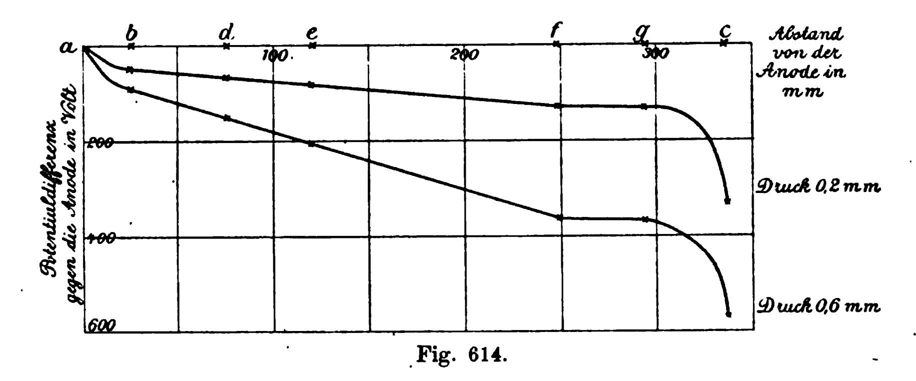


Fig. 614.

daß an der Oberfläche der Anode eine positive elektrische Ladung vorhanden ist; ihre Dichte ist aber viel kleiner als die der negativen Ladung der Kathode. Vor der Anode ist das in der Röhre enthaltene Gas negativ geladen; im Inneren des positiven Lichtes ist die räumliche Dichte der Elektrizität unmerklich, an seiner Grenze aber tritt wieder eine negativ geladene Schicht auf; im dunkeln Zwischenraum verschwindet die räumliche Ladung; in dem Raume von der äußeren Grenze des Glimmlichtes bis zu der Kathode aber tritt eine positiv elektrische Gasschicht auf von rasch wachsender Ladungsdichte.

Die vorstehenden Entwickelungen beziehen sich auf die normale Entladung in Stickstoff bei Drucken von 0,2 und 0,6 mm. Bei nicht normaler Entladung und bei höheren Drucken werden die Verhältnisse komplizierter; allein es würde zu weit führen, wenn wir auf die Abweichungen eingehen wollten, welche sich dem bisher geschilderten, verhältnismäßig einfachen Verlauf gegenüber geltend machen. Für die Potentialverteilung, die bei sehr hohen Graden der Verdünnung sich einstellt, fehlt es noch an Beobachtungen.

4. Temperaturverteilung an der Oberfläche einer Geisslerschen Röhre. Es ist von großem Interesse, mit dem im vorhergehenden behandelten Potentialabfall in einer Geisslerschen Röhre die Temperaturverteilung in der Glaswand derselben zu vergleichen. Sie ist von E. Wiedemann[1] bei verschiedenen, aber sehr hohen Verdünnungen auf thermoelektrischem Wege bestimmt worden. Die Resultate von zweien seiner Beobachtungen sind in Figur 615 graphisch dargestellt. Die benützte Röhre hatte einen Durchmesser von 2,5 cm. Auf der horizontalen Abscissenaxe sind die Abstände von der Anode; senkrecht dazu die Temperaturdifferenzen der betreffenden Stellen der Röhrenwand gegen die Temperatur einer über dem positiven Lichte gelegenen Stelle aufgetragen. Das Maß der Temperaturen ist ein willkürliches. Bei der mit *e* bezeichneten Kurve hatte der dunkle Kathodenraum eine Ausdehnung von 8 mm, von der Kathode an gerechnet; der Anfang des

[1] E. Wiedemann, Über elektrische Entladungen in Gasen. Wied., Ann. 1883. Bd. 20. p. 756.

positiven Lichtes lag in einem Abstand von 75 mm von der Kathode. Die starke Zunahme der Temperatur in der Nähe der Kathode entspricht dem starken Abfall des Potentials an dieser Stelle. Die Kurve *a* bezieht sich auf eine sehr hohe Verdünnung; die Länge des dunklen Kathodenraumes betrug 37 mm; die grüne Fluorescenz der Kathodenstrahlen war schwach sichtbar; das positive Licht erstreckte sich bis auf eine Entfernung von 210 mm von der Kathode. Ein Maximum der Temperatur liegt etwa in der Mitte des Glimmlichtes; im dunklen Kathodenraum sinkt die

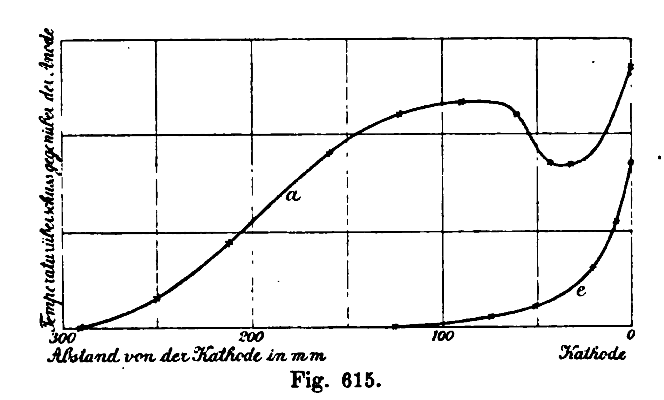


Fig. 615.

Temperatur, um gegenüber der Kathode auf den absolut höchsten Betrag anzusteigen. Die Temperatur an der Oberfläche der Kathode selbst ist noch um vieles höher; man beobachtet ja häufig, daß die Kathode GEISSLERscher Röhren durch die Entladung bis zur Weißglut erhitzt wird. Leider ist ein Vergleich der Temperaturverteilung mit dem Verlauf des Potentiales innerhalb des dunklen Kathodenraumes nicht möglich, da es an entsprechenden Beobachtungen fehlt.

Berichtigung.

I. Band. Seite 188, elfte Zeile von oben: Die Worte „wie wir früher erwähnten“ sind zu tilgen.

Sachregister.

Tabellen.

